සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි/ முழுப் பதிப்புரிமையுடையது/ All Rights Reserved

මධ්‍යම පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
மத்திய மாகாண கல்வித் திணைக்களம்
DEPARTMENT OF EDUCATION - CENTRAL PROVINCE

අ.පො.ස(උ.පෙළ) පෙරහුරු පරීක්ෂණය - 2024

සංයුක්ත ගණිතය I | 10 | S | I | 13 ශ්‍රේණිය | පැය තුනයි

අමතර කියවීම් කාලය මිනිත්තු 10යි | විභාග අංකය : ....

අමතර කියවීම් කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවීමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදාගන්න.

AL API (PAPERS GROUP)

උපදෙස්:-

- මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
  A කොටස(ප්‍රශ්න 1 -10) සහ B කොටස (ප්‍රශ්න 11 – 17)
- A කොටස
  සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුර, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න.
- B කොටස
  ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.
- නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටස, B කොටස උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා භාර දෙන්න.
- ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
	එකතුව	

කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
එකතුව		
ප්‍රතිශතය		

I පත්‍රය	
II පත්‍රය	
එකතුව	
අවසාන ලකුණ	

A කොටස

01. $U_1 = 3$ හා සියලු $n \in Z^+$ සඳහා $U_{n+1} = 2U_n - 1$ යැයි ගනිමු. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන් සියලු $n \in Z^+$ සඳහා $U_n = 2^n + 1$ බව සාධනය කරන්න.

AL API (PAPERS GROUP)

02. එකම රූපසටහනක $y = |x-2| + 1$ හා $y = 5 - |x-1|$ හි ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් අඳින්න. ඒ නයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ $|x-1| + |x-2| \geq 4$ අසමානතාව සපුරාලන x හි අගය කුලකය සොයන්න.

CamScanner

03. එකම ආගන්ඩ් සටහනක $|z-2|-2\leq 0$ හා $0 < Arg(z) \leq \frac{\pi}{4}$ තෘප්ත කරන පෙදෙස අඳුරු කර දක්වන්න.

මෙම පෙදෙසෙහි වර්ගඵලය සොයන්න.

AL API (PAPERS GROUP)

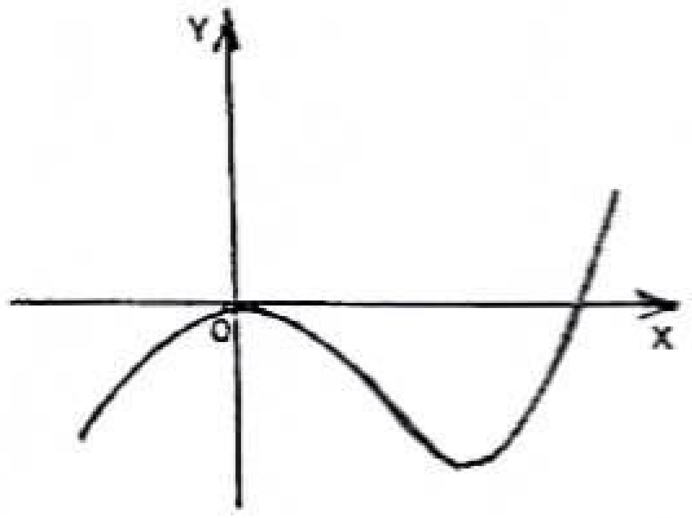
04. $\left(kx-\frac{1}{x}\right)^{8}$ ද්විපද ප්‍රසාරණයේ r වන පදය T_{r+1} ලියා දක්වන්න. මෙහි x වලින් ස්වායත්ත පදය 1120 නම් k සොයන්න.

CamScanner

05. $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{8}} \dfrac{\sqrt{1 - \sin 4x}}{\cos 2x - \sin 2x}$ අගයන්න.

AL API (PAPERS GROUP)

06. $f(x) = \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{x^2}{2}$ ශ්‍රිතය සලකමු. $y = f(x)$ ප්‍රස්තාරය රූපයේ දැක්වේ. එම රූපයේම $y = |f(x)|$ ප්‍රස්තාරය අදින්න. ඒ නයින් $y = |f(x)|$, $x = 1$ හා $y = 0$ වක්‍රවලින් වටවූ පෙදෙස x - අක්ෂය වටා රේඩියන් 2π කෝණයකින් භ්‍රමණය කළ විට ජනනය වන ඝන වස්තුවේ පරිමාව ඝන ඒකක $\pi\left[\dfrac{1}{63} - \dfrac{1}{18} + \dfrac{1}{20}\right]$ වන බව පෙන්වන්න.



07. වක්‍රයක පරාමිතික සමීකරණය $x = \sin 4\theta - 2\sin 2\theta$ හා $y = \cos 4\theta + 2\cos 2\theta$ මගින් දෙනු ලැබේ. මෙහි θ යනු පරාමිතියකි. $\theta = \frac{\pi}{6}$ හිදී වක්‍රයට අඳිනු ලබන අභිලම්බයේ සමීකරණය $x + \sqrt{3}y = 0$ බව පෙන්වන්න.

AL API (PAPERS GROUP)

08. සරල රේඛාවක සමීකරණය $\frac{x-1}{\lambda} + \frac{y-1}{\mu} + 1 = 0$ මගින් දෙනු ලැබේ. මෙහි λ හා μ පරාමිතීන් වන අතර $\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\mu} = \frac{1}{c}$ වේ. c යනු නියතයකි. මෙම සරල රේඛාව අචල ලක්ෂ්‍යයක් හරහා යන බව පෙන්වා එම ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක c ඇසුරෙන් සොයන්න.

09. $S_1 : x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$ හා $S_2 : x^2 + y^2 + 4x + 2y - 1 = 0$ වෘත්තවල පොදු ජ්‍යාය මගින් $S = 0$ වෘත්තයේ පරිධිය සමච්ඡේදනය කරයි. මෙහි $S : x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c$ වේ. $(0,0)$ හා $(1,1)$ ලක්ෂ්‍ය $S = 0$ වෘත්තය මත පිහිටයි. $S = 0$ හි සමීකරණය සොයන්න.

AL API (PAPERS GROUP)

10. $\cos\alpha + \cos\beta = 1$ හා $\sin\alpha - \sin\beta = \sqrt{3}$ යැයි ගනිමු. $\alpha = \frac{\pi}{3}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $0 \le \alpha - \beta,\ \alpha + \beta \le \frac{\pi}{2}$ වේ.

CamScanner

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි/ முழுப் பதிப்புரிமையுடையது/ All Rights Reserved

මධ්‍යම පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
மத்திய மாகாண கல்வித் திணைக்களம்
DEPARTMENT OF EDUCATION - CENTRAL PROVINCE

අ.පො.ස(උ.පෙළ) වර්ෂ අවසාන පරීක්ෂණය - 2024

සංයුක්ත ගණිතය I | 10 | S | I | 13 ශ්‍රේණිය

AL API (PAPERS GROUP)

- ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

B කොටස

11. **(a)** $f(x)=9x^2+(6-4k)x+1$ ලෙස ගනිමු. මෙහි $k\in\mathbb{R}$ වේ. $f(x)=0$ හි මූල තාත්වික වන k හි අගය පරාසය සොයන්න. $f(x)=0$ හි මූල α හා β නම් මූල $\dfrac{1}{\alpha}$ හා $\dfrac{1}{\beta}$ වන වර්ගජ සමීකරණය සොයන්න. ඒ නයින් $\alpha+\dfrac{1}{\beta}$ හා $\beta+\dfrac{1}{\alpha}$ මූලවන වර්ගජ සමීකරණය $g(x)=0$ ආකාරයෙන් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. මෙහි $g(x)=729x^2+180(3-2k)x+100$ වේ. තවද $f(x)=0$ සමීකරණයේ මූල දෙකම ධන වන්නේ $k>\dfrac{3}{2}$ විට බව පෙන්වන්න.

(b) ශේෂ ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.

$f(x)=4x^4-4x^3-3x^2+\lambda x+\mu$ ලෙස ගනිමු. $(2x-1)$යනු $f(x)$හා $f'(x)$ හි සාධක වේ නම් λ හා μ නියතවල අගයයන් සොයන්න. $f(x)$ හි ඉතිරි සාධක ලියා දක්වන්න.

12. **(a)** ක්‍රිකට් ක්‍රීඩකයන් 20 දෙනෙකුගෙන් සමන්විත සංචිතයක කඩුලු රකින ක්‍රීඩකයන් තිදෙනෙක්ද වේග පන්දු යවන ක්‍රීඩකයන් පස් දෙනෙක් ද දඟ පන්දු යවන ක්‍රීඩකයන් පස් දෙනෙක් ද පන්දුවට පහර දෙන ක්‍රීඩකයන් හත් දෙනෙක් ද සිටිති. ක්‍රීඩකයන් 11 දෙනෙකුගෙන් සමන්විත කණ්ඩායම සඳහා කඩුලු රකින ක්‍රීඩකයකු හා පන්දු යවන ක්‍රීඩකයන් පස් දෙනෙකු සිටීම අනිවාර්ය වේ.

(i) මෙම කණ්ඩායම තෝරා ගත හැකි වෙනස් ආකාර ගණන සොයන්න.

(ii) වේග පන්දු යවන ක්‍රීඩකයන් දෙදෙනෙකුගෙන් ද දඟ පන්දු යවන ක්‍රීඩකයන් තිදෙනෙකුගෙන් ද සමන්විත කණ්ඩායම් ගණන සොයන්න.

(iii) අවම වශයෙන් වේග පන්දු යවන ක්‍රීඩකයින් දෙදෙනෙක්ද දඟ පන්දු යවන ක්‍රීඩකයින් දෙදෙනෙක් ද අඩංගු වන පරිදි සෑදිය හැකි වෙනස් කණ්ඩායම් ගණන සොයන්න.

(iv) පන්දුවට පහර දෙන ක්‍රීඩකයෙකු ආබාධයකට ලක්වීමේ පුරප්පාඩුවට අනිවාර්ය පිතිකරුවන් 4 ක් සහ ඉතිරි ක්‍රීඩකයින් ගෙන් වෙනත් ඕනෑම එක් අයෙකු ඉදිරිපත් කරමින් කණ්ඩායම් කියක් සෑදිය හැකි ද?

CamScanner

(b) $r \in Z^+$ සඳහා $U_r = \dfrac{8r}{(2r-1)^2(2r+1)^2}$ වේ. $r \in Z^+$ සඳහා $U_r = \dfrac{\lambda}{(2r-1)^2} + \dfrac{\mu}{(2r+1)^2}$ වන පරිදි λ හා μ නියත සොයන්න.

$r \in Z^+$ සඳහා $S_n = \sum_{r=1}^{n} U_r$ යැයි ගනිමු. $S_n = 1 - \dfrac{1}{(2n+1)^2}$ බව පෙන්වන්න. $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී වේ ද ? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

13. (a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ හා $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ ලෙස ගනිමු. තව ද $P = \left[(AB)^T C\right]^T$ වේ නම් P න්‍යාසය සොයන්න. P න්‍යාසයෙහි ප්‍රතිලෝමය P^{-1} ලියා දක්වන්න.

$PQP^{-1} = D$ ලෙස ගනිමු. මෙහි $D = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ වේ. Q න්‍යාසය සොයන්න.

(b) $z = -1 + \sqrt{3}i$ ලෙස ගනිමු. z යන්න $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කර $|z|$ හා $Arg\,(z)$ ලියා දක්වන්න. $w = z^2 + \lambda z$ ලෙස ගනිමු. මෙහි $\lambda \in Z^+$ වේ. $Arg(w) = \dfrac{5\pi}{6}$ වේ නම් λ හි අගය සොයන්න. මෙම λ හි අගය යොදා ගනිමින් $w = 4\sqrt{3}\left(\cos\dfrac{5\pi}{6} + i\sin\dfrac{5\pi}{6}\right)$ බව පෙන්වන්න.

$w_1 = -\dfrac{1}{2} - \dfrac{\sqrt{3}}{2}i$ ලෙස ගනිමු. w_1 යන්න $w_1 = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. ww_1 ලබා ගෙන $|ww_1|$ හා $Arg\,(ww_1)$ ලියා දක්වන්න.

(c) $z = \cos\theta + i\sin\theta$ ලෙස ගනිමු. n ධන නිඛිලමය දර්ශකයක් සඳහා ද මුවාවර් ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කරන්න. ඒ නයින් $z^n + \dfrac{1}{z^n} = 2\cos n\theta$ බව පෙන්වන්න.

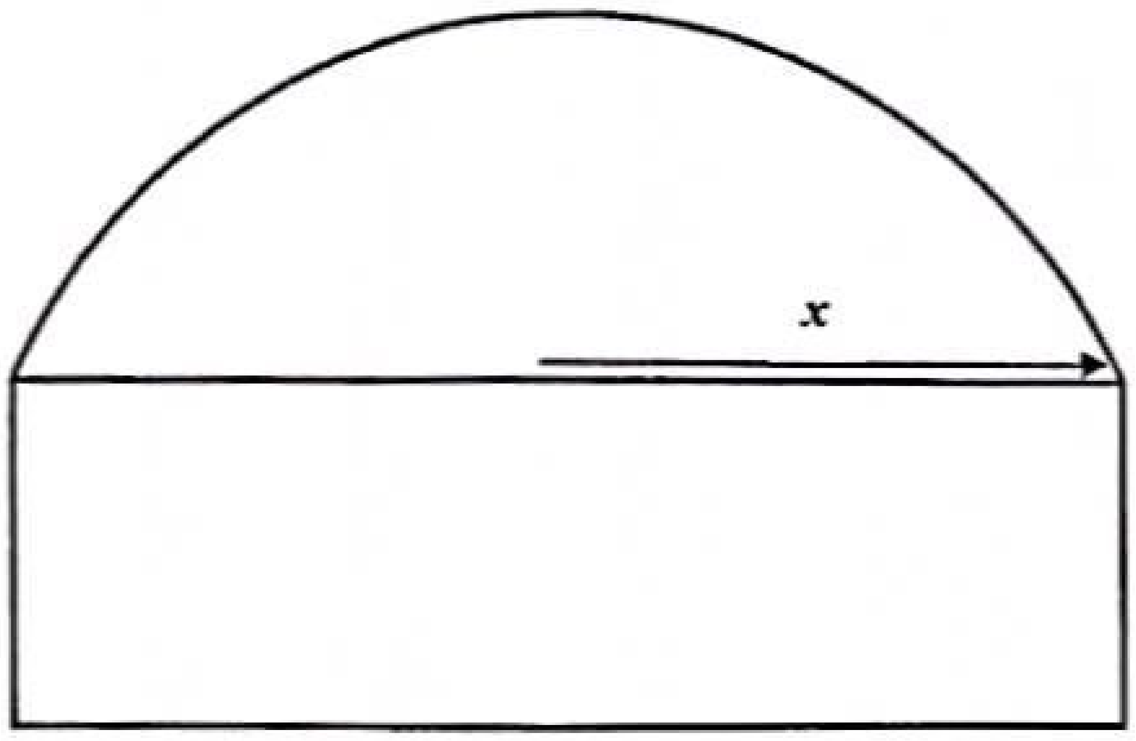
තව ද $\cos 7\theta = 64\cos^7\theta - 112\cos^5\theta + 56\cos^3\theta - 7\cos\theta$ බව අපෝහනය කරන්න.

14. (a) $x \neq 1$ සඳහා $f(x) = \dfrac{2x-1}{4(x-1)^2}$ යැයි ගනිමු. $x \neq 1$ සඳහා $f(x)$ හි පළමු ව්‍යුත්පන්නය $f'(x)$ යන්න $f'(x) = -\dfrac{x}{2(x-1)^3}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

තව ද $x \neq 1$ සඳහා $f(x)$ හි දෙවන ව්‍යුත්පන්නය $f''(x)$ යන්න $f''(x) = \dfrac{2x+1}{2(x-1)^4}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

ස්පර්ශෝන්මුඛ, හැරුම් ලක්ෂ්‍ය හා නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යය පැහැදිලිව දක්වමින් $y = f(x)$ ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

(b) රූපයේ දැක්වෙන්නේ අර්ධ වෘත්තයක් සහ එහි විෂ්කම්භය පාදයක් වූ සෘජුකෝණාස්‍රයකින් සමන්විත ගෙවත්තකි. ගෙවත්තේ පරිමිතිය 20 m වේ. අර්ධ වෘත්තයේ අරය x m ලෙස ගත් විට ගෙවත්තේ වර්ගඵලය $A = \frac{x}{2}[40 - (\pi + 4)x]$ බව පෙන්වන්න. උපරිම වර්ගඵලය සහිත ගෙවත්තේ සෘජුකෝණාස්‍ර කොටසේ දිග a හා පළල b නම් $a = \frac{40}{\pi + 4}$ හා $b = \frac{20}{\pi + 4}$ බව පෙන්වන්න.



15. **(a)** $1 = Ax(x-1)^2 + B(x-1)^2 + Cx^2(x-1) + Dx^2$ යැයි ගනිමු. x^3, x^2, x හා x^0 හි සංගුණක සංසන්දනය කිරීමෙන් A, B ,C හා D නියත සොයන්න.

ඒනයින් $\frac{1}{x^2(x-1)^2}$ යන්න භින්නභාග ලෙස දක්වන්න.

$\int \frac{1}{x^2(x-1)^2} dx$ අනුකලනය කරන්න.

(b) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන් $\int x^3 \sin 4x \, dx$ සොයන්න.

(c) $I = \int \frac{\sin x}{a \sin x + b \cos x} dx$ හා $J = \int \frac{\cos x}{a \sin x + b \cos x} dx$ ලෙස ගනිමු.

$aI + bJ$ හා $aJ - bI$ සොයන්න. ඒ නයින් $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{3\sin x + 4\cos x} dx$ අගයන්න.

AL API (PAPERS GROUP)

CS CamScanner

16. A හා B ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක පිළිවෙළින් $(1,1)$හා $(-1,3)$ ලෙස ගනිමු. AB රේඛා ඛණ්ඩය $AC:CB=1:3$ අනුපාතයෙන් බාහිරව බෙදන C ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න. BA(දික්කළ) රේඛාවට ලම්බකව C ලක්ෂ්‍යය හරහා යන රේඛාවේ සමීකරණය $x-y-2=0$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. මෙම රේඛාව මත විචල්‍ය D ලක්ෂ්‍යයක් පිහිටා ඇත. D ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක $(t+2,t)$ ආකාරයෙන් දැක්විය හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි t යනු පරාමිතියකි.

BD විෂ්කම්භය වන වෘත්තයේ අරය r නම් $r=\frac{1}{2}\sqrt{(t+3)^2+(t-3)^2}$ බව ද වෘත්තයේ සමීකරණය $\left(x-\frac{t+1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{t+3}{2}\right)^2=\frac{1}{4}\left[(t+3)^2+(t-3)^2\right]$ බව ද පෙන්වන්න. $t=0$ හා $t=1$ ට අනුරූප වෘත්තවල සමීකරණ පිළිවෙළින් $S_0\equiv x^2+y^2-x-3y-2=0$ හා $S_1\equiv x^2+y^2-2x-4y=0$ වන බව පෙන්වන්න. $S_0=0$ හා $S_1=0$ වෘත්ත එකිනෙක ප්‍රලම්බව ඡේදනය නොවන බව පෙන්වන්න. $S=0$ නම් වෘත්තයක් $S_0=0$ වෘත්තය ප්‍රලම්බව ඡේදනය කරන අතර $S_1=0$ හා $S=0$ හි පොදු ජ්‍යාය $(0,2)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා යයි. $S=0$ වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

17. **(a)** $f(x)=\frac{\sin x}{1+\cos x}+\frac{\cos x}{1+\sin x}$ වේ. $f(x)=\dfrac{\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+1}{\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+\frac{1}{2}\sin 2x+1}$ බව පෙන්වන්න.

$0<x\le 2\pi$ පරාසය තුළ $f(x)=0$ සමීකරණය විසඳන්න.

(b) ABC ත්‍රිකෝණයක BC පාදය මත D ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත්තේ $BD:DC=\lambda:\mu$ වන පරිදිය. $B\hat{A}D=\theta$ වේ නම් සුපුරුදු අංකනයට අනුව ABD හා ACD ත්‍රිකෝණවලට සයින් නීතිය යොදා $\sin A\cot\theta-\cos A=\frac{\mu c}{\lambda b}$ බව පෙන්වන්න. $a:b:c=\lambda:\mu:1$ ලෙස ගෙන $\cos A=\frac{\mu^2-\lambda^2+1}{2\mu}$ බව පෙන්වන්න. තව ද $\lambda=\mu=3$ වේ නම් $\theta=\cot^{-1}\left(\frac{3}{\sqrt{35}}\right)$ බව අපෝහනය කරන්න.

(c) $\tan^{-1}(2x+1)+\cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}\right)=\frac{\pi}{4}$ විසඳන්න.

*****

CamScanner

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි/ முழுப் பதிப்புரிமையுடையது/ All Rights Reserved

මධ්‍යම පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
மத்திய மாகாண கல்வித் திணைக்களம்
DEPARTMENT OF EDUCATION - CENTRAL PROVINCE

අ.පො.ස(උ.පෙළ) පෙරහුරු පරීක්ෂණය - 2024

සංයුක්ත ගණිතය II | 10 | S | II | 13 ශ්‍රේණිය | පැය තුනයි

අමතර කියවීම් කාලය මිනිත්තු 10යි

විභාග අංකය : ....

අමතර කියවීම් කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවීමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදාගන්න.

