

★ ප්‍රශ්න අංක 7 සහ 8 ඇතුළත්ව ප්‍රශ්න 3කට පිළිතුරු සපයන්න.

B ബോഡി

7) a) $f(x) = (6 - m)x^2 + (3m + 6)x + 12m - 1$ 00. 0000 $m \in \mathbb{R}$ 00.

i) $m = 3$ විට සියලු තත්වික x අගයන් සඳහා $f(x)$ ශ්‍රිතය ධන බව පෙන්වා එවිට $f(x)$ ට ගනනැති අඩුතම අගයය, අඩුතම අගය ලැබෙන x අගයය සොයන්න.

ii) $f(x) = 0$ සමීකරණයට තාත්වික ප්‍රතිඵල මූල පවතින බව පෙන්වන්න.

iii) $f(x) = 0$ සමීකරණයෙහි තාත්වික ප්‍රතිත්ත මූල 02ම සංඛ්‍ය වේ නම්, එවිට m ගතහැකි අගය කුලකය සොයන්න.

b) $x^2 + 2ax + b = 0$ හා $x^2 + 3bx + a = 0$ යන සමීකරණවලට පොදු මූලයක් තිබේ නම් $a \neq b$ නම් $a^2(1 + 4a - 6b) + b^2(1 + 9b - 6a) = 2ab$ බව පෙන්වන්න. මෙම සමීකරණ දෙකෙහි ඉතිරි මූල හා ගැලපෙන වර්ගජ සමීකරණය සොයන්න.

8) a) $(x^5 + kx^2)$ බිඳු පදය $(x+1)(x+2)(x-3)$ න් බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂයේ x^2 පද නොමැති නම් k නියතය ලබාගන්නා අගය සොයන්න.

b) $x^3 + ax^2 + b$ හා $px^3 + qx + r$ යන බහු පද දෙකෙහිම $(x + m)$ සාධකයක් වේ නම්, එය $apx^2 - qx + bp - r$ හිද සාධකයක් වන බව පෙන්වන්න. මෙහි a, b, p, q, r හා m යනු නියත වේ.

c) එකම රූපසටහනක $y = 2|x + 1| - 3$ හා $y = x + 2|x - 1|$ හි ප්‍රස්ථාරවල දළ සටහන් අඳින්න.

එතැයිත්

$x + 2|x - 1| > 2|x + 1| - 3$ අසමානතාව සපුරාලන x හි සියලුම තාත්වික අගයන් සොයන්න.

$$x + 2|x - 1| = 2|x + 1| - 3$$
 සමීකරණය විඳින්න

9) a) ත්‍රිකෝණයක් සඳහා කෝසයින නියමය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයක $AB = 3$, $BC = 4$ හා $CA = P$ වේ. $\angle A < C$ යනු මහා කෝණයයි.

$\angle A < \frac{\pi}{3}$ වුව P හි අගයන් සොයන්න.

b) $f(x) = \sin(2\alpha - x) \sin x$ යයි ගනිමු. මෙහි α යනු නියතයකි. $f(x)$ හි අවම හා වැඩිතම අගයන් ලබාගන්න.

$\alpha = \frac{2\pi}{3}$ වුව $f(x) = 0$ හි $0 \leq x \leq 2\pi$ පරාසය තුළ විසඳුම් සොයන්න.

α හි දෙන ලද අගය සඳහා $y = f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයද අඳින්න.

c) විසඳන්න. $\sin^{-1} 6x + \sin^{-1} (6\sqrt{3}x) = \frac{\pi}{2}$

10) a) ඕනෑම ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා $\sin$ නීතිය ප්‍රකාශ කරන්න.
එනමින් පහත සඳහන් ප්‍රතිඵල සාධනය කරන්න.

i) $a \cos \left(\frac{B+C}{2} \right) = (b+c) \sin \frac{A}{2}$

ii) $\frac{a \sin(B-C)}{b^2 - c^2} = \frac{b \sin(C-A)}{c^2 - a^2} = \frac{c \sin(A-B)}{a^2 - b^2}$

b) $(\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \alpha + \sin \beta)^2 = 4 \cos^2 \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right)$ බව පෙන්වන්න.