AL API (PAPERS GROUP)

උපදෙස්:-

- මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
  A කොටස (ප්‍රශ්න 1 -10) සහ B කොටස (ප්‍රශ්න 11 – 17)
- A කොටස
  සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුර, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න.
- B කොටස
  ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.
- නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටස, B කොටස උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා භාර දෙන්න.
- ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
	එකතුව	

කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
එකතුව		
ප්‍රතිශතය		

I පත්‍රය	
II පත්‍රය	
එකතුව	
අවසාන ලකුණ	

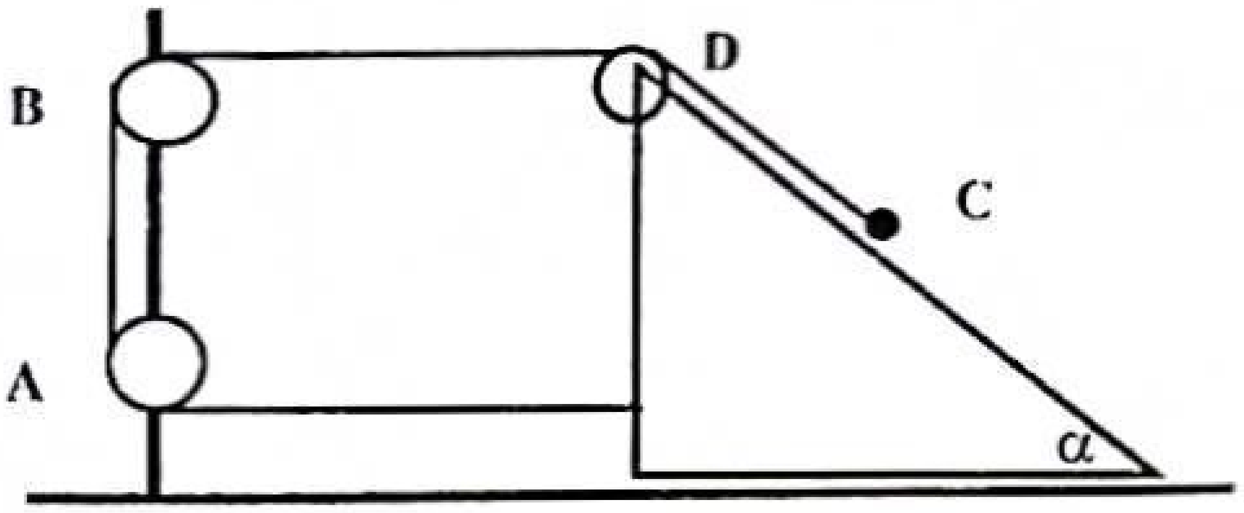
A කොටස

01. ස්කන්ධය m හා λm වූ A හා B ගෝල දෙකක් සරල රේඛාවක එකිනෙක දෙසට පිළිවෙලින් u හා 2u ප්‍රවේගවලින් චලනය වී එකිනෙක ගැටෙයි. මෙහි $0<\lambda<1$ වේ. A හා B අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{1}{3}$ වේ. ගැටුමෙන් පසු A හා B ගෝලවල ප්‍රවේග අතර අනුපාතය $\frac{1}{3}$ වේ නම් $\lambda=\frac{1}{7}$ බව පෙන්වන්න.

AL API (PAPERS GROUP)

02. තිරස් පොළොවක පිහිටි O ලක්ෂ්‍යයට සිරස්ව ඉහළින් A ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත. A සිට තිරස්ව u ප්‍රවේගයෙන් අංශුවක් ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලබන අතර එය පොළොව මත පතිත වීමට t කාලයක් ගතවේ. A ලක්ෂ්‍යයේ සිට තිරසට 45^0 ක් ආනතව u ප්‍රවේගයෙන් අංශුවක් ප්‍රක්ෂේපණය කළ විට පොළොව මත පතිත වීමට T කාලයක් ගතවේ. $T=\frac{u}{\sqrt{2}g}+\sqrt{t^2+\frac{u^2}{2g^2}}$ බව පෙන්වන්න.

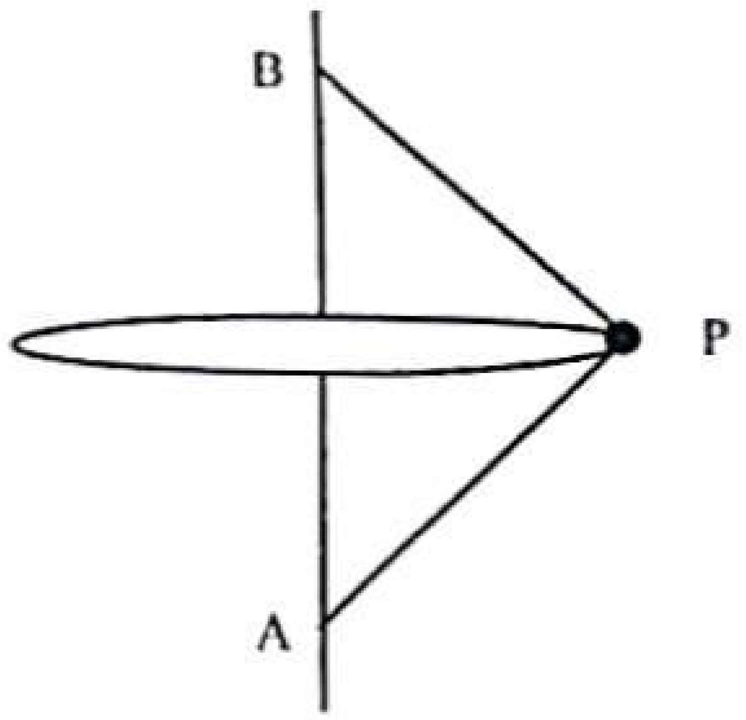
03. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි අප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් සුමට තිරස් තලයක් මත ඇති ස්කන්ධය M වූ කුඤ්ඤයකට ද අනෙක් කෙළවර තිරසට α කෝණයක් ආනත කුඤ්ඤයේ සුමට පෘෂ්ඨය මත තබා ඇති ස්කන්ධය m වූ අංශුවකට ද සම්බන්ධ කර පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. ආරම්භයේ දී කුඤ්ඤය A කප්පිය ආසන්නයේ සිට a දුරකින් පිහිටයි. කුඤ්ඤය, A කප්පිය වෙත ළඟා වීමට ගතවන කාලය සෙවීම සඳහා ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලියා දක්වන්න. A, B හා D සුමට කප්පි වේ.



AL API (PAPERS GROUP)

04. ස්කන්ධය M වූ කාරයක් තිරස් මාර්ගයක v නියත වේගයෙන් R ප්‍රතිරෝධයකට එරෙහිව ගමන් කරයි. කාරයේ එන්ජිමේ ජවය ගණනය කරන්න. දැන් මෙම කාරය තිරසට α කෝණයක් ආනත පාරක $(R+2\dot{x})$ ප්‍රතිරෝධයකට එරෙහිව ඉහළට ගමන් කරයි. මෙහි $\dot{x}$ යනු කාරයේ වේගය වේ. කාරයේ එන්ජිමේ ජවය නොවෙනස්ව පවති නම් එහි වේගය $\frac{v}{2}$ වන මොහොතේ දී කාරයේ ත්වරණය $\frac{R}{M}-\frac{v}{M}-g\sin\alpha$ බව පෙන්වන්න.

05. දිග l බැගින් වූ අප්‍රත්‍යස්ථ තන්තු කැබලි දෙකක කෙළවරවල් දෙකක් ස්කන්ධය m වූ අංගුවකට අමුණා අනෙක් කෙළවරවල් සිරස් කම්බියක A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකකට සම්බන්ධ කර ඇත. (රූපය බලන්න.) දැන් අංගුව ω කෝණික ප්‍රවේගයෙන් තිරස් වෘත්තයක චලනය වීමට සලස්වනු ලැබේ. එක් එක් තන්තුව කම්බිය සමග α කෝණයක් ආනත වේ. තන්තුවල ආතති සොයා $\omega^2 > \frac{g}{l}\sec\alpha$ බව



....

....

....

....

....

....

....

AL API (PAPERS GROUP)

....

....

....

....

....

06. O අනුබද්ධයෙන් A, B හා C ලක්ෂ්‍ය තුනක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $\alpha\underline{i}+2\underline{j}$, $3\underline{i}+\beta\underline{j}$ හා $\underline{i}+\underline{j}$ වේ. මෙහි $\alpha,\beta \in Z^+$ වන අතර $\underline{i}$ හා $\underline{j}$ යනු x අක්ෂය හා y අක්ෂය ඔස්සේ වූ ඒකක දෛශික වේ. AB හා OC එකිනෙක ලම්බ වේ. $\overline{AB}$ හි විශාලත්වය $2\sqrt{2}$ වේ නම් α හා β නියත සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

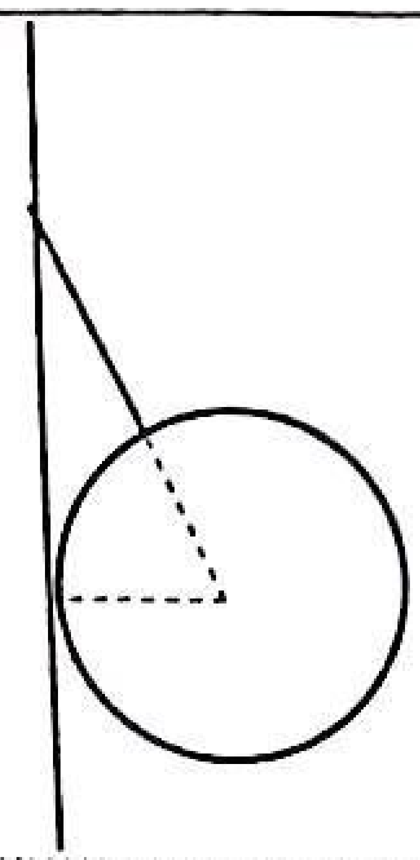
....

....

....

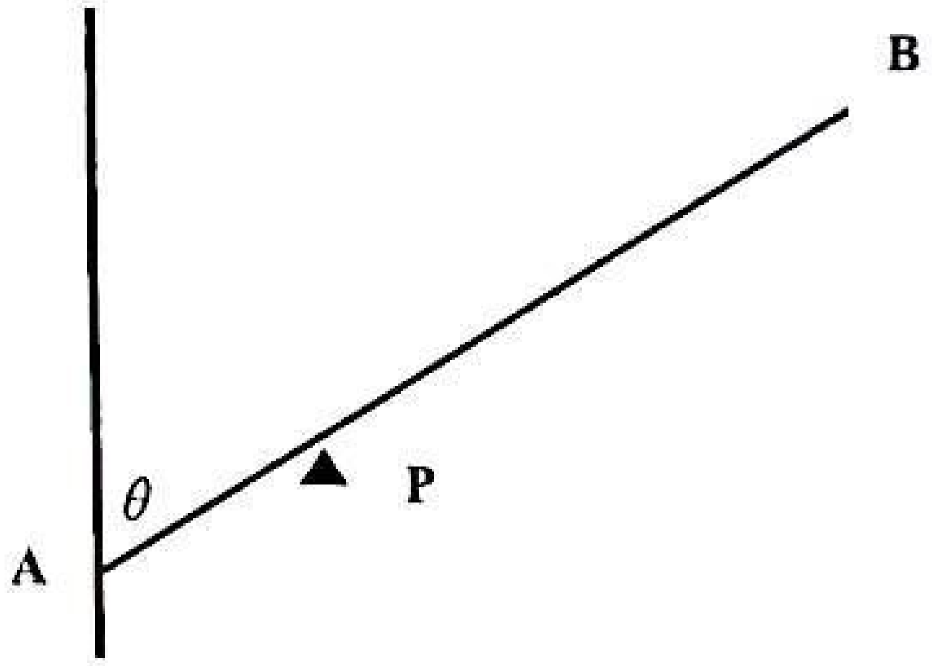
CS CamScanner

07. බර W වන ගෝලයක් සුමට සිරස් බිත්තියක් ස්පර්ශ වන සේ ගෝලයේ අරයට සමාන දිගැති තන්තු කැබැල්ලකින් බිත්තියේ එල්ලා ඇත. තන්තුව බිත්තිය සමග සාදන කෝණය $\frac{\pi}{6}$ බව පෙන්වන්න. W ඇසුරෙන් තන්තුවේ ආතතිය ද බිත්තිය හා ගෝලය අතර ප්‍රතික්‍රියාව ද සොයන්න.



AL API (PAPERS GROUP)

08. බර W ද දිග $2a$ ද වූ AB ඒකාකාර දණ්ඩක A කෙළවර රළු සිරස් බිත්තියකට හේත්තු වන සේ ද දණ්ඩ A සිට $\frac{a}{2}$ දුරකින් පිහිටි P නාදැත්ත මත රඳවා ඇත. දණ්ඩ හා බිත්තිය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ නම් ද දණ්ඩ සිරස සමග θ කෝණයක් සාදයි නම් $\mu \geq \cot 2\theta$ බව පෙන්වන්න.



CamScanner

09. A හා B යනු නියැදි අවකාශයක ස්වායත්ත සිද්ධීන් දෙකකි. $P(A)=x$, $P(B)=x-\frac{3}{10}$ හා $P(A\cup B)=\frac{23}{50}$ බව දී ඇත. x හි අගය සොයන්න. තවද $P(A'|B')$ සොයන්න.

AL API (PAPERS GROUP)

10. පහත දී ඇති සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ මුළු නිරීක්ෂණ ගණන 40 වන අතර මාතය $\frac{40}{3}$ වේ. $f_1 > f_2$ හා $f_1, f_2 \in Z^+$ නම් f_1, f_2 සොයන්න.

පන්ති ප්‍රාන්තරය	0 – 5	5 – 10	10 – 15	15 – 20	20 – 25
සංඛ්‍යාතය	3	8	f_1	f_2	7

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි/ முழுப் பதிப்புரிமையுடையது/ All Rights Reserved

මධ්‍යම පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
மத்திய மாகாண, கல்வித் திணைக்களம்
DEPARTMENT OF EDUCATION - CENTRAL PROVINCE

අ.පො.ස(උ.පෙළ) පෙරහුරු පරීක්ෂණය - 2024

සංයුක්ත ගණිතය II	10	S	II	13 ශ්‍රේණිය

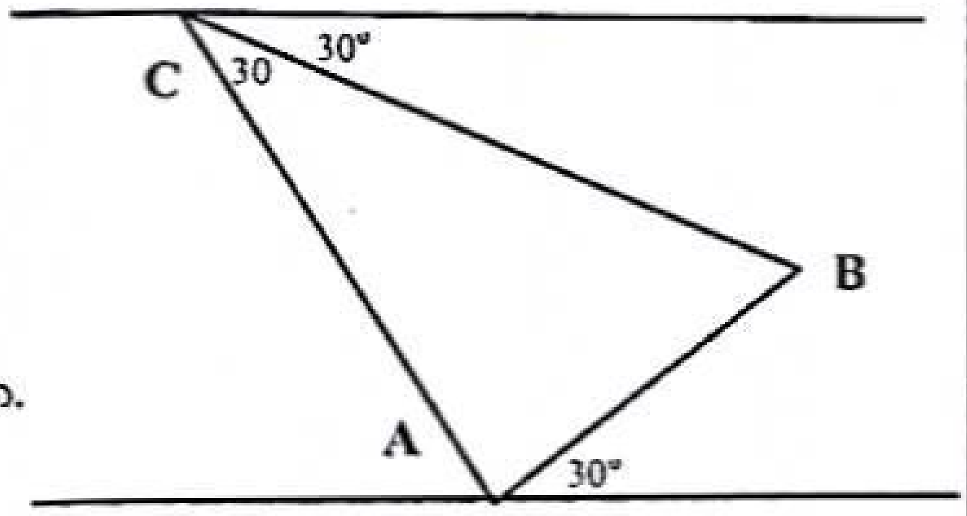
- ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

AL API (PAPERS GROUP)

B කොටස

11. **(a)** දුම්රියක් A නම් දුම්රිය ස්ථානය u ප්‍රවේගයෙන් පසු කර යන අතර t කාලයකට පසු එහි ප්‍රවේගය $3u$ වේ. ඉන් පසු $2t$ කාලය තෙක් මන්දනය වී $2u$ ප්‍රවේගය ලබා ගෙන එම ප්‍රවේගයෙන් $4t$ කාලයක් දක්වා ගමන් කර B දුම්රිය ස්ථානය පසු කර යයි. දුම්රියේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග – කාල ප්‍රස්තාරයක් ඇඳ එහි මුළු විස්ථාපනය $d = \frac{17ut}{2}$ බව පෙන්වන්න. මෙම දුම්රිය වෙනත් දිනයක ඒකාකාර ත්වරණයෙන් චලිත වී u ප්‍රවේගයෙන් A දුම්රිය ස්ථානය පසු කර යන අතර එය $3u$ ප්‍රවේගයට ළඟා එම ප්‍රවේගයෙන් B දුම්රිය ස්ථානය පසු කර යයි. මෙම චලිතය සඳහා ද ප්‍රවේග – කාලය ප්‍රස්තාරයක් ඇඳ ඒ ඇසුරෙන් චලිතයට ගතවන මුළු කාලය සොයා එය මුල් දිනයේ චලිතයට ගතවූ කාලයට වඩා කුඩා වන බව පෙන්වන්න.

(b) ගඟක ජලය u ප්‍රවේගයෙන් ගලයි. A හා C ලක්ෂ්‍ය ගඟේ ඉවුරු දෙක මත පිහිටි ලක්ෂ්‍ය දෙකක් වන අතර B යනු ගඟෙහි පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකි. තවද $AB = d$ හා $BC = 2d$ වේ. AB ගං ඉවුර සමග 30^0 කෝණයක් සාදයි. (රූපය බලන්න) ජලයට සාපේක්ෂව v ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් පදවන B_1 හා B_2 බෝට්ටු දෙකක් A ලක්ෂ්‍යයෙන් ආරම්භ කර C වෙත යාමට සැලසුම් කරයි. B_1 බෝට්ටුව A සිට B , B සිට C ලෙසද B_2 බෝට්ටුව A සිට C දක්වා ද පදවයි. B_1 හා B_2 බෝට්ටුවල චලිතවල ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ එක ම රූපයක දක්වන්න. එමගින් B_1 හා B_2 බෝට්ටුවලට C වෙත ඒමට ගතවූ කාලය පිළිවෙළින් T_1 හා T_2 නම්

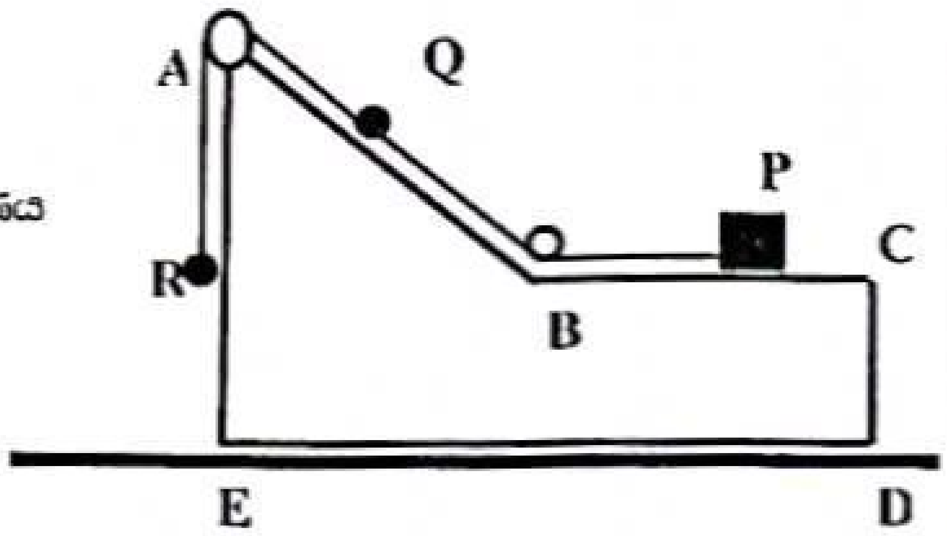


$$T_1 - T_2 = \frac{\sqrt{3}d}{2(v^2 - u^2)}\left[\sqrt{3(4v^2 - u^2)} - \sqrt{4v^2 - 3u^2}\right]$$ බව පෙන්වන්න.

12. **(a)** ස්කන්ධය M වූ ABCDE කොටයක හරස්කඩක් රූපයේ දැක්වේ. A හා B ශීර්ෂවලට කුඩා සුමට කප්පි දෙකක් සවි කර කොටය සුමට තිරස් තලයක තබා ඇත. $E\hat{A}B = \alpha$ වේ. සැහැල්ලු අප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තු කැබලි දෙකක කෙලවරවල් දෙකක් ස්කන්ධය λm වූ Q නම් අංශුවකට අමුණා ඇති අතර අනෙක් කෙලවරවල් ස්කන්ධ පිළිවෙළින් m හා $2m$ වන P හා R අංශු දෙකට සම්බන්ධ කර ඇත.

AB හා BC කොටස් සුමට වන අතර P අංශුව BC මත ද Q අංශුව AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයේ ද පිහිටන පරිදි රඳවා තබාගෙන පද්ධතිය සීරුවෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. කොටයේ ත්වරණය

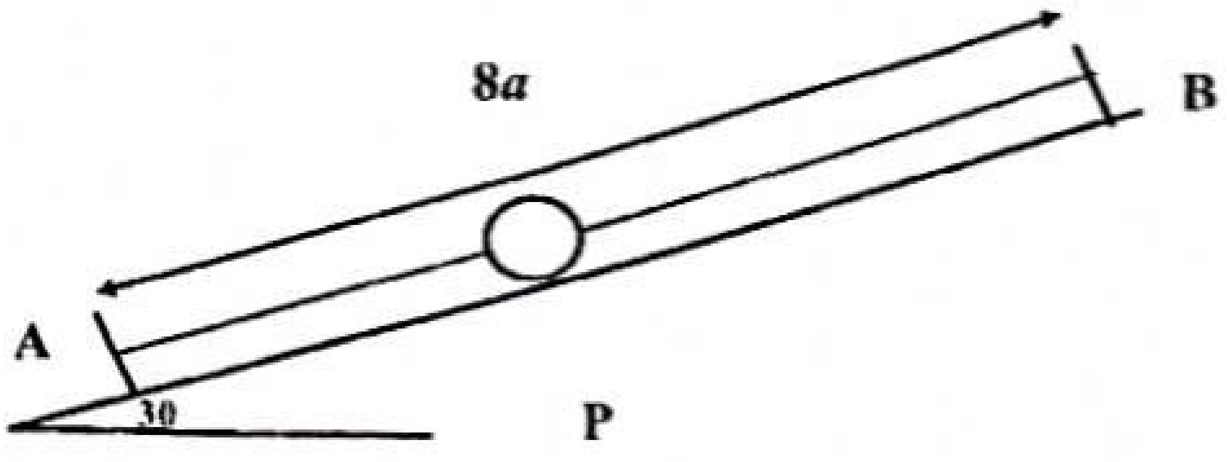
$$\frac{(\lambda\sin\alpha + 1)(\lambda\cos\alpha - 2)g}{(\lambda\sin\alpha + 1)^2 - (\lambda + 3)(M + \lambda + 3)}$$ බව පෙන්වන්න.



(b) කේන්ද්‍රය O ද අරය a ද වූ කුහර ගෝලයක පහළම ලක්ෂ්‍යයේ ස්කන්ධය λm වූ Q අංශුවක් නිසලව ඇත. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් තිරස් විෂ්කම්භය සමඟ යටි අතට 30^0 කෝණයකින් ගෝලයේ පෘෂ්ඨය ස්පර්ශ වන සේ තබා සිරුවෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. P හා Q ගැටුමට මොහොතකට පෙර P අංශුවෙහි ප්‍රවේගය $\sqrt{ga}$ බව පෙන්වන්න. P හා Q අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{1}{2}$ නම් ගැටුමෙන් පසු P හා Q අංශුවල ප්‍රවේග පිළිවෙළින් $\frac{(2-\lambda)\sqrt{ga}}{2(1+\lambda)}$ හා $\frac{3\sqrt{ga}}{2(1+\lambda)}$ බව පෙන්වන්න. ගැටුමෙන් පසු Q අංශුව OQ යටි අත් සිරස සමඟ θ කෝණයක් සාදන මොහොතේ දී අංශුවේ ප්‍රවේගය $\sqrt{\left[\frac{9}{4(1+\lambda)^2}-2(1-\cos\theta)\right]ga}$ බව පෙන්වන්න. Q අංශුවෙහි ප්‍රවේගය ශුන්‍ය වන මොහොතේ දී OQ හැරී ඇති කෝණය $\cos^{-1}\left(\frac{8\lambda^2+16\lambda-1}{8(1+\lambda)^2}\right)$ බවද එම මොහොතේ දී පෘෂ්ඨය මගින් Q අංශුව මත ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{(8\lambda^2+16\lambda-1)\lambda mg}{8(1+\lambda)^2}$ බව ද පෙන්වන්න.

13. ස්වභාවික දිග a හා $2a$ වූ ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තු කැබලි දෙකක කෙළවරවල් තිරසට 30^0 ක කෝණයක් ආනත තලයක $8a$ පරතරයකින් පිහිටි A හා B ආධාරක දෙකකට ද අනෙක් කෙළවරවල් දෙක ස්කන්ධය m වූ P අංශුවකටද අමුණා ඇත. BP තන්තු කැබැල්ලේ ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය AP තන්තු කැබැල්ලේ ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය මෙන් දෙගුණයක් වේ. P අංශුව $AP=3a$ වන පරිදි සමතුලිතතාවයේ පවතී නම් AP තන්තු කොටසේ ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය $\frac{mg}{2}$ බව පෙන්වන්න. දැන් $AP=a$ වන සේ අංශුව රඳවා තබා ගෙන නිශ්චලතාවයේ සිට සිරුවෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. අංශුවේ චලිතයේ $AP=x$ වන විට $\ddot{x}+\frac{g}{a}(x-3a)=0$ සමීකරණය සපුරාලන බව පෙන්වන්න. මෙම චලිතයේ කේන්ද්‍රය C සොයන්න. අංශුව A සිට $5a$ දුරකදී ක්ෂණික නිශ්චලතාවයකට පත්වන බව පෙන්වා ඒ සඳහා ගතවන කාලය $\pi\sqrt{\frac{a}{g}}$ බව පෙන්වන්න.

අංශුව C කේන්ද්‍රයට ළඟා වන විට ප්‍රවේගය $2\sqrt{ga}$ බව පෙන්වන්න. අංශුව C කේන්ද්‍රයට ළඟා වූ විට AP තන්තුව කපා හරින ලද නම් අංශුව $\ddot{y}+\frac{g}{2a}(y-3a)=0$ චලිත සමීකරණය සපුරාලන බව පෙන්වන්න. මෙහි y යනු B සිට P අංශුව පිහිටි ස්ථානයට ඇති දුර වේ. $y=3a+A\cos\omega t+B\sin\omega t$ යනු ඉහත අවකල සමීකරණයේ විසඳුමක් වේ. A, B හා ω සොයන්න. මෙම අංශුවෙහි චලිතයේ විස්තාරය සොයන්න. $CP=3a$ වන පරිදි අංශුවට C සිට P ක්වා චලිතයට ගතවන කාලය $\sqrt{\frac{a}{g}}\left[\pi+\alpha-\cos^{-1}\left(\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)\right]$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $\alpha=\cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ වේ.



AL API (PAPERS GROUP)

14. (a) OABC සමාන්තරාස්‍රයකි. D හා E ලක්ෂ්‍ය දෙක පිළිවෙලින් BC හා AC මත පිහිටා ඇත්තේ $BD:DC=1:2$ හා $AE:EC=2:1$ වන පරිදිය. F යනු OD හා ED රේඛා ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍යය වේ. O අචල ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ වේ. $\overrightarrow{OD}=\frac{1}{3}(3\underline{b}-\underline{a})$ බව පෙන්වන්න. $\overrightarrow{OF}=\lambda\overrightarrow{OD}$ හා $\overrightarrow{BF}=\mu\overrightarrow{BE}$ ලෙස ගනිමින් $\overrightarrow{OF}=\frac{1}{4}(3\underline{b}-\underline{a})$ බව පෙන්වන්න.

දැන් $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ යනු ඒකක දෛශික දෙකක් යැයි ගනිමු. $|\underline{a}-\underline{b}|^2=2[1-(\underline{a}\cdot\underline{b})]$ බව පෙන්වන්න.

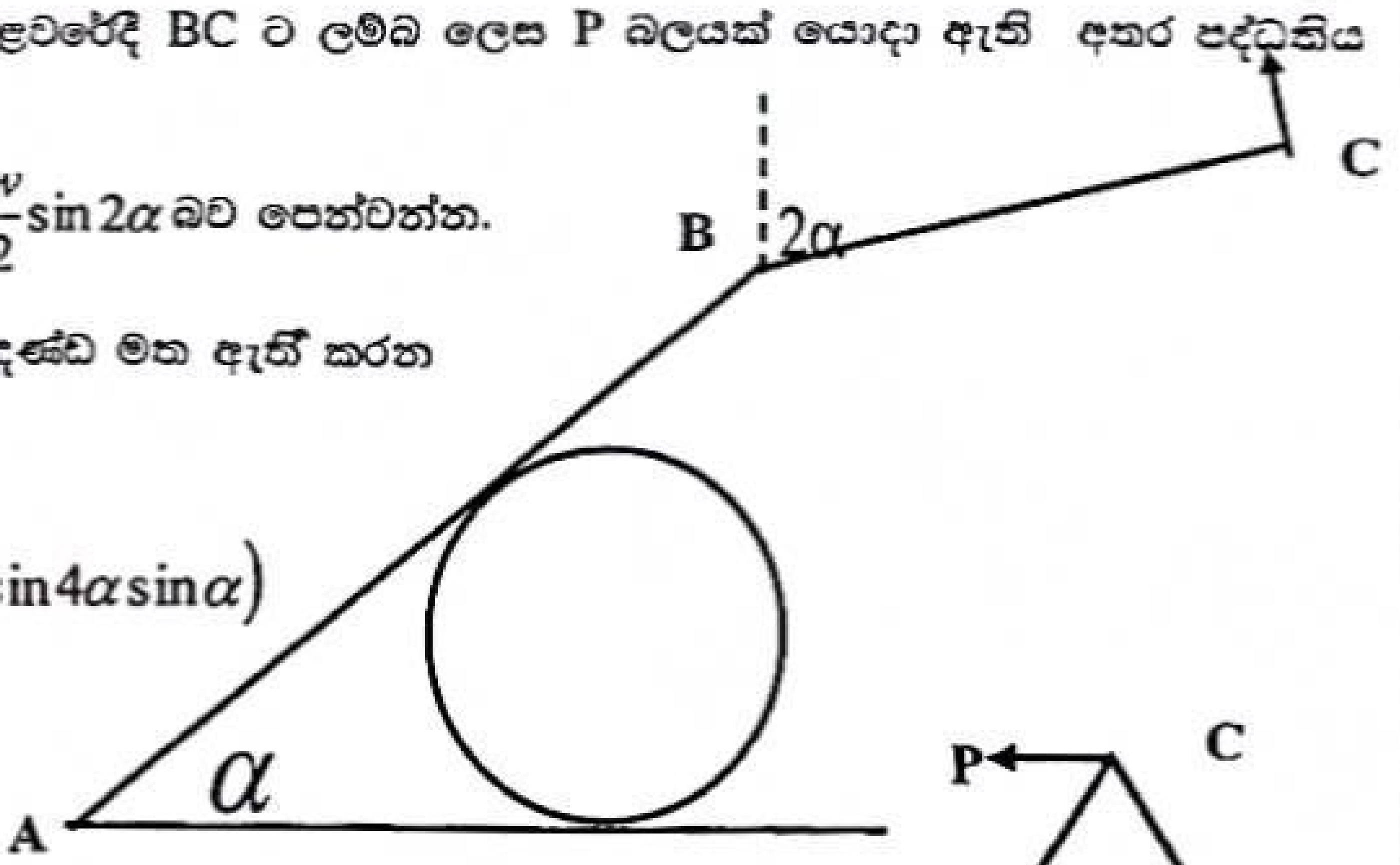
ඒ නයින් $A\hat{O}B=\theta$ ලෙස දී ඇත්නම් $\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)=\frac{1}{2}|\underline{a}-\underline{b}|$ බව අපෝහනය කරන්න.

(b) ABCDEF යනු පැත්තක දිග $2a$ වූ සවිධි ෂඩාස්‍රයකි. P, Q, R, $4P$, $2Q$, R හා $\sqrt{3}P$ බල පිළිවෙළින් AB, CB, CD, DE, FE, AF හා AE පාද දිගේ අක්ෂර පටිපාටිය දැක්වෙන අතට ක්‍රියා කරයි. බල පද්ධතිය A හිදී ක්‍රියා කරන තනි බලයකට හා බල යුග්මයකට ඌනනය කරන්න.

(i) බල පද්ධතිය, බල යුග්මයකට පමණක් තුල්‍ය වේ නම් Q හා R හි අගයන් P ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කර බල යුග්මයේ ඝූර්ණය සොයන්න.

(ii) බල පද්ධතිය AC ඔස්සේ ක්‍රියා කරන තනි බලයකට පමණක් තුල්‍ය නම් Q හා R හි අගයන් P ඇසුරෙන් සොයන්න.

15. (a) තිරස් පොළොවක සවිකරන ලද සිලින්ඩරයක සුමට වක්‍ර පෘෂ්ඨය මත දිග $2a$ ද බර w ද වූ AB ඒකාකාර දණ්ඩක් රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි තබා ඇත්තේ A කෙළවර තිරස් පොළොවට අසව් කිරීමෙන් ය. දිග $2a$ ද බර w ද වූ BC ඒකාකාර තවත් දණ්ඩක B කෙළවර සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත. AB දණ්ඩ තිරසට α කෝණයක් ආනත වන අතර BC සිරසට 2α කෝණයක් ආනත වේ. AB දණ්ඩ A ලක්ෂ්‍යයෙ සිට $\frac{3a}{2}$ දුරක දී සිලින්ඩරය ස්පර්ශ කරයි. C කෙළවරේදී BC ට ලම්බ ලෙස P බලයක් යොදා ඇති අතර පද්ධතිය සිරස් තලයක සමතුලිතතාවයේ පවතී. $P=\frac{w}{2}\sin 2\alpha$ බව පෙන්වන්න.

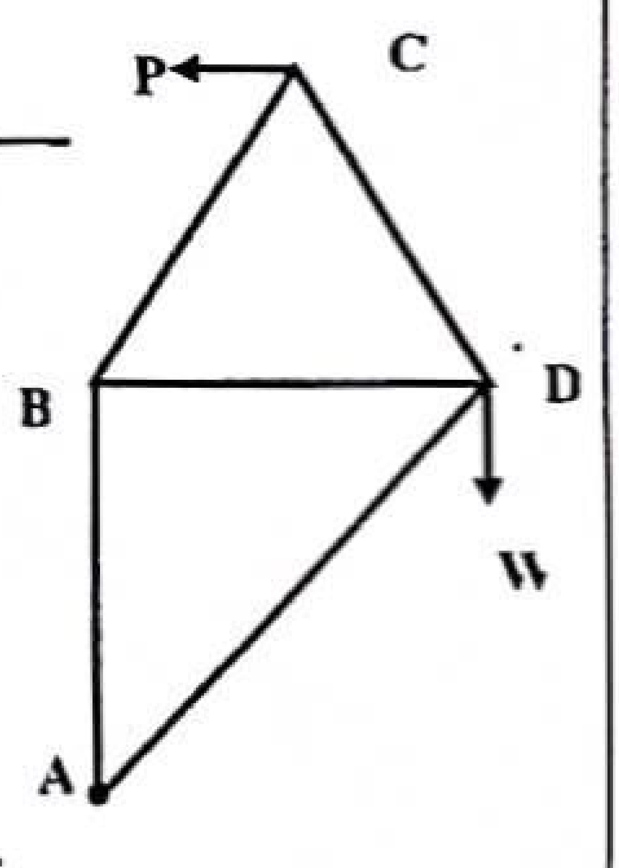


සිලින්ඩරයේ වක්‍ර පෘෂ්ඨය මගින් AB දණ්ඩ මත ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය R නම්

$$R=\frac{w}{3}\left(6\cos\alpha-2\sin^2 2\alpha\cos\alpha-\sin 4\alpha\sin\alpha\right)$$

බව පෙන්වන්න.

(b) රූපයේ පෙන්වා ඇති රාමු සැකිල්ල, අන්තවලදී සුමට ලෙස සන්ධි කළ AB, BC, CD, DA හා BD සැහැල්ලු දඬු පහකින් සමන්විත වේ. AD හැරුණ විට අනෙක් සියලුම දඬුවල දිග a බැගින් වේ. D හිදී w භාරයක් එල්ලා A කෙළවර අචල ලක්ෂ්‍යයකට සුමටව අසව් කර AB සිරස්ව ඇතිව පද්ධතිය සිරස් තලයක තබා ඇත්තේ එයට C සන්ධියේදී තිරස්ව යෙදූ P බලයක් මගිනි.



(i) $P=Kw$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $K=\frac{2}{2+\sqrt{3}}$ වේ.

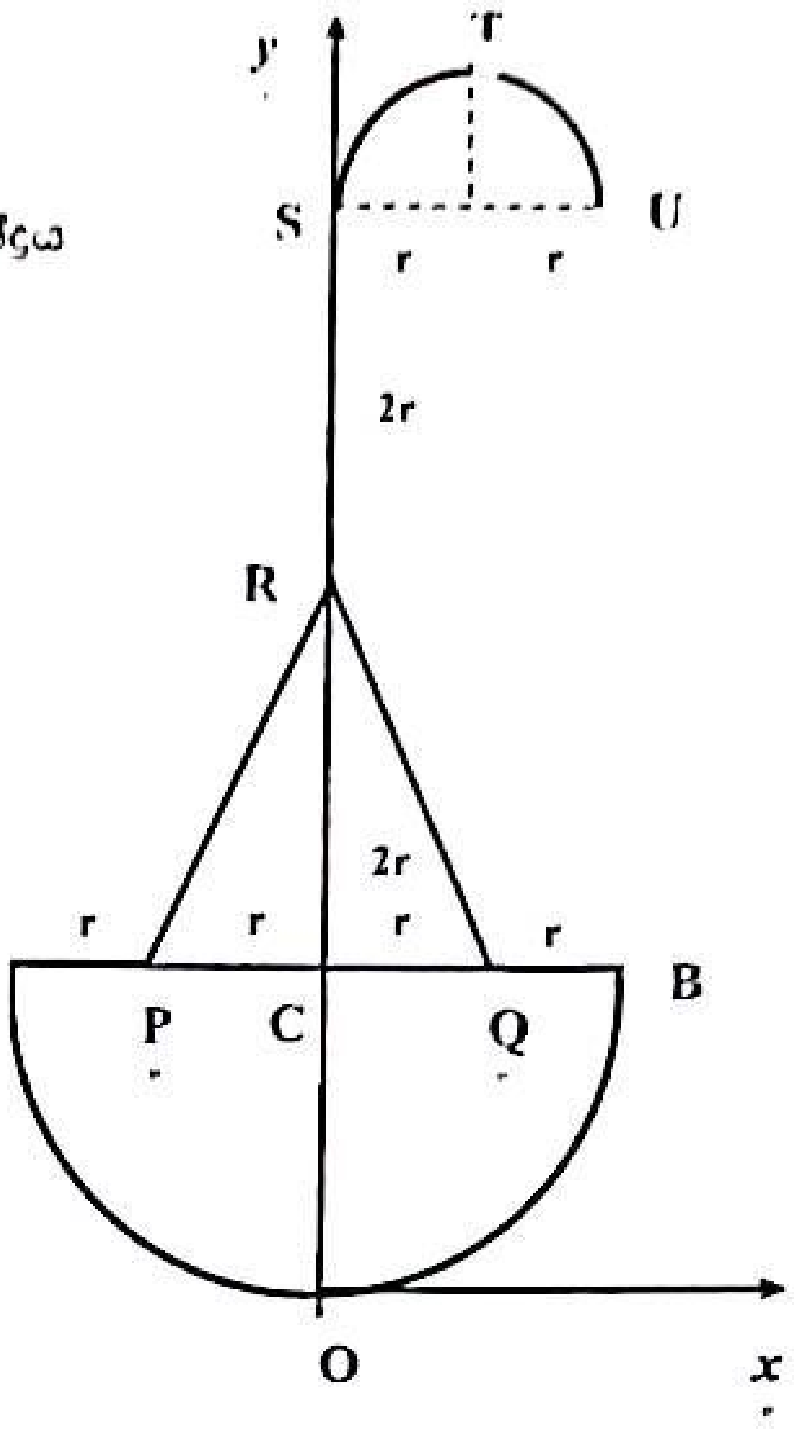
(ii) බෝ අංකනය භාවිතයෙන් ප්‍රත්‍යාබල රූපසටහනක් අඳින්න. ඒ නයින් සියලු ම දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල, ඒවා ආතති ද තෙරපුම් ද යන්න ප්‍රකාශ කරමින් සොයන්න.

CamScanner

16. අනුකලනය යොදා ගනිමින්

(i) අරය a වූ තුනී ඒකාකාර අර්ධ වෘත්තාකාර කම්බියක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{2a}{\pi}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

(ii) උස h වූ ඒකාකාර ඝන සෘජු කේතුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි ශීර්ෂයේසිට $\frac{3}{4}h$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.



රූපයේ පෙන්වා ඇති ආකාරයට අරය $2r$ වූ ඝන අර්ධ ගෝලයක් හා ආධාරකයේ අරය r ද උස $2r$ ද වූ ඝන කේතුවක් එකිනෙකට පාස්සා ඇත්තේ ඝන අර්ධ ගෝලයේ කේන්ද්‍රය හා කේතුවේ ආධාරකයේ කේන්ද්‍රය එකිනෙක සම්පාත වන පරිදිය. මේවා සාදා ඇති ද්‍රව්‍යයේ ඝනත්වය σ වේ. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි මෙම වස්තුව දිග $2r$ වන RS ඒකාකාර කම්බියක කොටසකින් ද අරය r වන STU අර්ධ වෘත්තාකාර කොටසකින්ද සමන්විත වේ. කම්බියේ රේඛීය ඝනත්වය $\pi\sigma r^2$ වේ. මෙම සංයුක්ත වස්තුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම $G \equiv (\bar{x}, \bar{y})$ වේ නම් $\bar{x} = \frac{\pi r}{\pi + 8}$ බව ද $\bar{y} = \frac{18\pi + 61}{3(\pi + 8)} r$ බව ද පෙන්වන්න.

දැන් සංයුක්ත වස්තුවේ අර්ධ ගෝලාකාර කොටස සුමට තිරස් ගෙබිමක් මත තබනු ලැබේ. AB තිරස්ව පවත්වා ගැනීම සඳහා දාරය මත AB ට ලම්බව A හිදී යෙදිය යුතු බලය F නම් $F = \frac{\pi^2 r^3 \sigma g}{2}$ බව පෙන්වන්න.

17. (a) නොනැඹුරු ඝනකාකාර A දාදු කැටයක් එහි වෙන් වෙන් මුහුණත් හය මත 1, 2, 2, 2, 3, 5 පෙන්වයි. A දාදු කැටය දෙවරක් උඩ දමනු ලැබේ. ලැබුණු සංඛ්‍යා දෙකෙහි ඓක්‍යය 4 වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

මුහුණත් මත වූ සංඛ්‍යා හැරුණු විට, අන් සෑම අයුරකින් ම A ට සර්වසම තවත් B දාදු කැටයක් එහි වෙන් වෙන් මුහුණත් හය මත 1, 1, 2, 2, 3, 5 පෙන්වයි. B දාදු කැටය දෙවරක් උඩ දමනු ලැබේ. ලැබුණු සංඛ්‍යා දෙකෙහි ඓක්‍යය 4 වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

දැන්, A හා B දාදු කැට දෙක පෙට්ටියකට දමනු ලැබේ. එක් දාදු කැටයක් සසම්භාවී ලෙස පෙට්ටියෙන් ඉවතට ගෙන දෙවරක් උඩ දමනු ලැබේ. ලැබුණු සංඛ්‍යා දෙකෙහි ඓක්‍යය 4 බව දී ඇති විට, පෙට්ටියෙන් ඉවතට ගත් දාදු කැටය, A දාදු කැටය වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(b) කුඩා ලෝහ බෝල 50 කින් සමන්විත කුලකයක විෂ්කම්භවල සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පහත දැක්වෙන වගුවේ දී ඇත.

(i) විෂ්කම්භවල ව්‍යාප්තියේ පළමු චතුර්ථකය ගණනය කරන්න.

(ii) විෂ්කම්භවල ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය ගණනය කරන්න.

විෂ්කම්භය (cm)	කුඩා බෝල සංඛ්‍යාව
1.1 - 1.2	2
1.2 - 1.3	8
1.3 - 1.4	10
1.4 - 1.5	15
1.5 - 1.6	12
1.6 - 1.7	3

කුඩා ලෝහ බෝල 100ක තවත් කුලකයක් සඳහා විෂ්කම්භවල මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය පිළිවෙළින් 1.44 හා 0.42 බව දී ඇත. ලෝහ බෝල 150 හි සංයුක්ත කුලකයේ විෂ්කම්භවල මධ්‍යන්‍යය හා විචලතාව සොයන්න.