එනමින් $\cos 15^\circ = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$ බව පෙන්වන්න.

c) $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = \cos x + \cos 2x + \cos 3x$ සමීකරණයට $[0, 2\pi]$ තුළ විසඳුම් සොයන්න.

C කොටස

ඔනෑම ප්‍රශ්න 2කට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11) a) මෝටර් රථයක් හා මෝටර් බයිසිකලයක් තිරස් සරල මාර්ගයක් දිගේ ගමන් කරයි. පළමු මාර්ග සංඥා කණුව අසලින් නිශ්චලතාවයෙන් ගමන් අරඹන මෝටර් රථය දෙවන මාර්ග සංඥා කණුව අසලට යාමට $7t$ කාලයක් ගනී. මෝටර් රථය ගමන් අරඹා $\frac{t}{4}$ තත්පර කාලයකටපසුව එම ස්ථානයෙන්ම නිශ්චලතාවයෙන් ගමන් අරඹන මෝටර් බයිසිකලය $\frac{a}{2} \text{ ms}^{-2}$ න් ඒකාකාරව ත්වරණය වේ. ආරම්භයේදී $a \text{ ms}^{-2}$ න් ඒකාකාරව ත්වරණය වන මෝටර් රථය තත්පර t කාලයකට පසුව $v \text{ ms}^{-1}$ ප්‍රවේගයක් ලබාගන්නා අතර තත්පර T කාලයක් එම වේගයෙන්ම ගමන් කර $\frac{a}{4} \text{ ms}^{-2}$ විශාලත්වයකින් ඒකාකාරව මන්දනය වී දෙවන මාර්ග සංඥා කණුව අසල නතර වේ. මෝටර් බයිසිකලය මාර්ග සංඥා 2ක අතර A නම් ස්ථානයකදී මෝටර් රථය පසුකර යයි නම්

- i) මෙම චලිත 2 සඳහා ප්‍රවේග කාලවක්‍ර එකම සටහනක අඳින්න.
- ii) එනයිත් $T = 2t$ බව පෙන්වන්න.
- iii) මෝටර් බයිසිකලයට මෝටර් රථය පසුකිරීමට ගතවන කාලය සොයන්න.
- iv) මාර්ග සංඥා අතර දුර $\frac{9at^2}{2} \text{ m}$ බව පෙන්වන්න.

$\frac{1}{2} C 9 +$

b) $t = 0$ කාලයේදී P නම් අංශුවක් බිමෙහි පිහිටි A ලක්ෂ්‍යයක සිට $2u$ වේගයෙන් සිරස්ව ඉහළට ප්‍රක්ෂේපනය කරනු ලබන අතර A ට සිරස්ව ඉහළින් $\frac{3h}{2} \text{ m}$ උසකින් පිහිටි B ලක්ෂ්‍යයක සිට Q

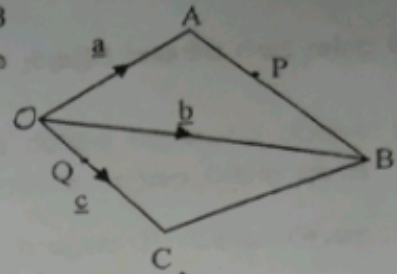
නම් වෙනත් අංශුවක් මුදා හරිනු ලැබේ. අංශු දෙක AB අතර C නම් ලක්ෂ්‍යයකදී හමුවේ නම්, වස්තු දෙකේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග කාල වක්‍ර එකම සටහනක අඳින්න.

එනයිත්

- i) අංශු එකිනෙක හමුවන තෙක් ගමන් කළ දුර වෙන වෙනම u සහ g ඇසුරෙන් සොයන්න.
- ii) $h = \frac{4u^2}{3g}$ බව පෙන්වන්න.