***

CamScanner

DEPARTMENT OF EDUCATION

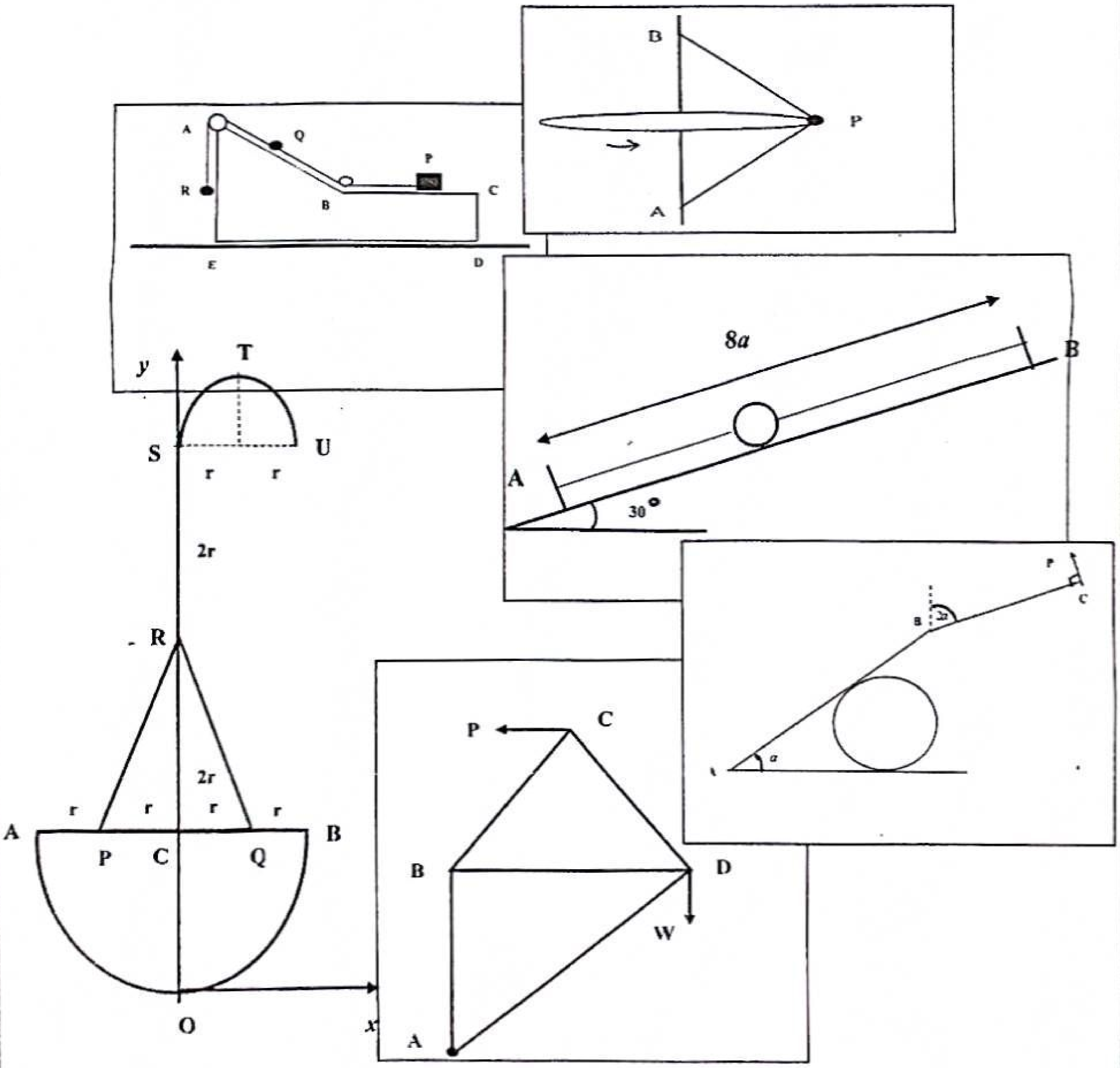
CENTRAL PROVINCE

AL API (PAPERS GROUP)

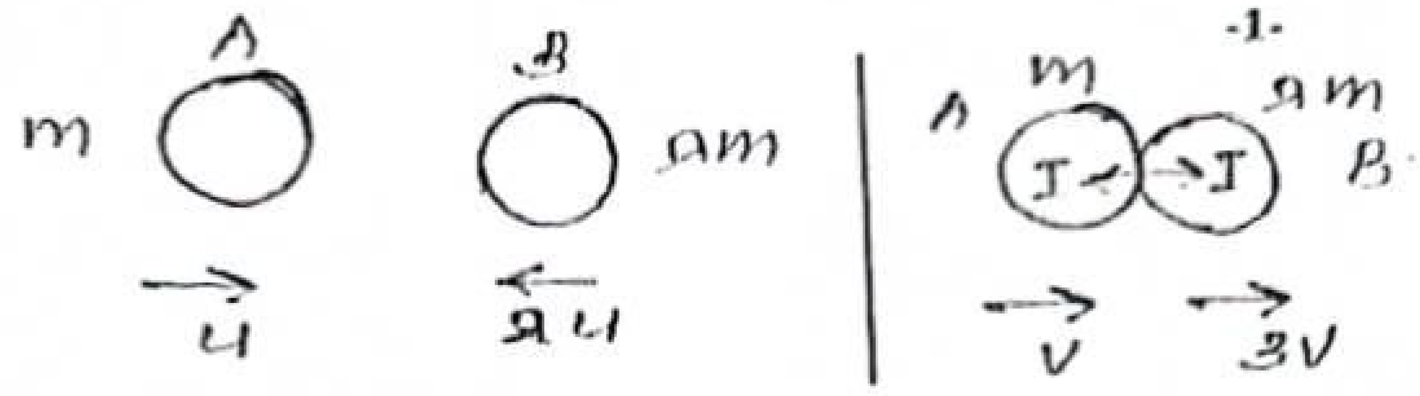
G.C.E. (A/L) Examination – 2024

Combined Mathematics II

Marking Scheme



01.



$\frac{v_A}{v_B} = \frac{1}{3}$

Apply $\underline{I} = \Delta m\underline{v}$ to the whole system

$$0 = (mv + 2m.3v) - (mu - 2m.2u) \quad (10)$$

$$(1 + 3\lambda)v = (1 - 2\lambda)u \quad \text{—} (1)$$

Newton's Law of Restitution

$$v - 3v = -\frac{1}{3}(u + 2u) \quad (5)$$

$$v = \frac{u}{2} \quad (5)$$

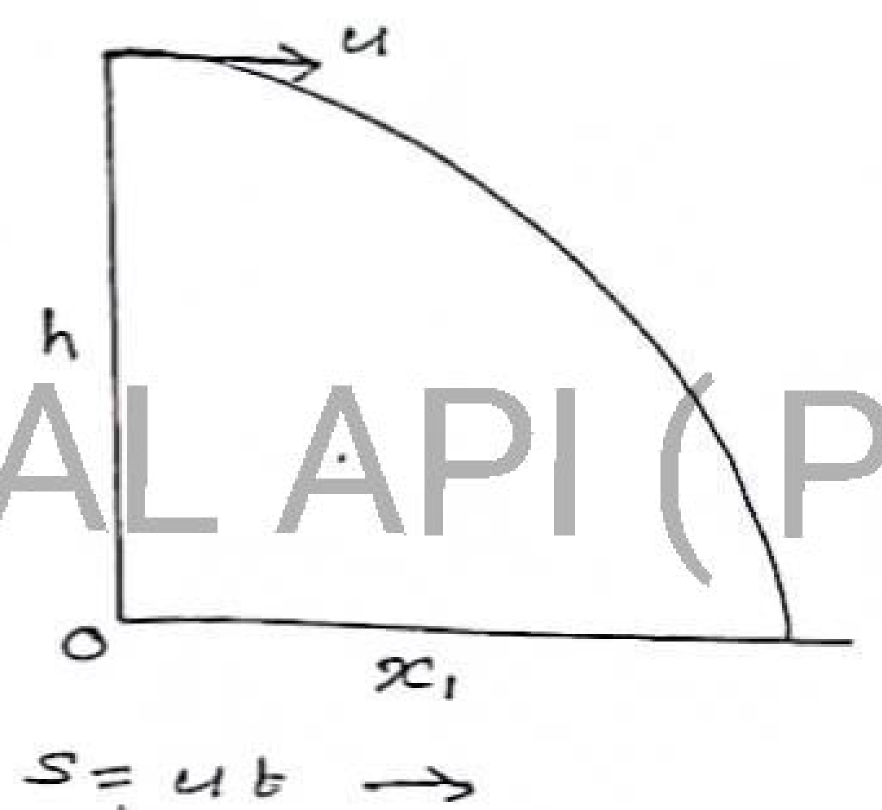
$$(1) \Rightarrow (1 + 3\lambda)\frac{u}{2} = (1 - 2\lambda)u$$

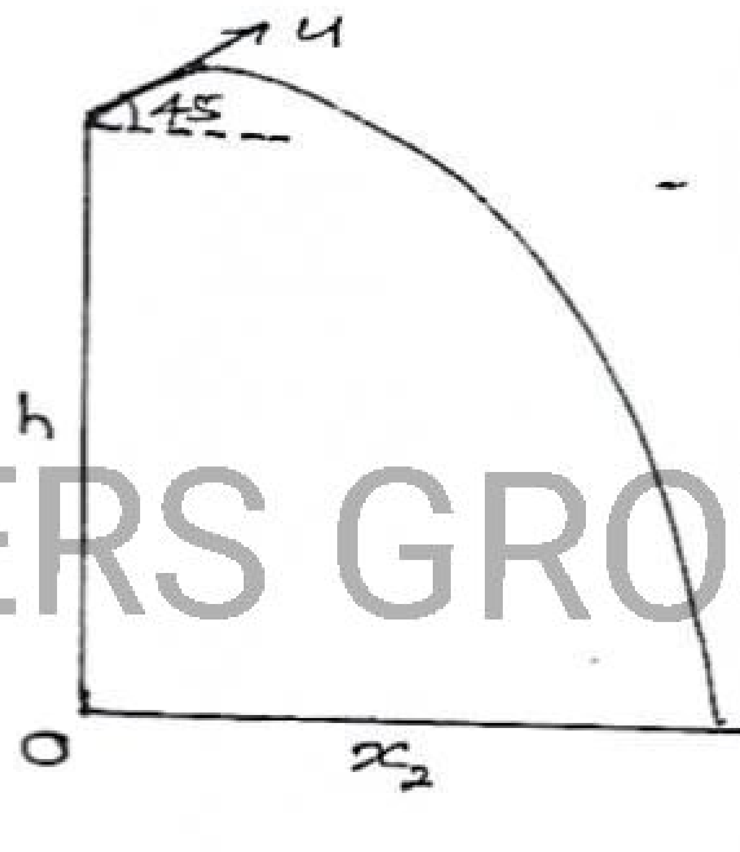
$$1 + 3\lambda = 2 - 4\lambda$$

$$\lambda = \frac{1}{7} \quad (5)$$

25

02.





AL API (PAPERS GROUP)

$s = ut \rightarrow$

$x_1 = ut$

$s = ut + \frac{1}{2}at^2 \uparrow$ (5)

$-h = -\frac{1}{2}gt^2$

$h = \frac{1}{2}gt^2$ — (1)

$s = ut \rightarrow$ (5)

$x_2 = u.\frac{1}{\sqrt{2}}T$

$s = ut + \frac{1}{2}at^2 \uparrow$ (5)

$-h = u.\frac{1}{\sqrt{2}}T - \frac{1}{2}gT^2$ — (2)

From (1) & (2)

$-\frac{1}{2}gt^2 = \frac{uT}{\sqrt{2}} - \frac{gT^2}{2}$ (5)

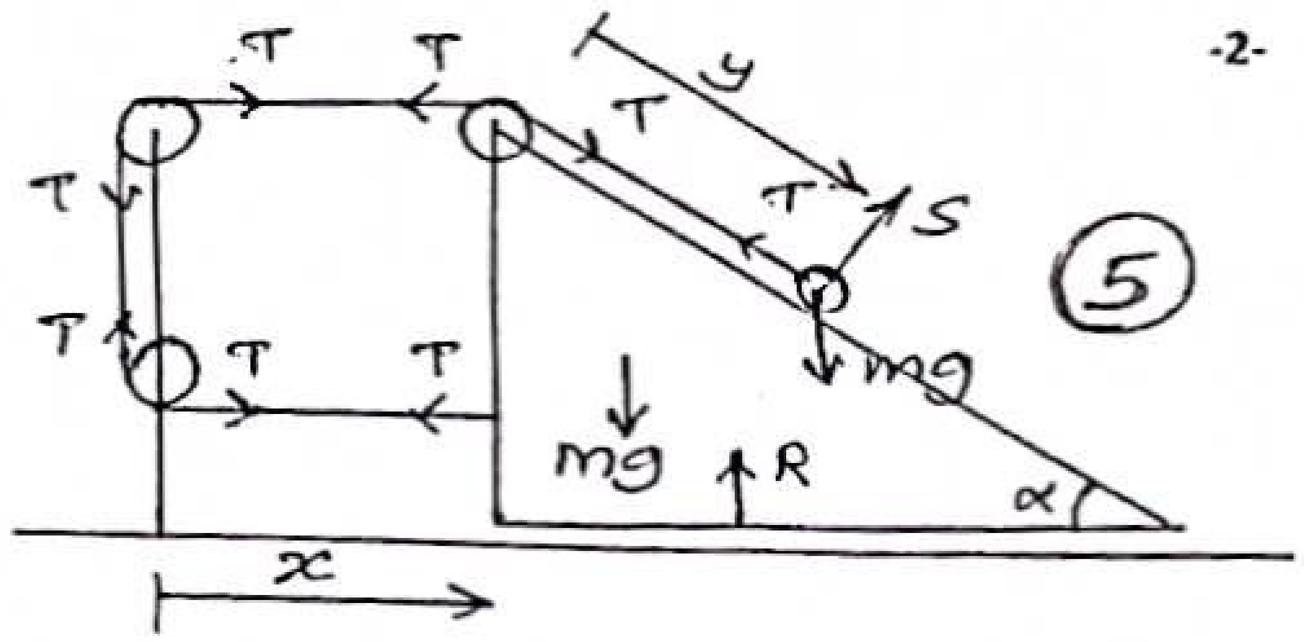
$T^2 - \frac{\sqrt{2}u}{g}T - t^2$

$\left(T - \frac{u}{\sqrt{2}g}\right)^2 - t^2 - \frac{u^2}{2g^2} = 0$

$T = \frac{u}{\sqrt{2}g} + \sqrt{t^2 + \frac{u^2}{2g^2}}$ (5)

25

03.

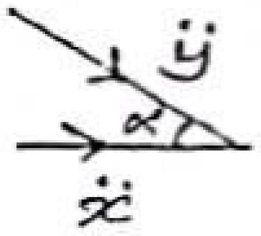


(5)

$a_{m,E} = \overrightarrow{\ddot{x}}$

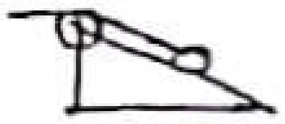
$a_{m,M} =$

$a_{m,E} = a_{m,M} + a_{m,E}$

$a_{m,E} =$ 

Apply $s = ut + \frac{1}{2}at^2 \longrightarrow$

$a = \frac{1}{2}\ddot{x}\,t^2$ — ① (5)

Apply $\underline{F} = m\underline{a}$ to  $\longrightarrow$

$2T = M\ddot{x} + m(\ddot{x} + \ddot{y}\cos\alpha)$ — ② (5)

Apply $F = ma$ to m $\searrow$

$mg\sin\alpha - T = m(\ddot{y} + \ddot{x}\cos\alpha)$ — ③ (5)

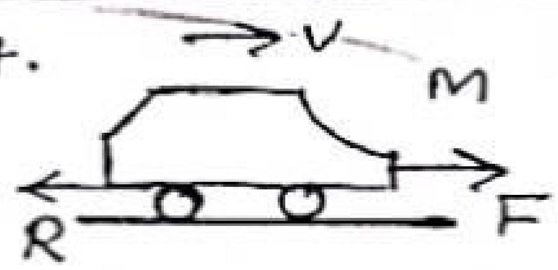
For length of the string

$2x + y + l' = l \Rightarrow 2\dot{x} + \dot{y} = 0$

$2\ddot{x} + \ddot{y} = 0$ — ④ (5)

25

04.



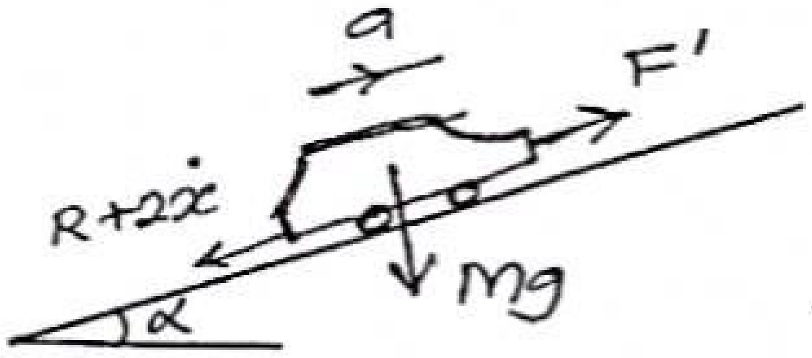
power $H = F.V$

Apply $\underline{F} = m\underline{a} \longrightarrow$

$F - R = M.0$ (5)

$F = R$

Power $H = RV$ (5)



Power $H = F' \cdot \frac{V}{2}$

$RV = \frac{F'V}{2}$ (5)

$F' = 2R$

Apply $\underline{F} = m\underline{a}$ to the car $\nearrow$

$F' - (R + 2\dot{x}) - Mg\sin\alpha = Ma$ (5)

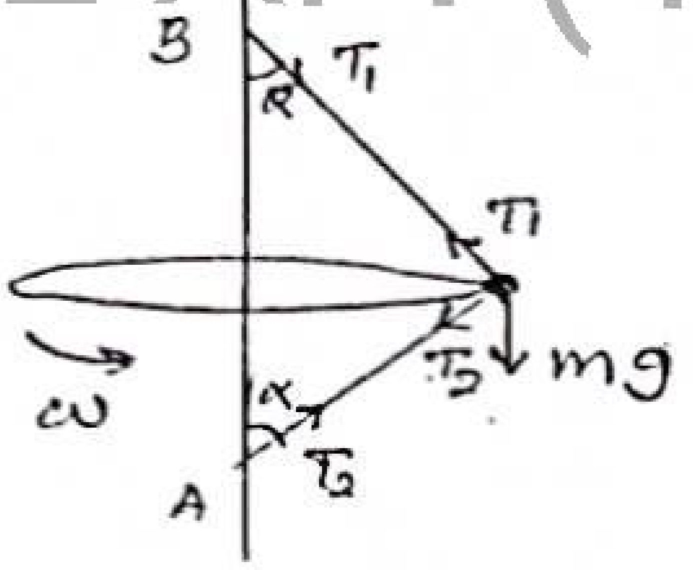
$2R - R - 2\cdot\frac{V}{2} + Mg\sin\alpha = Ma$

$a = \frac{R}{M} - \frac{V}{M} - g\sin\alpha$ (5)

25

AL API (PAPERS GROUP)

05.



(5)

Apply $\underline{F}=m\underline{a}$ to m ↑

$T_1 \cos\alpha - T_2 \cos\alpha - mg = m.0$

$T_1 - T_2 = mg \sec\alpha$ —— ① (5)

Apply $\underline{F}=m\underline{a}$ to m ←

$T_1 \sin\alpha + T_2 \sin\alpha = m\, l \sin\alpha\, \omega^2$

$T_1 + T_2 = ml\omega^2$ —— ② (5)

① + ② $\quad 2T_1 = m\,(g\sec\alpha + l\omega^2)$

$T_1 = \frac{m}{2}\,(g\sec\alpha + l\omega^2)$ (5)

① − ② $\quad 2T_2 = m\,(l\omega^2 - g\sec\alpha)$ (5)

$T_2 = \frac{m}{2}\,(l\omega^2 - g\sec\alpha) > 0 \Rightarrow \omega^2 > \frac{g}{l}\sec\alpha$

25

06. $\underline{a} = \alpha\,\underline{i} + 2\,\underline{j}$

$\underline{b} = 3\,\underline{i} + \beta\,\underline{j}$

$\underline{c} = \underline{i} + \underline{j}$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$

$= -\underline{a} + \underline{b}$

$= \underline{b} - \underline{a}$

$= (3-\alpha)\,\underline{i} + (\beta-2)\,\underline{j}$ (5)

since $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{OC}$

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OC} = 0$ (5)

$[(3-\alpha)\,\underline{i} + (\beta-2)\,\underline{j}] \cdot (\underline{i} + \underline{j}) = 0$

$3 - \alpha + \beta - 2 = 0$

$\alpha - \beta = 1$ —— ①

$|\overrightarrow{AB}| = 2\sqrt{2}$

$\sqrt{(3-\alpha)^2 + (\beta-2)^2} = 2\sqrt{2}$ (5)

$(3-\alpha)^2 + (\beta-2)^2 = 8$

$[3-(1+\beta)]^2 + (\beta-2)^2 = 8$

$(\beta-2)^2 + (\beta-2)^2 = 8$

$(\beta-2)^2 = 4$

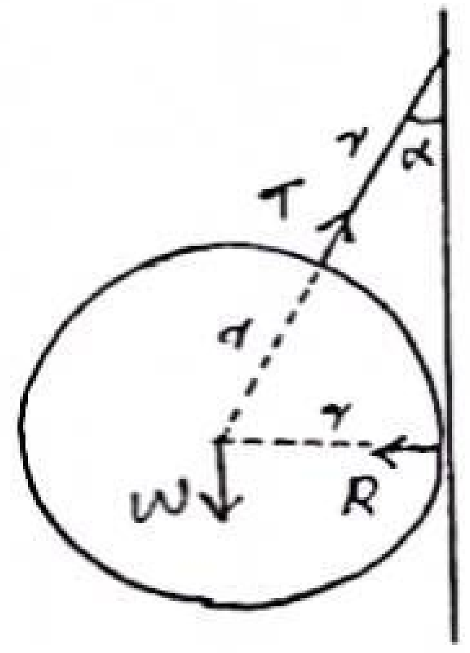
$\beta - 2 = \pm 2$

$\beta = 4 \;\rightarrow\; \alpha = 5$ (5)

$\beta = 0 \;\rightarrow\; \alpha = 1$ (5)

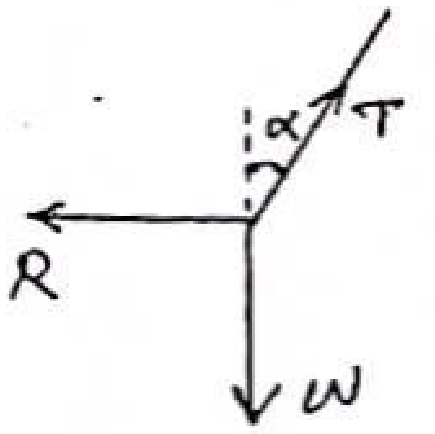
25

07.



$\sin\alpha = \frac{r}{2r} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6}$

(5)



Apply Lami's Rule (10)

$$\frac{R}{\sin(\pi-\alpha)} = \frac{T}{\sin 90} = \frac{W}{\sin(90+\alpha)}$$

$$\frac{R}{\sin\alpha} = \frac{T}{1} = \frac{W}{\cos\alpha}$$

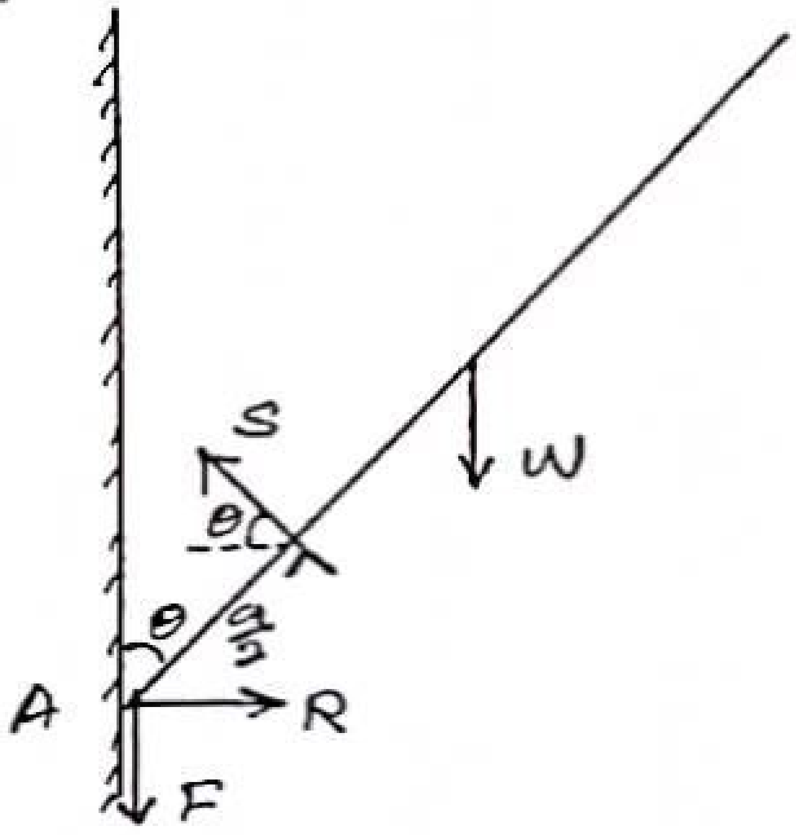
(5)

$R = W\tan\alpha = W\tan\frac{\pi}{6} = \frac{W}{\sqrt{3}}$

$T = W\sec\alpha = \frac{W}{\cos\frac{\pi}{6}} = \frac{2W}{\sqrt{3}}$

(5) 25

08.



For equilibrium of the rod AB

$\rightarrow$ $R - S\cos\theta = 0$ — ① (5)

$\uparrow$ $S\sin\theta - F - W = 0$ — ② (5)

taking moments about A

$S.\frac{a}{2} - W.a\sin\theta = 0$ (5)

① $\Rightarrow$ $S = 2W\sin\theta$

$R = 2W\sin\theta\cos\theta$

$= W\sin 2\theta$

② $\Rightarrow$ $F = 2W\sin^2\theta - W$

$= -W\cos 2\theta$ (5)

For eq^m

$\mu \geq \left|\frac{F}{R}\right|$ (5) $\mu \geq \cot 2\theta$

$\mu \geq \left|\frac{-W\cos 2\theta}{W\sin 2\theta}\right|$

25

AL API (PAPERS GROUP)

09. $P(A) = x$

$P(B) = x - \frac{3}{10}$

$P(A \cup B) = \frac{23}{50}$

$P(A \cap B) = P(A)\,P(B)$ since A & B independent (5)

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= P(A) + P(B) - P(A)\,P(B)$ (5)

$\frac{23}{50} = x + x - \frac{3}{10} - x\left(x - \frac{3}{10}\right)$

$x^2 - \frac{23}{10}x + \frac{38}{50} = 0$

$\left(x - \frac{23}{20}\right)^2 + \frac{38}{50} - \frac{529}{400} = 0$

$x - \frac{23}{20} = \pm\sqrt{\frac{225}{400}}$

$x = \frac{23}{20} - \frac{15}{20} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$ (5)

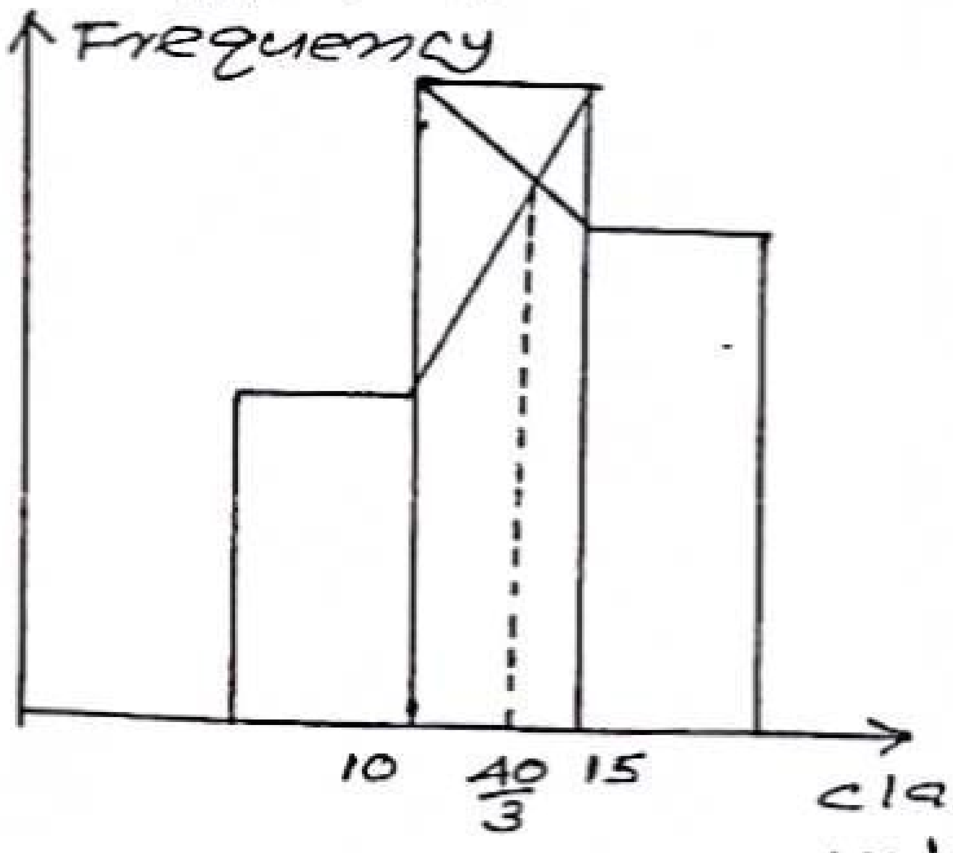
$P(A'|B') = \frac{P(A' \cap B')}{P(B')}$ (5)

$= \frac{P(A \cup B)'}{1 - P(B)} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(B)} = \frac{1 - \frac{23}{50}}{1 - \frac{1}{10}} = \frac{3}{5}$ (5)

25

10. $f_1 + f_2 + 18 = 40$ (5)

$f_1 + f_2 = 22$ — ①



$\frac{f_1 - 8}{f_1 - f_2} = \frac{\frac{40}{3} - 10}{15 - \frac{40}{3}}$ (5)

$= 2$

$f_1 - 8 = 2f_1 - 2f_2$

$-f_1 + 2f_2 = 8$ — ② (5)

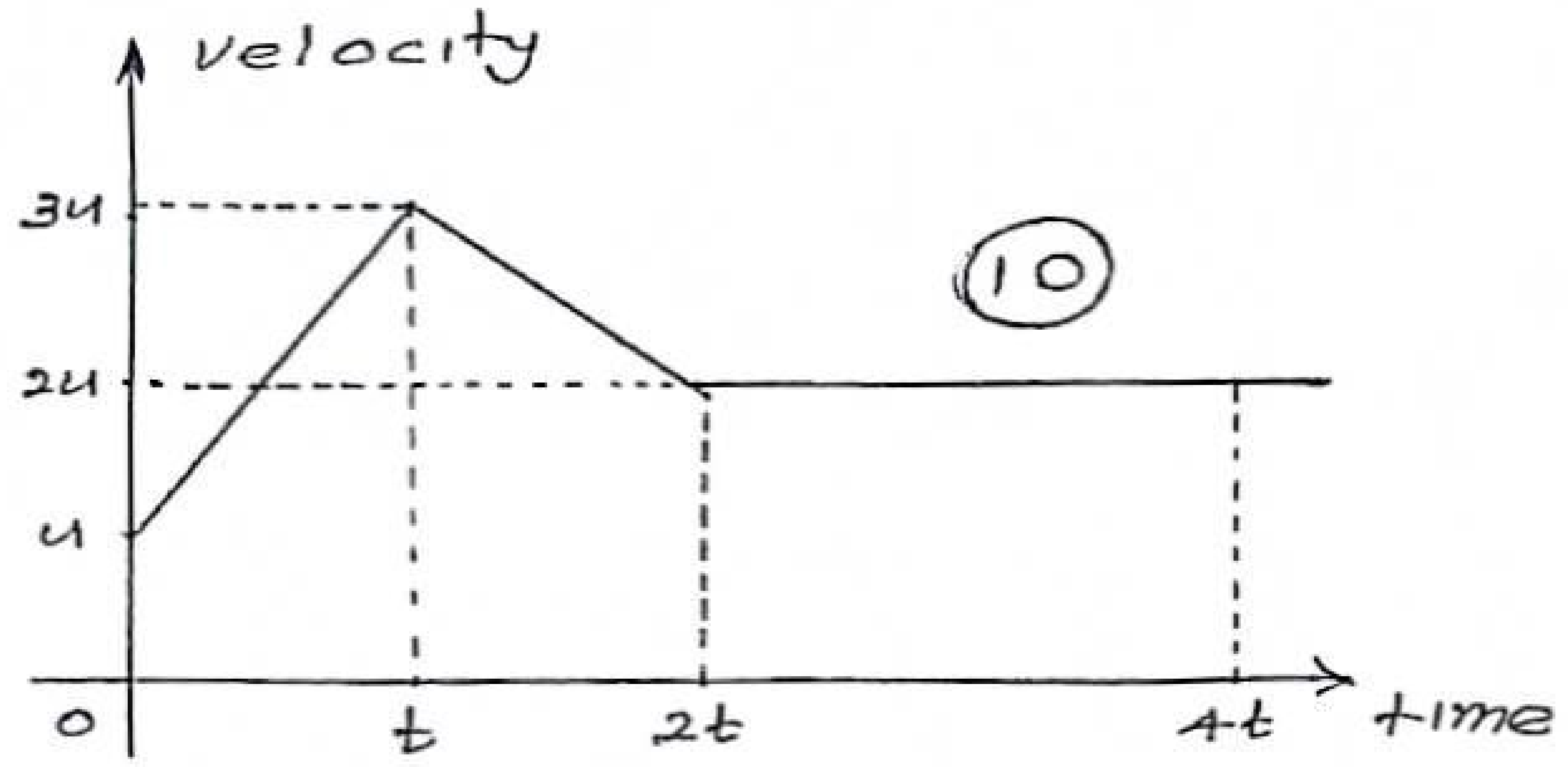
① + ②

$2f_2 = 30$

$f_2 = 15$ (5) $f_1 = 12$ (5)

25

11.(a)



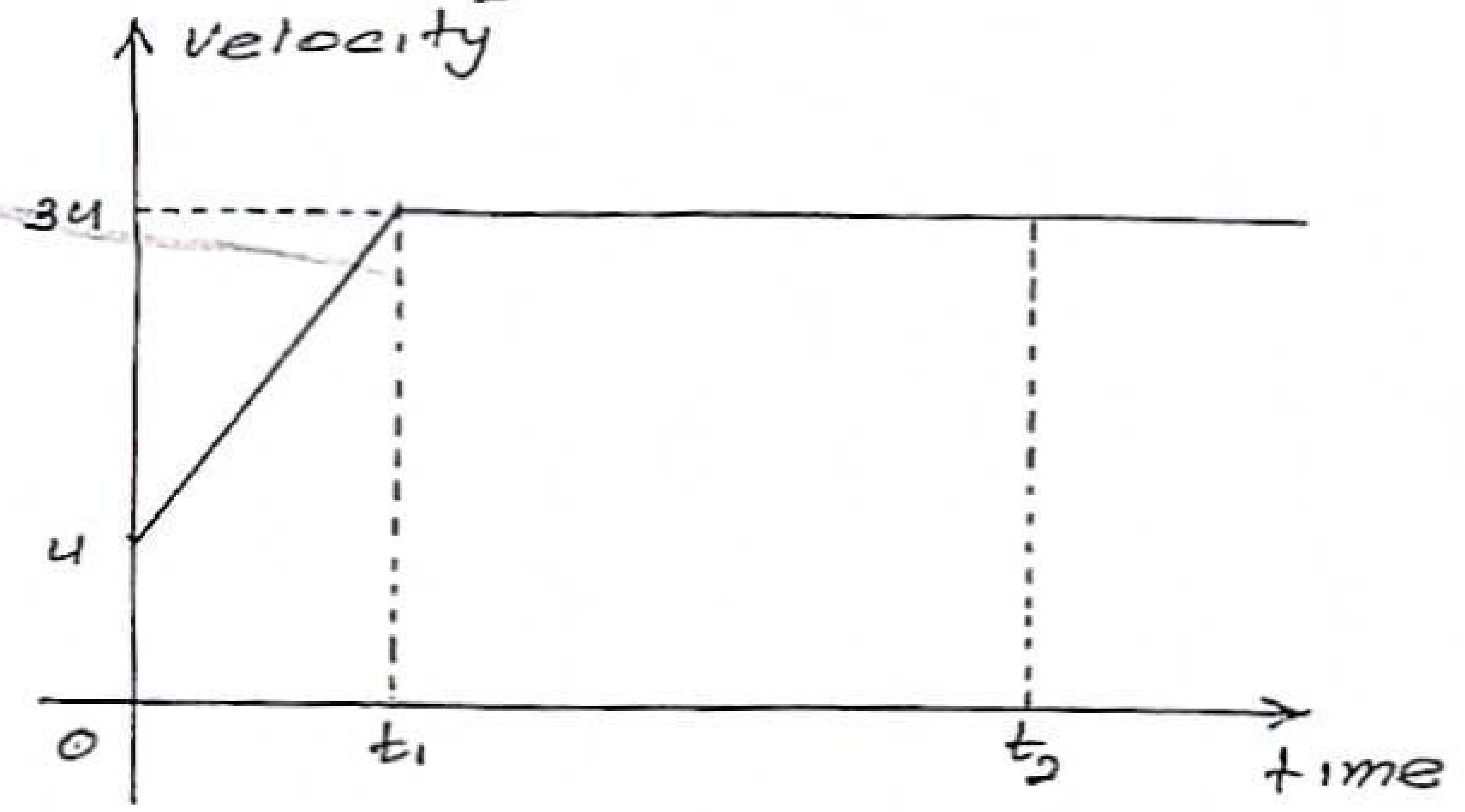
(10)

Total displacement

$$d = \frac{1}{2}(u+3u)t + \frac{1}{2}(3u+2u)t + 2u.2t$$ (10)

$$= 2ut + \frac{5ut}{2} + 4ut$$

$$= \frac{17ut}{2}$$ (5)



(5)

By equating acc^{ns}

$$\frac{3u-u}{t} = \frac{3u-u}{t_1} \Rightarrow t_1 = t$$

For displacement

$$d = \frac{1}{2}(u+3u)t_1 + 3u(t_2-t_1)$$ (5)

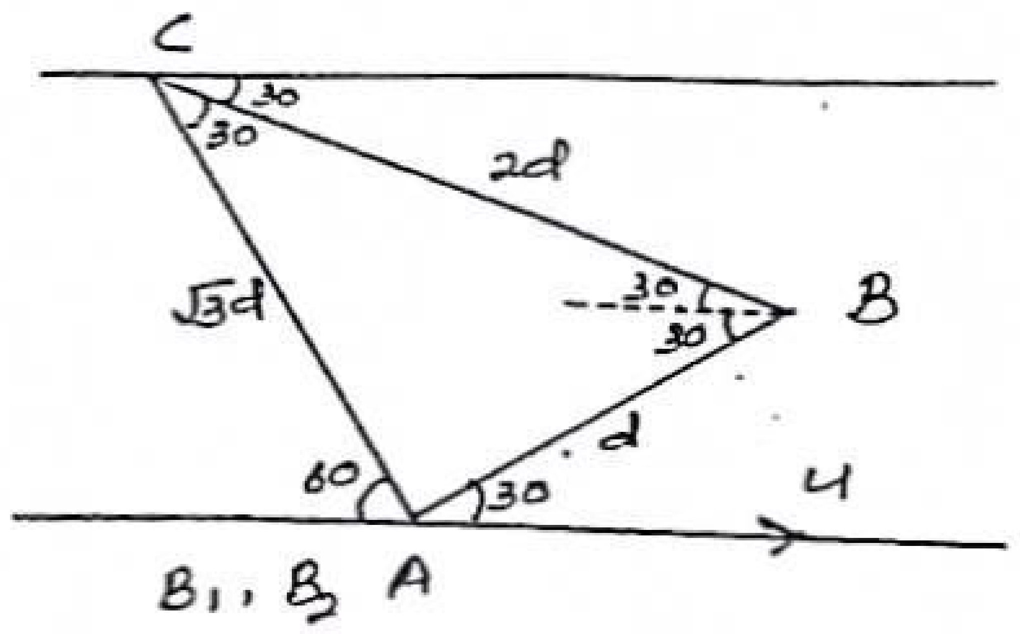
$$= 2ut_1 + 3ut_2 - 3ut_1$$

$$\frac{17ut}{2} = u[3t_2 - t]$$ (5)

$$t_2 = \frac{19t}{6}$$ (5) $\quad t_2 < 4t$ (5)

50

(b)

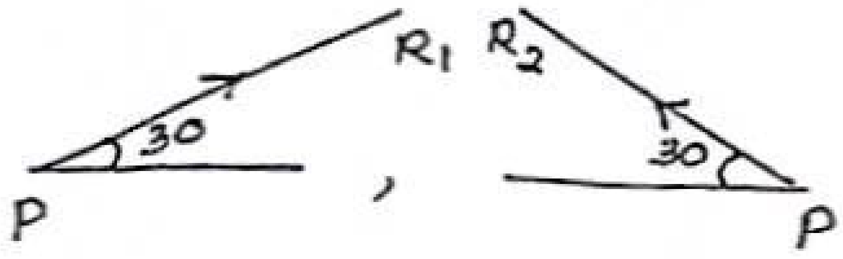


$V_{B_1,W} = V$

$V_{W,E} = \xrightarrow{u}$

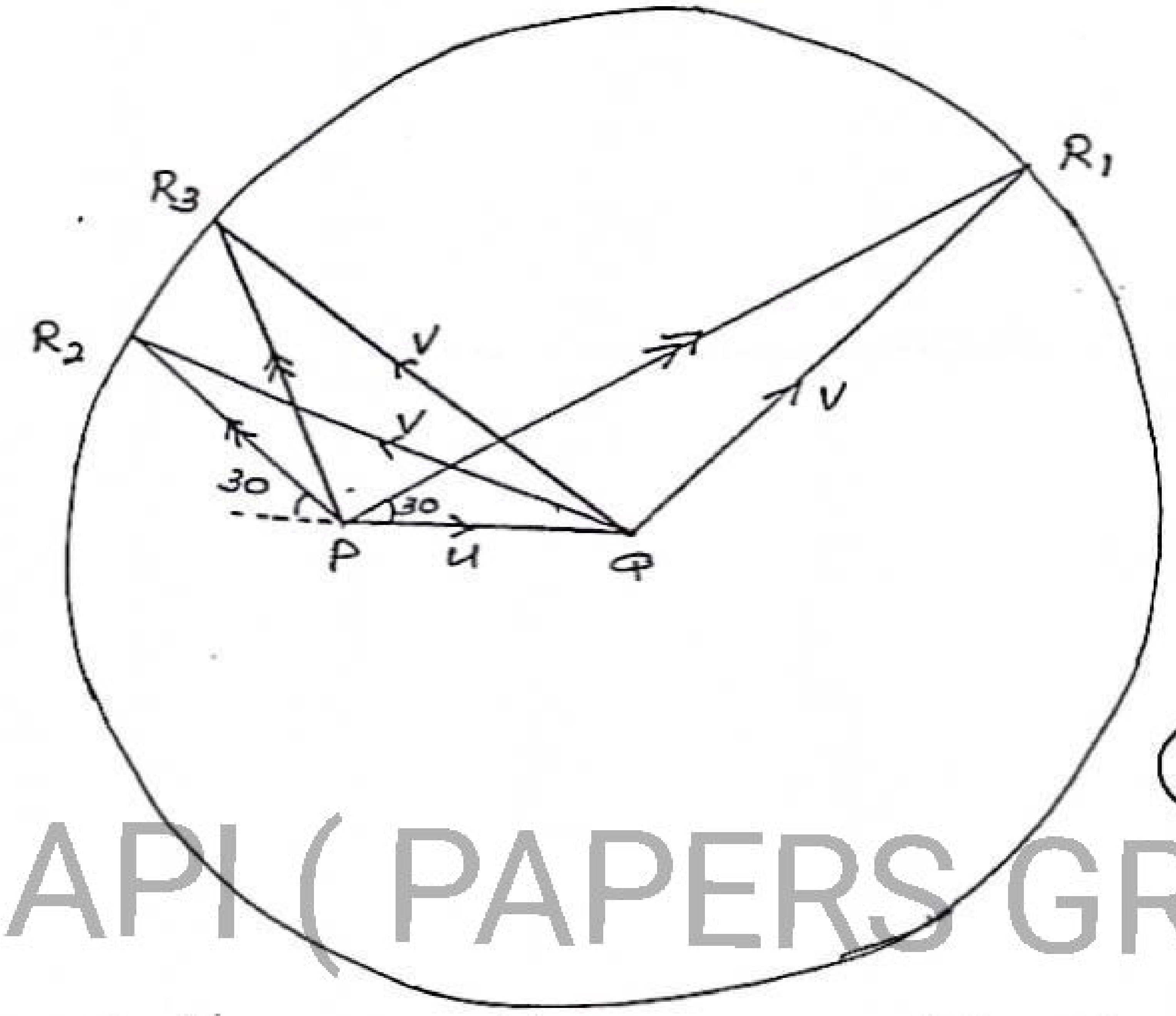
$V_{B_1,E} =$

$V_{B_1,E} = V_{B_1,W} + V_{W,E}$



$= V +$

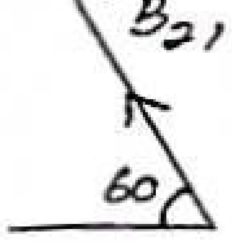
(5)



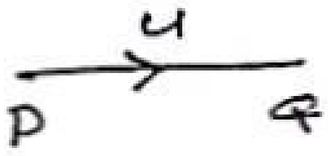
(30)

AL API (PAPERS GROUP)

$V_{B_2,E} = V_{B_2,W} + V_{W,E}$ (5)



$= V +$



By equating $\perp^r$ dist.

$V \sin\alpha = u \sin 30$ (5)

$\sin\alpha = \dfrac{u}{2V}$

$\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{4V^2 - u^2}}{2V}$

$|\overrightarrow{PR_1}| = u\cos 30 + V\cos\alpha$

$= \dfrac{\sqrt{3}}{2}u + V \cdot \dfrac{\sqrt{4V^2 - u^2}}{2V}$ (5)

$= \dfrac{1}{2}\left[\sqrt{3}u + \sqrt{4V^2 - u^2}\right]$ (5)

$|\overrightarrow{PR_2}| = \dfrac{1}{2}\left[\sqrt{4V^2 - u^2} - \sqrt{3}u\right]$

$|\overrightarrow{PR_3}| = v\cos\beta - u\cos 60$ (5)

By equating perpendicular distance

$v\sin\beta = u\sin 60$

$\sin\beta = \frac{\sqrt{3}u}{2v}$ (5) $\cos\beta = \frac{\sqrt{4v^2-3u^2}}{2v}$

$|\overrightarrow{PR_3}| = \frac{1}{2}\left[\sqrt{4v^2-3u^2} - u\right]$ (5)

The time taken to approach the point C for B_1,

$$T_1 = \frac{d}{|\overrightarrow{PR_1}|} + \frac{2d}{|\overrightarrow{PR_2}|}$$ (5)

$$= \frac{d\left[|\overrightarrow{PR_2}| + 2|\overrightarrow{PR_1}|\right]}{|\overrightarrow{PR_1}|\,|\overrightarrow{PR_2}|}$$

$$= \frac{\frac{d}{2}\left[\sqrt{4v^2-u^2} - \sqrt{3}u + 2\sqrt{3}u + 2\sqrt{4v^2-u^2}\right]}{\frac{1}{4}\left[\sqrt{4v^2-u^2}+\sqrt{3}u\right]\left[\sqrt{4v^2-u^2}-\sqrt{3}u\right]}$$ (5)

$$= \frac{d\left[3\sqrt{4v^2-u^2}+\sqrt{3}u\right]}{2(v^2-u^2)}$$ (5)

The time taken to approach the point C for B_2,

$$T_2 = \frac{\sqrt{3}d}{|\overrightarrow{PR_3}|}$$ (5)

$$= \frac{2\sqrt{3}d}{\sqrt{4v^2-3u^2}-u}$$

$$= \frac{\sqrt{3}d\left[\sqrt{4v^2-3u^2}+u\right]}{2(v^2-u^2)}$$ (5)

$$T_1 - T_2 = \frac{d}{2(v^2-u^2)}\left[3\sqrt{4v^2-u^2} - \sqrt{3}\sqrt{4v^2-3u^2}\right]$$

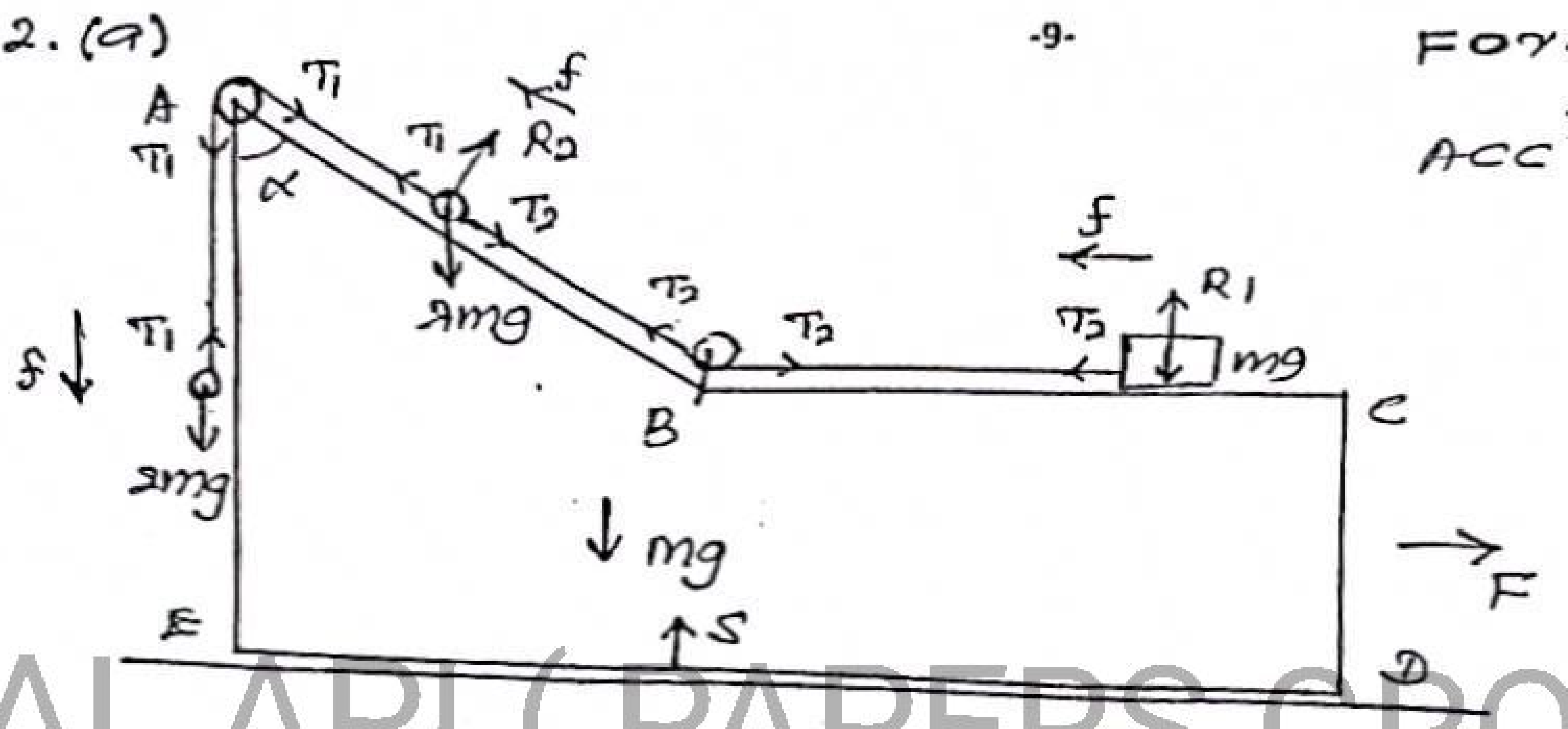
$$= \frac{\sqrt{3}d}{2(v^2-u^2)}\left[\sqrt{3(4v^2-u^2)} - \sqrt{4v^2-3u^2}\right]$$ (5)

100

12. (a)

Forces (10)

Acc^{ns} (10)



AL API (PAPERS GROUP)

$a_{m,E} = \overset{F}{\rightarrow}$

$a_{2m,E} =$ (F →, f along incline at α)

$a_{2m,E} = a_{2m,M} + M a_{m,E}$

$= \downarrow f + 0$

$a_{2m,E} = \downarrow f$

$a_{m,E} = \overset{F-f}{\rightarrow}$

Apply $\underline{F} = m\underline{a}$ to the whole system $\longrightarrow$

$0 = MF + 2m.0 + 2m.(F - f\sin\alpha) + m(F-f)$ (15)

$0 = (M + 2m + m)F - (1 + 2\sin\alpha)m$

$f = \dfrac{(M + 2m + m)F}{(1 + 2\sin\alpha)m}$ (5)

Apply $\underline{F} = m\underline{a}$ to $2m \downarrow$

$2mg - T_1 = 2mf$ (10) —— (1)

Apply $\underline{F} = m\underline{a}$ to $2m$ ↖

$T_1 - T_2 - 2mg\cos\alpha = 2m(f - F\sin\alpha)$ (10) —— (2)

Apply $\underline{F} = m\underline{a}$ to $m \leftarrow$

$T_2 = -m(F-f)$ (10) —— (3)

① + ② + ③

$$2mg - amg\cos\alpha = 2mf + am(f - F\sin\alpha) - m(F - f)$$

$$g(2 - a\cos\alpha) = (3 + a)f - (1 + a\sin\alpha)F$$

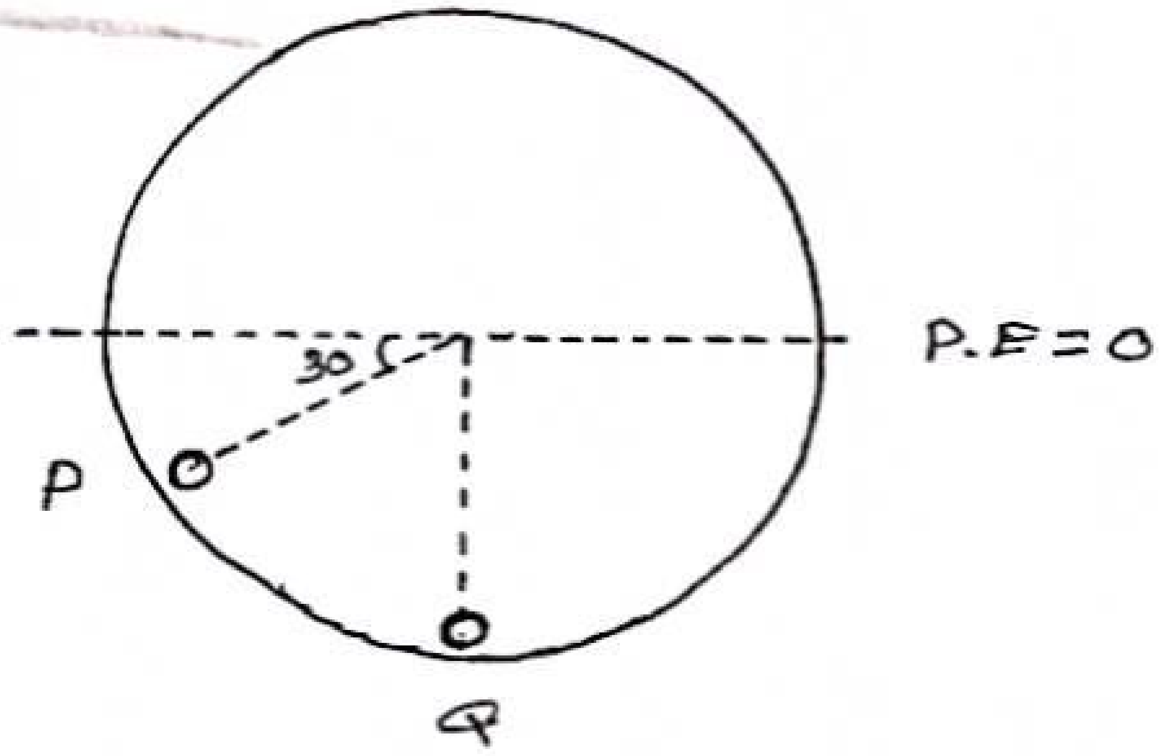
$$g(2 - a\cos\alpha) = (3 + a)\frac{(M + am + m)F}{(1 + a\sin\alpha)m} - (1 + a\sin\alpha)F$$

$$g(2 - a\cos\alpha)(1 + a\sin\alpha)m = \left[(3 + a)(M + am + m) - (1 + a\sin\alpha)^2\right]$$

$$F = \frac{(2 - a\cos\alpha)(1 + a\sin\alpha)mg}{(3 + a)(M + am + m) - (1 + a\sin\alpha)^2}$$ (10)

80

(b)



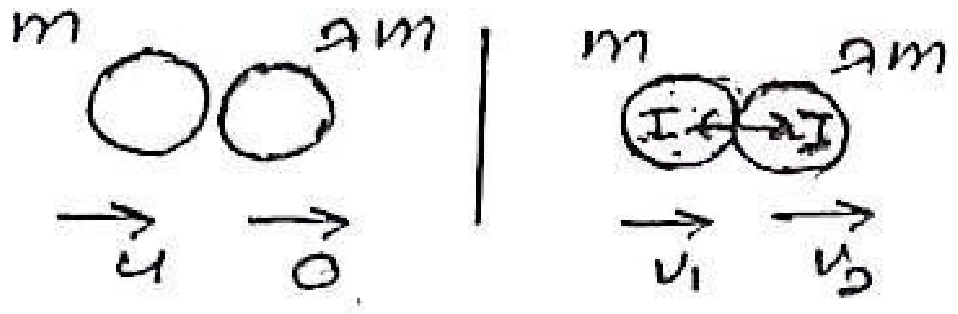
Apply the principle of the conservation of energy

$$-mga\sin 30 = \frac{1}{2}mu^2 - mga$$ (10)

$$\frac{ga}{2} = \frac{1}{2}u^2$$

$$u = \sqrt{ga}$$ (5)

15



Apply $\underline{I} = \Delta(m\underline{v})$ to the whole system →

$$0 = (mv_1 + \lambda m v_2) - mu \quad (5)$$

$$v_1 + \lambda v_2 = u \longleftarrow (1)$$

Newton's Law of restitution

$$v_1 - v_2 = -\frac{1}{2}u \longleftarrow (2) \quad (5)$$

(1) − (2)

$$(\lambda+1)v_2 = \frac{3u}{2}$$

$$v_2 = \frac{3u}{2(\lambda+1)}$$

$$= \frac{3\sqrt{ga}}{2(\lambda+1)} \quad (5)$$

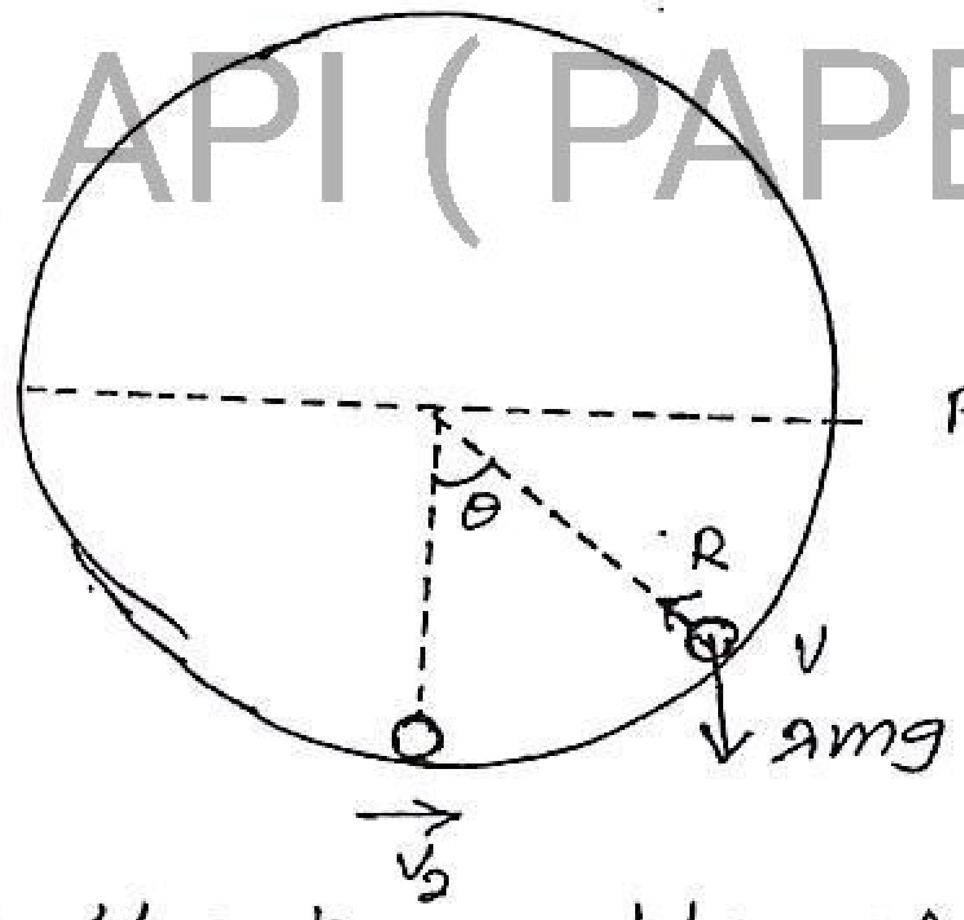
$$v_1 = \frac{3u}{2(\lambda+1)} - \frac{u}{2}$$

$$= \frac{u}{2}\,\frac{3-\lambda-1}{\lambda+1}$$

$$= \frac{2-\lambda}{2(\lambda+1)}\cdot\sqrt{ga} \quad (5)$$

20

AL API (PAPERS GROUP)



Apply the principle of conservation of energy

$$\frac{1}{2}\lambda m v_2^2 - \lambda m g a = \frac{1}{2}\lambda m v^2 - \lambda m g a\cos\theta \quad (10)$$

$$v^2 = v_2^2 - 2ga + 2ga\cos\theta$$

$$v^2 = \frac{9ga}{4(\lambda+1)^2} - 2ga + 2ga\cos\theta$$

$$v = \sqrt{\left[\frac{9}{4(\lambda+1)^2} - 2(1-\cos\theta)\right] ga}$$ (5)

when $v=0$; let $\theta = \alpha$

$$0 = \left[\frac{9}{4(\lambda+1)^2} - 2(1-\cos\alpha)\right] ga$$

$$2\cos\alpha = 2 - \frac{9}{4(\lambda+1)^2}$$

$$= \frac{8(\lambda^2+2\lambda+1) - 9}{4(\lambda+1)^2}$$

$$\cos\alpha = \frac{8\lambda^2+16\lambda-1}{8(\lambda+1)^2}$$ (5)

$$\alpha = \cos^{-1}\left[\frac{8\lambda^2+16\lambda-1}{8(\lambda+1)^2}\right]$$

Apply $\underline{F} = m\underline{a}$ ↖

$$R - \lambda mg\cos\theta = \lambda m \cdot \frac{v^2}{a}$$ (10)

when $v=0$, let $R = R'$

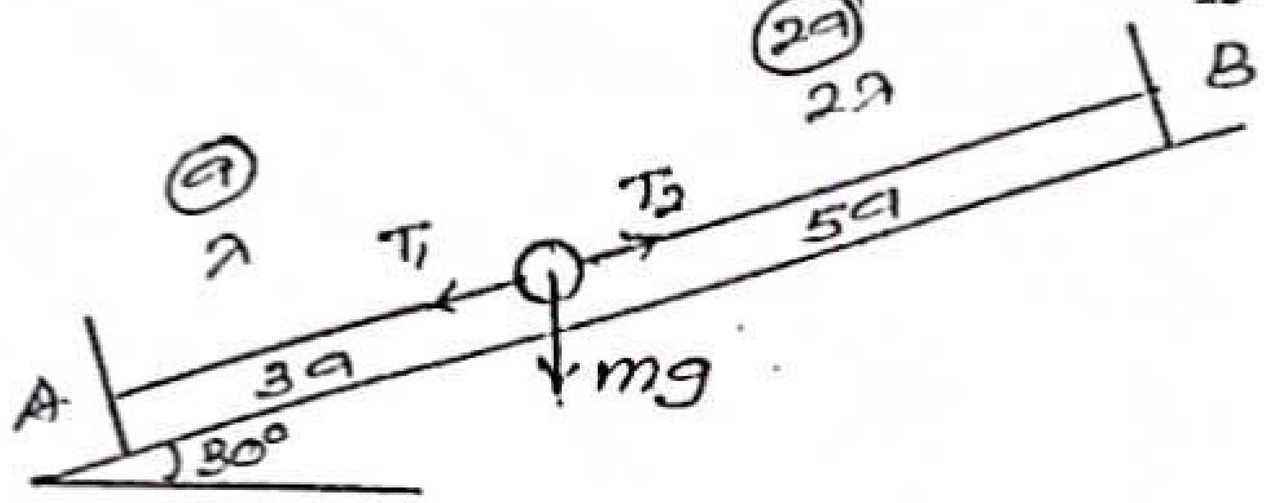
$$R' = \lambda mg \cos\alpha$$

$$= \frac{\lambda mg(8\lambda^2+16\lambda-1)}{8(\lambda+1)^2}$$ (5)

35

AL API (PAPERS GROUP)

13.

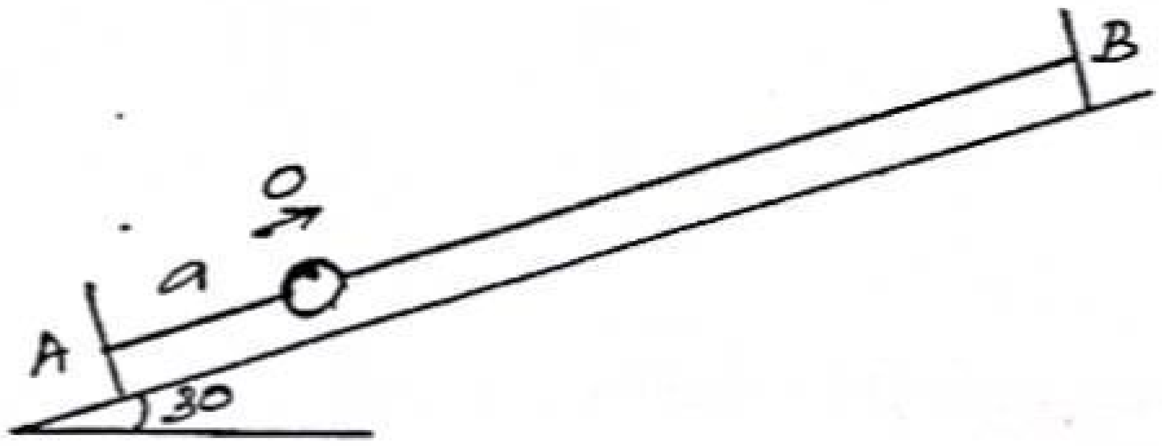


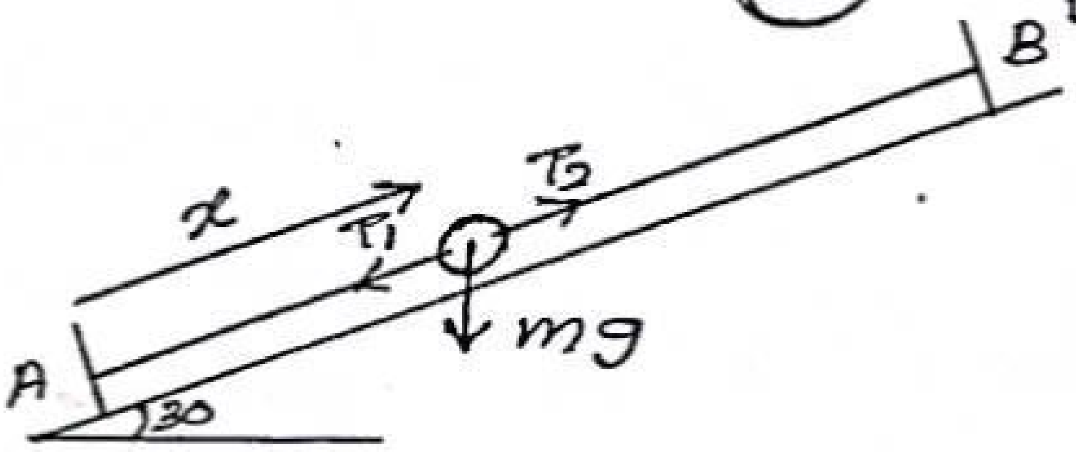
For equilibrium ↗

$T_1 + mg\cos 60 - T_2 = 0$ (10)

(5) $\lambda\frac{(3a-a)}{a} + \frac{mg}{2} - 2\lambda\frac{(5a-2a)}{2a} = 0$ (5)

$2\lambda + \frac{mg}{2} - 3\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{mg}{2}$ (5) [25]





Apply $\underline{F} = m\underline{a}$ ↗ to m

$T_2 - T_1 - mg\cos 60 = m\ddot{x}$ (10)

(5) (5)

$mg\left(\frac{8a-x-2a}{2a}\right) - \frac{mg}{2}\left(\frac{x-a}{a}\right) - \frac{mg}{2} = m\ddot{x}$

$\frac{g}{2a}\left[6a - x - x + a - a\right] = \ddot{x}$

$-\frac{g}{a}(x-3a) = \ddot{x}$

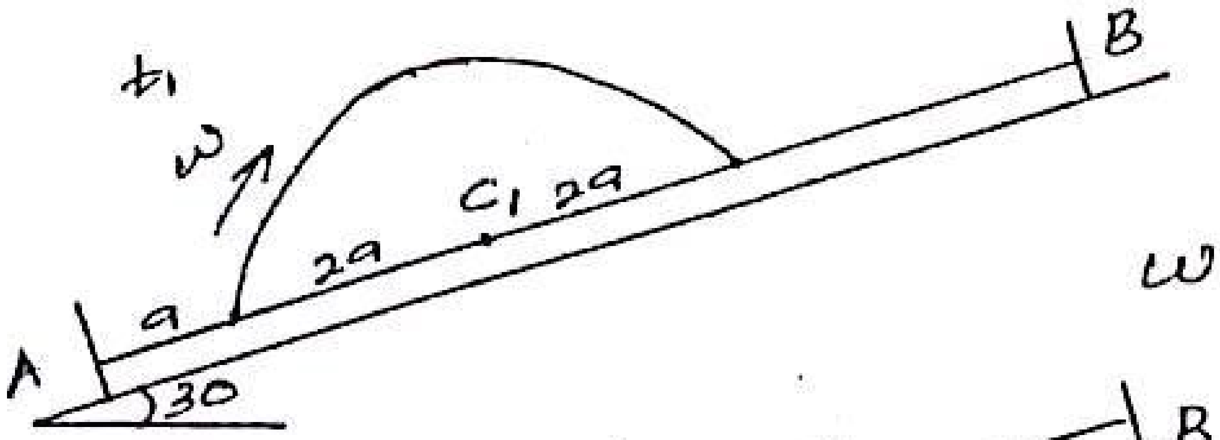
$\ddot{x} + \frac{g}{a}(x-3a) = 0$ (5) [25]

For centre $\ddot{x} = 0$

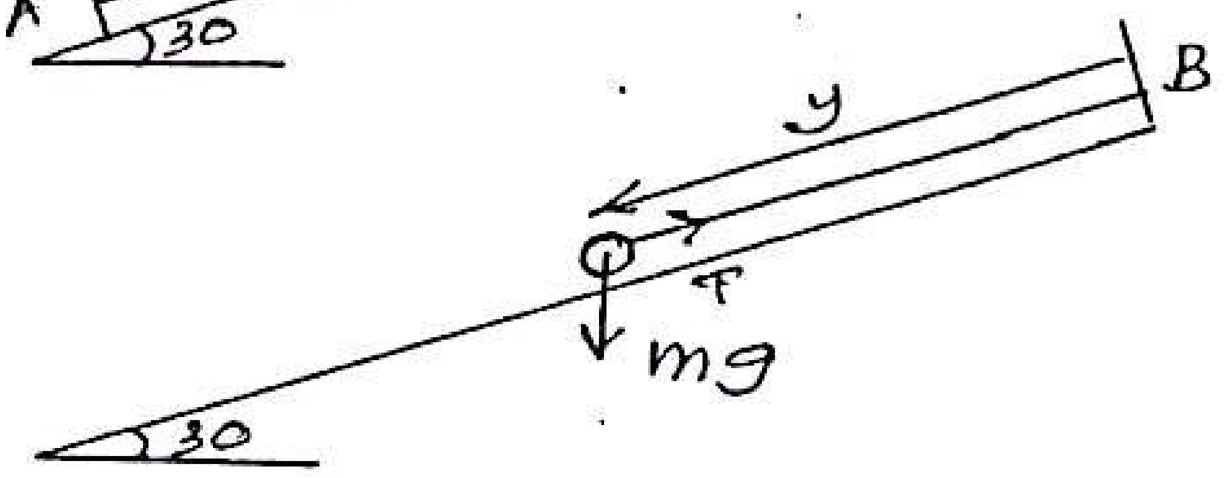
$-\frac{g}{a}(x-3a) = 0$ (5) Amplitude $A = 2a$ (5)

$x = 3a$

The particle becomes to instantaneous rest distance from A: $a + 2a + 2a = 5a$ (5) [15]



$\omega t_1 = \pi$



$t_1 = \pi \cdot \frac{1}{\omega}$

(5) $= \pi \sqrt{\frac{a}{g}}$

$\dot{x}^2 = \omega^2 (A^2 - x^2)$

$v^2 = \frac{g}{a} (4a^2 - 0)$

$v = 2\sqrt{ga}$ at C_1

(5)

Apply $\underline{F} = m\underline{a}$ ↙

$mg\cos 60 - T = m\ddot{y}$ (10)

$\frac{mg}{2} - mg\frac{(y-2a)}{2a} = m\ddot{y}$

$-\frac{g}{2a}[y - 2a - a] = \ddot{y}$

$\ddot{y} + \frac{g}{2a}(y - 3a) = 0$ (5)

20

For centre $\ddot{y} = 0 \Rightarrow y = 3a$

centre C_2 lies distance $3a$ from B.

$y = 3a + A\cos\omega t + B\sin\omega t$

$\dot{y} = A(-)\sin\omega t \cdot \omega + B\cos\omega t \cdot \omega$ (5)

$\ddot{y} = -A\omega\cos\omega t \cdot \omega + B\omega(-)\sin\omega t \cdot \omega$ (5)

$= -\omega^2 [A\cos\omega t + B\sin\omega t]$

$= -\omega^2 (y - 3a) \Rightarrow \omega^2 = \frac{g}{2a}$

$\omega = \sqrt{\frac{g}{2a}}$

when $t = 0$, $y = 5a$ (5)

$5a = 3a + A\cos 0 + B\sin 0 \Rightarrow A = 2a$ (5)

when $t = 0$, $\dot{y} = 2\sqrt{ga}$ (5)

$2\sqrt{ga} = -A\omega\sin 0 + B\omega\cos 0 \Rightarrow B = 2\sqrt{2}a$ (5)

$y = 3a + 2\sqrt{3}a\left[\frac{1}{\sqrt{3}}\cos\omega t + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\sin\omega t\right]$

$= 3a + 2\sqrt{3}a\cos(\omega t - \alpha)$ (5)

Amplitude $A = 2\sqrt{3}a$ (5)

45

When $y = 2a$ $t = T$

$$2a = 3a + 2\sqrt{3}a \cos(\omega T - \alpha)$$ (5)

$$\cos(\omega T - \alpha) = -\frac{1}{2\sqrt{3}}$$

$$\cos[\pi - (\omega T - \alpha)] = \frac{1}{2\sqrt{3}}$$ (5)

$$\pi - (\omega T - \alpha) = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)$$

$$\omega T = \pi + \alpha - \cos^{-1}\frac{1}{2\sqrt{3}}$$

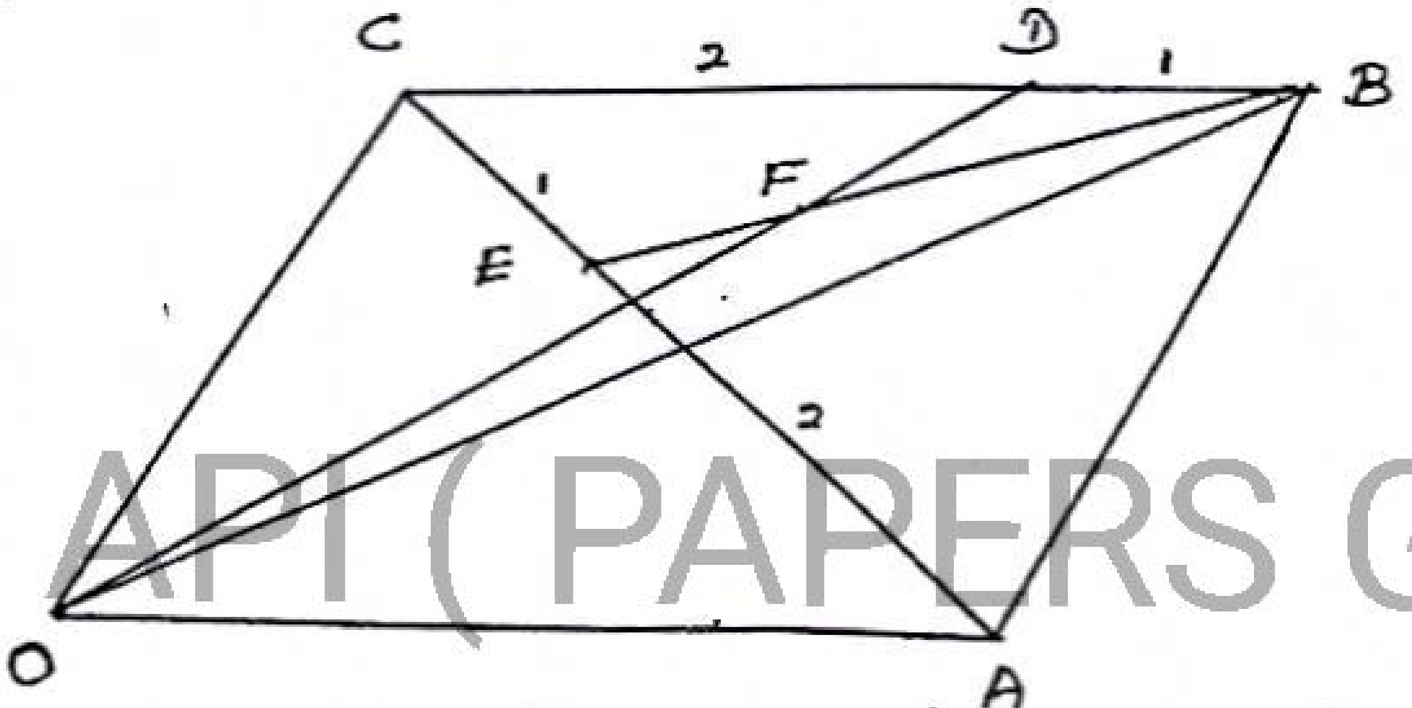
$$T = \frac{1}{\omega}\left[\pi + \alpha - \cos^{-1}\frac{1}{2\sqrt{3}}\right]$$

$$= \sqrt{\frac{a}{g}}\left[\pi + \alpha - \cos^{-1}\left(\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)\right]$$ (5)

where $\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ (5)

20

14.(a)



$\overrightarrow{OA} = \underline{a}$

$\overrightarrow{OB} = \underline{b}$

AL API (PAPERS GROUP)

Apply triangle law to ΔOCD

$$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CD}$$ (5)

$$= \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$$

$$= \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{OA}$$

$$= -\frac{1}{3}\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$$

$$= -\frac{1}{3}\underline{a} + \underline{b}$$ (5)

$$= \frac{1}{3}(3\underline{b} - \underline{a})$$

10

$\overrightarrow{OF} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BF}$

$= \overrightarrow{OB} + \mu \overrightarrow{BE}$ (5)

$= \overrightarrow{OB} + \mu(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AE})$

$= \overrightarrow{OB} + \mu(\overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC})$ (5)

$= \overrightarrow{OB} + \mu[-\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA} + \frac{2}{3}(\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OC})]$ (5)

$= \overrightarrow{OB} + \mu[-\overrightarrow{OB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}]$

$= \overrightarrow{OB} + \mu[-\overrightarrow{OB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{2}{3}(\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB})]$

$= \overrightarrow{OB} + \mu[-\frac{1}{3}\overrightarrow{OB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{OA}]$

$= \underline{b} - \frac{1}{3}\mu(\underline{b} + \underline{a})$ (5)

$\overrightarrow{OF} = \lambda \overrightarrow{OD}$

$\underline{b} - \frac{1}{3}\mu(\underline{b} + \underline{a}) = \lambda \cdot \frac{1}{3}(3\underline{b} - \underline{a})$ (5)

$-\frac{1}{3}\mu \underline{a} + (1 - \frac{\mu}{3})\underline{b} = -\frac{\lambda}{3}\underline{a} + \lambda \underline{b}$

By comparing coefficients

(5) $-\frac{1}{3}\mu = -\frac{\lambda}{3}$ $\Rightarrow \lambda = \mu$

$1 - \frac{\mu}{3} = \lambda$ $\Rightarrow 1 = \frac{\lambda}{3} + \lambda$

$\lambda = \frac{3}{4}$ (5) $\mu = \frac{3}{4}$ (5)

$\overrightarrow{OF} = \underline{b} - \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4}(\underline{a} + \underline{b})$

$= \frac{1}{4}(3\underline{b} - \underline{a})$ (5)

[45]

$(\underline{a} - \underline{b}) \cdot (\underline{a} - \underline{b}) = \underline{a} \cdot \underline{a} - \underline{a} \cdot \underline{b} - \underline{b} \cdot \underline{a} + \underline{b} \cdot \underline{b}$

$|\underline{a} - \underline{b}|^2 = |\underline{a}|^2 - 2(\underline{a} \cdot \underline{b}) + |\underline{b}|^2$ $\because |\underline{a}| = 1$, $|\underline{b}| = 1$

(5) $= 2[1 - (\underline{a} \cdot \underline{b})]$ (5)

$= 2[1 - |\underline{a}||\underline{b}|\cos\theta]$ (5)

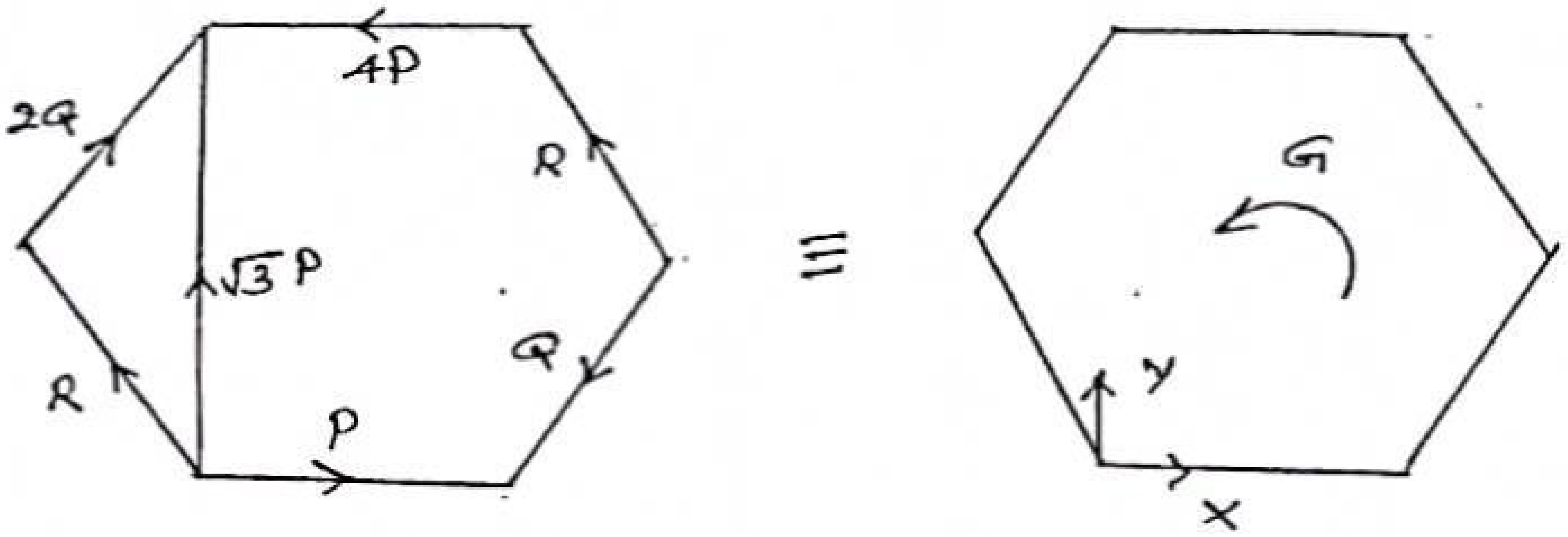
$= 2[1 - \cos\theta]$

$= 2[1 - 1 + 2\sin^2\frac{\theta}{2}]$

$\sin\frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}|\underline{a} - \underline{b}|$ (5)

[20]

(b)



$\rightarrow X = P - Q\cos 60 - R\cos 60 - 4P + 2Q\cos 60 - R\cos 60$

$= -3P + \frac{Q}{2} - R$ (5)

$\uparrow Y = \sqrt{3}P - Q\sin 60 + R\sin 60 + 2Q\sin 60 + R\sin 60$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}[2P + Q + 2R]$ (5)

Taking moments about A ↺

$G = -Q \cdot 2a\sin 60 + R \cdot 4a\cos 30 + 4P \cdot 4a\cos 30 - 2Q \cdot 2a\sin$ (10)

$= \frac{\sqrt{3}a}{2}[-2Q + 4R + 16P - 4Q]$

$= \frac{\sqrt{3}a}{2}[16P - 6Q + 4R]$

$= \sqrt{3}a[8P - 3Q + 2R]$ (5)

25

(i) since the system equivalent only to a couple

$X = 0 \quad Y = 0 \quad G \neq 0$

$-3P + \frac{Q}{2} - R = 0$ (5) $\Rightarrow Q - 2R = 6P$ (5) $Q = 2P$

$\frac{\sqrt{3}}{2}[2P + Q + 2R] = 0$ (5) $\Rightarrow Q + 2R = -2P$ $R = -2P$ (5)

↺ $G = \sqrt{3}a[8P - 6P - 4P]$

$= -2\sqrt{3}Pa$

↻ $G = 2\sqrt{3}Pa$ (5)

25

AL API (PAPERS GROUP)

CamScanner

(ii) since the system is equivalant only to a single force along AC

$G = 0 \quad R \neq 0$ (5)

$\sqrt{3}a\,[8P - 3Q + 2R] = 0 \Rightarrow 3Q - 2R = 8P$ — ①

$\tan 30 = \dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2}[2P + Q + 2R]}{\frac{1}{2}[-6P + Q - 2R]}$ (5)

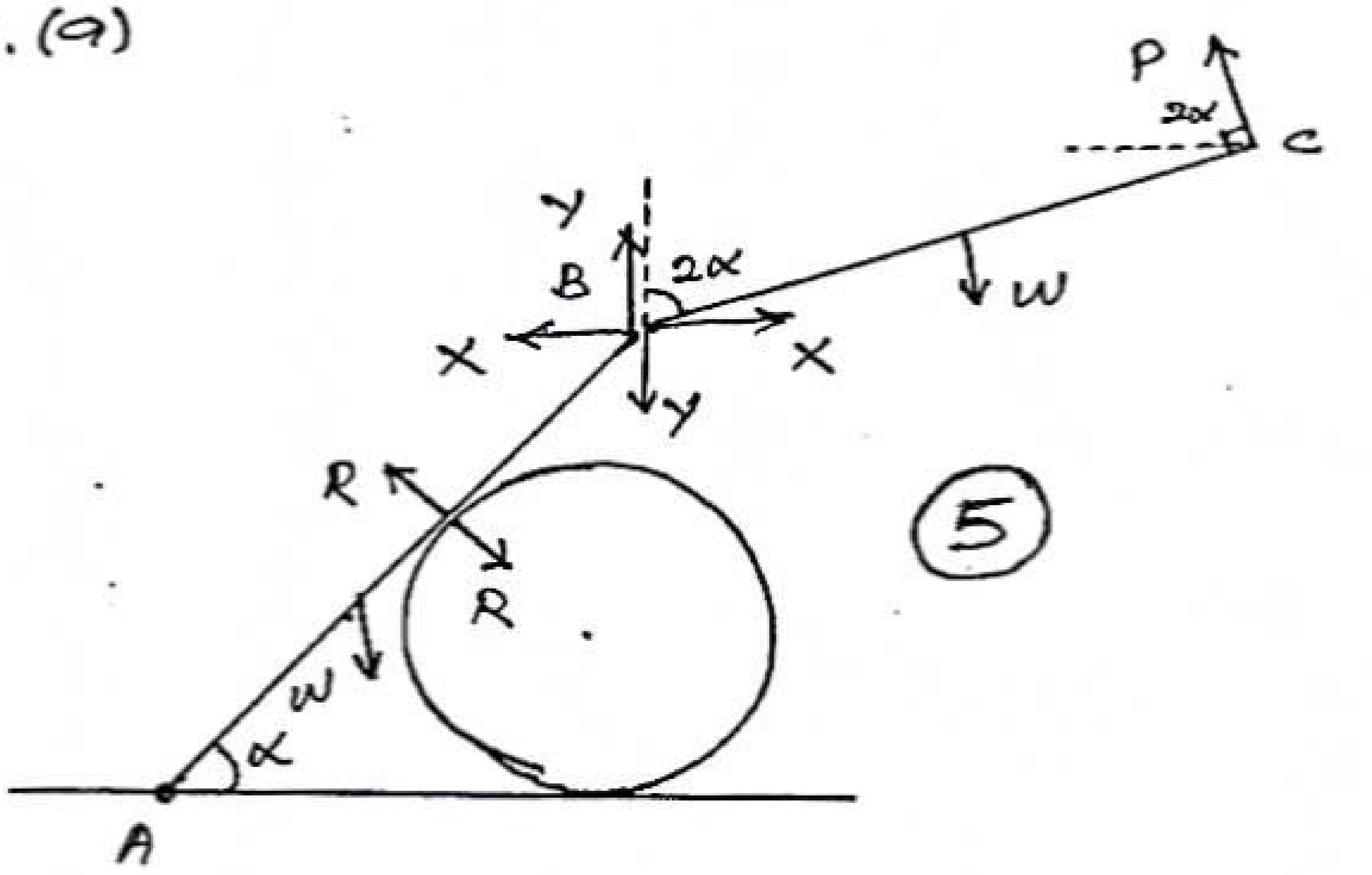
$-6P + Q - 2R = 3(2P + Q + 2R) \Rightarrow 2Q + 8R = -12P$

$Q + 4R = -6P$ — ② (5)

From ① & ②

$Q = \dfrac{10P}{7}$ (5) $\quad R = -\dfrac{13P}{7}$ (5) **25**

15. (a)



(5)

For rod BC, taking moments about B ↶

$P.2a - W.a\cos(\frac{\pi}{2} - 2\alpha) = 0$ (5)

$P = \frac{W}{2}\sin 2\alpha$ (5)

$\rightarrow \quad X - P\cos 2\alpha = 0$

$X = \frac{W}{2}\sin 2\alpha \cos 2\alpha$ (5)

$\uparrow \quad P\sin 2\alpha - W - Y = 0$ (5)

$Y = \frac{W}{2}\sin^2 2\alpha - W$

$= \frac{W}{2}(\sin^2 2\alpha - 2)$ (5)

AL API (PAPERS GROUP)

For rod AB, taking moments about A

$$R \cdot \frac{3a}{2} + X \cdot 2a\sin\alpha + Y \cdot 2a\cos\alpha - W a\cos\alpha = 0$$ (15)

$$\frac{3R}{2} + 2\cdot\frac{W}{2}\sin 2\alpha\cos 2\alpha\sin\alpha + 2\,\frac{W}{2}(\sin^2 2\alpha - 2)\cos\alpha - W\cos\alpha = 0$$ (5)

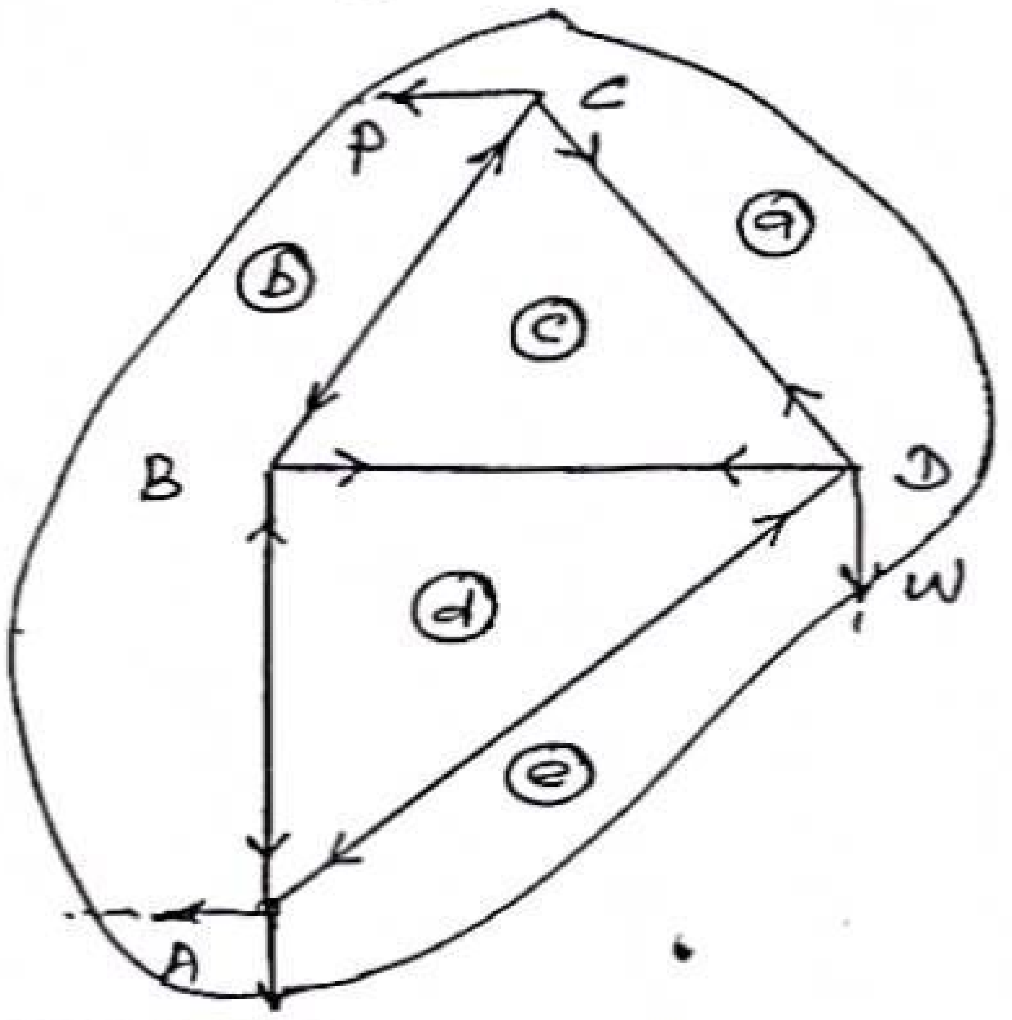
$$\frac{3R}{2} + \frac{W}{2}\sin 4\alpha\sin\alpha + W\sin^2 2\alpha\cos\alpha - 3W\cos\alpha = 0$$

$$3R + W\left[\sin 4\alpha\sin\alpha + 2\sin^2 2\alpha\cos\alpha - 6\cos\alpha\right] = 0$$ (10)

$$R = \frac{W}{3}\left[6\cos\alpha - 2\sin^2 2\alpha\cos\alpha - \sin 4\alpha\sin\alpha\right]$$

[60]

(b)



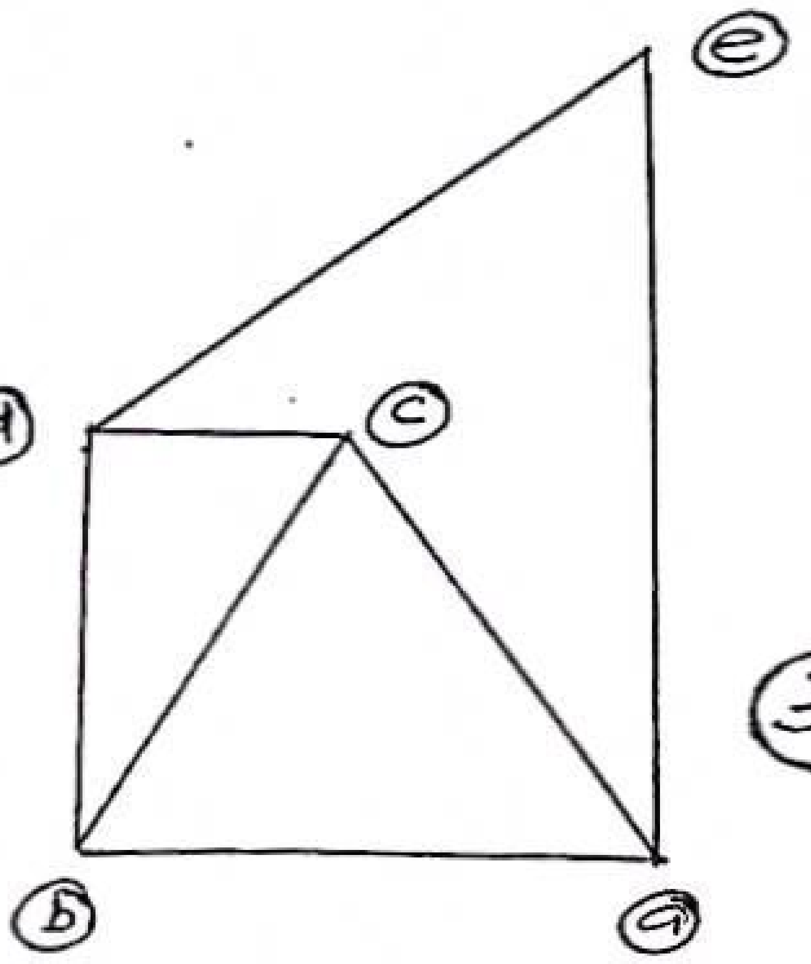
By taking moments about A ↶

$$P\cdot(a + a\sin 60) - W\cdot a = 0$$ (5)

$$P\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = W$$ (5)

$$P = \frac{2W}{2+\sqrt{3}} = kW$$

[10]



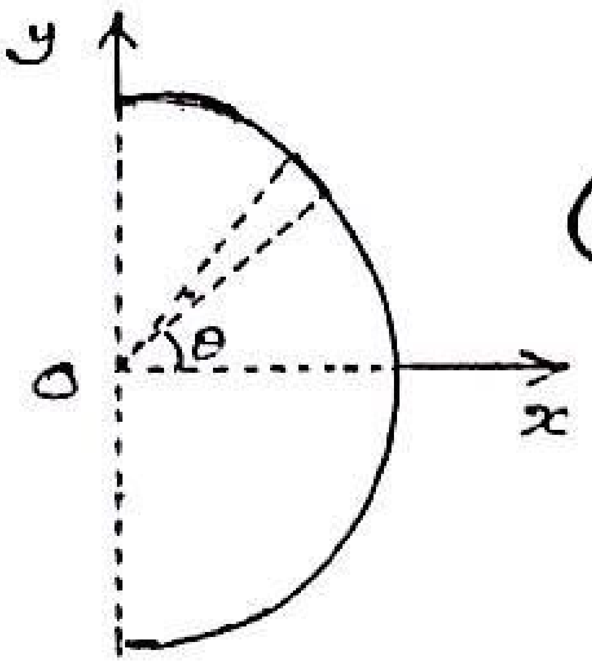
Rod	Stress	Nature	
AB	$bd = \frac{\sqrt{3}}{2}kW$	Thrust	(10)
BC	$bc = kW$	Thrust	(10)
CD	$ca = kW$	Tension	(10)
DA	$de = \sqrt{2}kW$	Thrust	(10)
BD	$dc = \frac{kW}{2}$	Tension	(10)

(30)

[50]

CamScanner

16. (i)



(5) By symmetry centre of mass lies on x-axis

Taking moments about y-axis

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$$

mass of the particle

$m_i = a\,d\theta\,\rho$

$x_i = a\cos\theta$

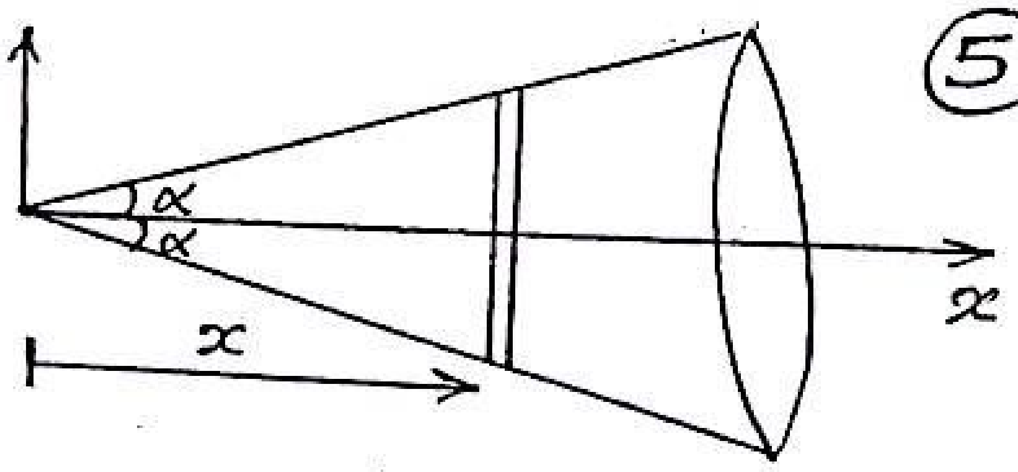
$$\bar{x} = \frac{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} a\,d\theta\,\rho \cdot a\cos\theta}{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} a\,d\theta\,\rho} \quad (5)$$

$$= a\frac{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos\theta\,d\theta}{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta} \quad (5)$$

$$= a\frac{[\sin\theta]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}}{[\theta]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}} \ (5) = a\frac{\sin\frac{\pi}{2} - \sin(-\frac{\pi}{2})}{\frac{\pi}{2} - (-\frac{\pi}{2})} = \frac{2a}{\pi} \ (5)$$

25

(ii)



(5) By symmetry centre of mass lies on x-axis.

Taking moments about y-axis

$$\bar{x} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}$$

$m_i = \pi x^2 \tan^2\alpha\,dx\,\rho$

$x_i = x$

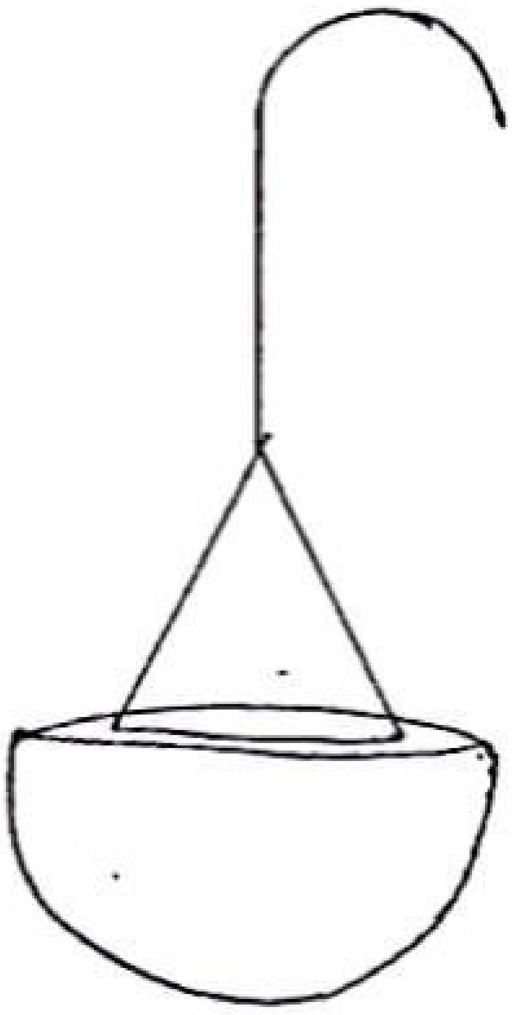
$$\bar{x} = \frac{\int_0^h \pi x^2 \tan^2\alpha\,dx\,\rho \cdot x}{\int_0^h \pi x^2 \tan^2\alpha\,dx\,\rho} \quad (5)\ (5)$$

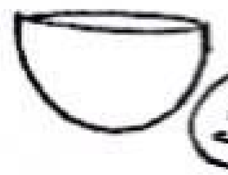
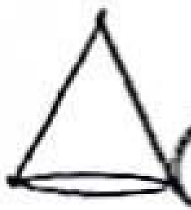
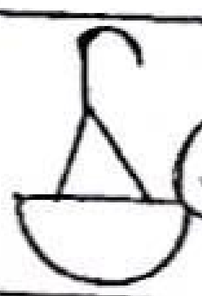
$$= \frac{\int_0^h x^3\,dx}{\int x^2\,dx}$$

$$= \frac{\left[\frac{x^4}{4}\right]_0^h}{\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^h} \ (5) = \frac{\frac{h^4}{4}}{\frac{h^3}{3}} = \frac{3}{4}h. \ (5)$$

25

AL API (PAPERS GROUP)



object	mass	dist. from y-axis	dist. from x-axis to G
 (5)	$\frac{2}{3}\pi(2r)^3\sigma = \frac{16M}{3}$	0	$\frac{5}{8}\cdot 2r$ (5)
 (5)	$\frac{1}{3}\pi r^2 \cdot 2r\sigma = \frac{2M}{3}$	0	$2r + \frac{1}{4}2r = \frac{5r}{2}$ (5)
(5)	$2r \cdot \pi\sigma r^2 = 2M$	0	$5r$ (5)
(5)	$\pi r \cdot \pi\sigma r^2 = \pi M$	r	$6r + \frac{2r}{\pi}$ (5)
 (5)	$8M + \pi M$	$\bar{x}$	$\bar{y}$

45

$$\pi M r = (\pi + 8) M \bar{x} \quad (10)$$

$$\bar{x} = \frac{\pi r}{\pi + 8} \quad (5)$$

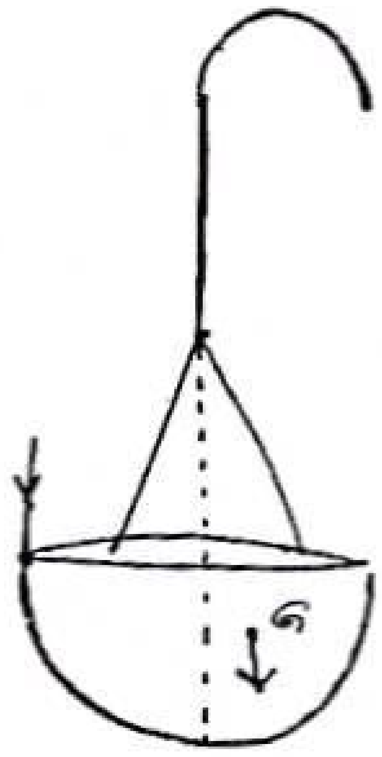
$$\frac{16M}{3}\cdot\frac{5r}{4} + \frac{2M}{3}\cdot\frac{5r}{2} + 2M\cdot 5r + \pi M\left(6r + \frac{2r}{\pi}\right) \quad (20)$$

$$= (8M + \pi M)\bar{y}$$

$$\frac{20r}{3} + \frac{5r}{3} + 10r + 6\pi r + 2r = (8M + \pi M)\bar{y}$$

$$\bar{y} = \frac{(18\pi + 61)r}{3(\pi + 8)} \quad (5)$$

40



$$F \cdot 2r = (\pi + 8)Mg \cdot \frac{\pi r}{\pi + 8} \quad (10)$$

$$= \pi r^3 \sigma g \cdot \pi r$$

$$F = \frac{\pi^2 r^3 \sigma g}{2} \quad (5)$$

15

17. (a)

For die A

X	1	2	3	5
P(X)	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

$$P(X_1+X_2=4) = P(X_1=2, X_2=2) + P(X_1=1, X_2=3) + P(X_1=3, X_2=1)$$

(5) (5) (5)

$$= \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6} + \frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36}$$

$$= \frac{11}{36}$$ (5)

[20]

For die B

Y	1	2	3	5
P(Y)	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

$$P(Y_1+Y_2=4) = P(Y_1=2, Y_2=2) + P(Y_1=1, Y_2=3) + P(Y_1=3, Y_2=1)$$

(5) (5) (5)

$$= \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{6} + \frac{1}{6}\cdot\frac{1}{3}$$

$$= \frac{1}{9} + \frac{1}{18} + \frac{1}{18}$$

$$= \frac{2}{9}$$ (5)

[20]

$$P(A \mid sum=4) = \frac{P(sum=4 \mid A)\,P(A)}{P(sum=4 \mid A)\,P(A) + P(sum=4 \mid B)\,P(B)}$$ (10)

$$= \frac{\frac{11}{36}\cdot\frac{1}{2}}{\frac{11}{36}\cdot\frac{1}{2} + \frac{2}{9}\cdot\frac{1}{2}}$$ (10)

$$= \frac{11}{11+8}$$

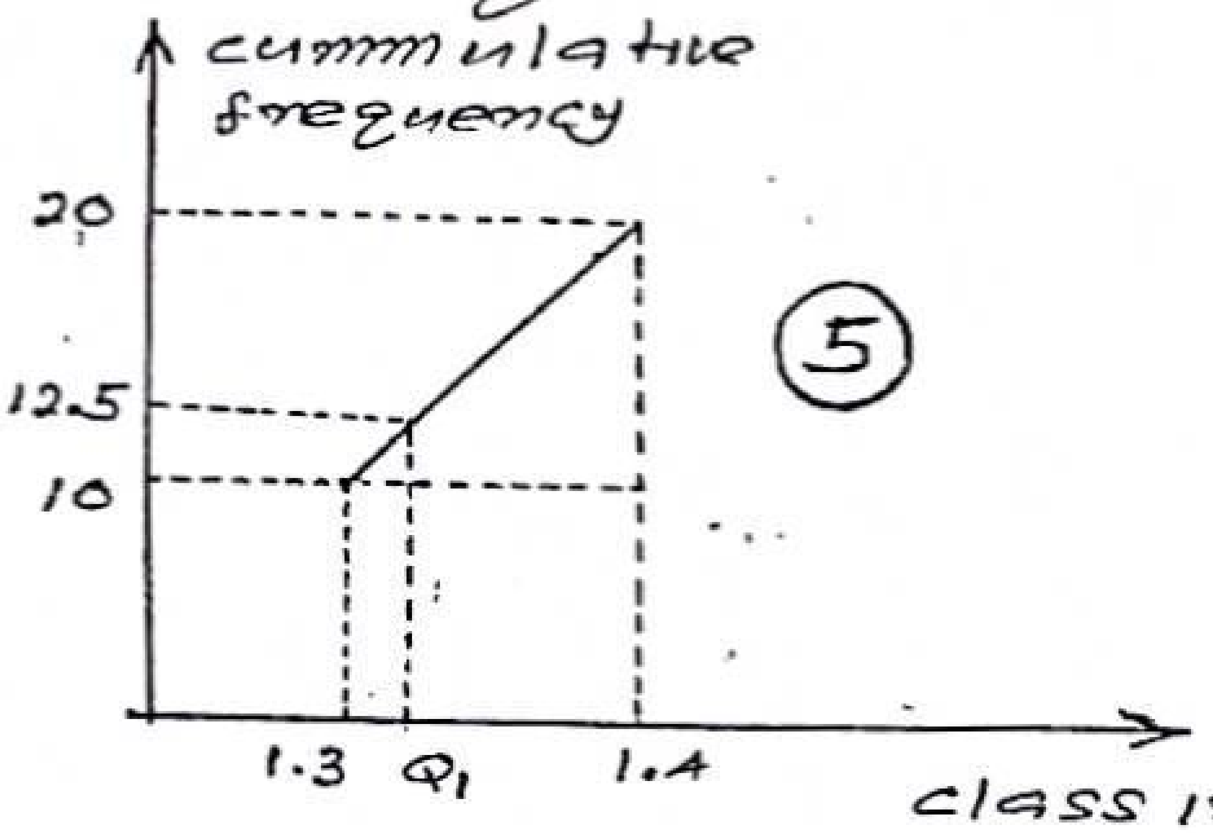
$$= \frac{11}{19}$$ (5)

[25]

AL API (PAPERS GROUP)

(b)

(i) First quartile class interval is 1.3 – 1.4 (5)



From similar triangles

$$\frac{Q_1 - 1.3}{1.4 - 1.3} = \frac{12.5 - 10}{20 - 10}$$ (5)

$$\frac{Q_1 - 1.3}{0.1} = \frac{2.5}{10}$$

$$Q_1 = 1.3 + 0.025$$

$$= 1.325$$ (5)

[20]

class interval	mid value x_i (5)	Freq. f_i	deviation $d_i = x_i - 1.45$	$u_i = \frac{d_i}{0.1}$	u_i^2	$f_i u_i$ (5)	$f_i u_i^2$ (5)
1.1 – 1.2	1.15	2	–0.3	–3	9	–6	18
1.2 – 1.3	1.25	8	–0.2	–2	4	–16	32
1.3 – 1.4	1.35	10	–0.1	–1	1	–10	10
1.4 – 1.5	1.45	15	0	0	0	0	0
1.5 – 1.6	1.55	12	0.1	1	1	12	12
1.6 – 1.7	1.65	3	0.2	2	4	6	12

$\Sigma f_i u_i = -14$ (5) $\Sigma f_i u_i^2 = 74$ (5)

[25]

Downloaded from Past Papers Wiki - Most Extensive Wikipedia of Past Papers!

CS CamScanner

Mean

$$\bar{x} = A + c\,\frac{\sum f_i u_i}{n}$$ (5)

$$= 1.45 + \frac{0.1 \times (-14)}{50}$$

$$= 1.422$$ (5)

10

variance

$$\sigma^2 = c^2\left[\frac{\sum f_i u_i^2}{n} - \left(\frac{\sum f_i u_i}{n}\right)^2\right]$$ (5)

$$= 0.1^2\left[\frac{74}{50} - \left(\frac{-14}{50}\right)^2\right]$$

$$= 0.01\,[1.48 - 0.0784]$$

$$= 0.014$$ (5)

standard deviation $\sigma = \sqrt{0.014}$

$$= 0.118$$ (5)

15

The variance of combined samples

$$\sigma^2 = \frac{n(\sigma_1^2 + d_1)^2 + m(\sigma_2^2 + d_2^2)}{n + m}$$ (5)

$n = 50$ $\qquad$ $m = 100$

$\sigma_1^2 = 0.014$ $\qquad$ $\sigma_2^2 = 0.42^2 = 0.176$

$d_1 = 1.43 - 1.42$ $\qquad$ $d_2 = 1.43 - 1.44$

$= 0.01$ $\qquad$ $= -0.01$

(5)

$$\sigma^2 = \frac{50(0.014 + 0.01^2) + 100[0.176 + (-0.01)^2]}{50 + 100}$$

$$= \frac{0.705 + 17.61}{150}$$

$$= 0.1222$$ (5)

15

www.iexamhub.com
Your Trusted Partner for Exam Success
Past Papers • Model Answers • Study Resources

Downloaded from Past Papers Wiki - Most Extensive Wikipedia of Past Papers!

CamScanner