- 12) a) A, B හා C පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\underline{a}$, $\underline{b}$ සහ $\underline{c}$ වේ. AB මත P ලක්ෂ්‍ය පිහිටා ඇත්තේ $AP : AB = 3 : 4$ ද OC මත Q පිහිටා ඇත්තේ $OQ : QC = 2 : 3$ වන පරිදිය.



I. $\overrightarrow{AP} = \underline{a}$ හා $\underline{b}$ ඇසුරෙන් සොයා එමගින්

$$\overrightarrow{OP} = \frac{1}{4} (\underline{a} + 3\underline{b}) \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

II. $5\overrightarrow{PQ} = 6\overrightarrow{BC}$ බව දී ඇත්නම් $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ ඇසුරෙන් $\underline{c}$ සොයන්න.

III. $\overrightarrow{OC} \perp \overrightarrow{OB}$ වේ නම් සහ OAB ත්‍රිකෝණය සමපාද වේනම්, $|\underline{a}| : |\underline{b}|$ දරන අනුපාතය සොයන්න.

b) i) $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ යනු අභිමුඛ නොවන සමාන්තර නොවන ඕනෑම දෛශික දෙකක් නම් ද, α හා β යනු අදිශ දෙකක් නම් ද $\alpha\underline{a} + \beta\underline{b} = \underline{0}$, විමට $\alpha = 0$ හා $\beta = 0$ විය යුතු බව සාධනය කරන්න.

ii) $\underline{m}$ හා $\underline{n}$ යනු සමාන්තර නොවන අභිමුඛ නොවන දෛශික දෙකක් නම් ද,

$$\overrightarrow{A} = (x + 4y)\underline{m} + (2x + y + 1)\underline{n} \text{ හා}$$

$$\overrightarrow{B} = (y - 2x + 2)\underline{m} + (2x - 3y - 1)\underline{n} \text{ නම් ද,}$$

$3\overrightarrow{A} = 2\overrightarrow{B}$ වේ නම් x හා y හි අගයන් සොයා $\overrightarrow{A}$ හා $\overrightarrow{B}$ $\underline{m}$ හා $\underline{n}$ මගින් ලියන්න.

- 13) a) ABC සමපාද ත්‍රිකෝණයේ AC, BC හා AB පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයන් පිළිවෙලින් M, L හා N ය. පාදයක දිග $2a$ ය. AB, BC, CA, MB හා NC පාද දිගේ පිළිවෙලින් නිව්ටන් P, $2P$, $3P$, $3\sqrt{3}P$ හා $5\sqrt{3}P$ වූ බල පද්ධතියක් ක්‍රියා කරයි. තවද AB සමග θ කෝණයක් සාදන දිශාවකට විශාලත්වය නිව්ටන් F වූ බලයක් N හිදී ක්‍රියා කරයි.

i) ඉහත බල පද්ධතිය යුග්මයකට පමණක් උභ්‍යන්‍ය වේනම් F හා θ නිර්ණය කර යුග්මයේ විශාලත්වය සොයන්න.

b) අර්ධ විෂ්කම්භය a වූ සුමට කුහර අර්ධ ගෝලයක් සිය ගැට්ට තිරස්ව පවතින්නේ දෘඪ ලෙස සවිකොට තිබේ. ඒකාකාර සිහින් w බර $2l$ දිග දණ්ඩක් අර්ධ ගෝලීය ඇතුළත පෘෂ්ඨය මත ස්පර්ශ වන සේ සහ එහි අනෙක් කෙළවර අර්ධ ගෝලයේ ගැට්ටෙන් පිටතට තොරා පිහිටන සේය. දණ්ඩ සිරසට ආනතිය θ ($\theta < \pi/2$) නම්

i) $l \sin \theta + 2a \cos 2\theta = 0$ බව පෙන්වන්න.

ii) $a = \frac{\sqrt{3}}{2} l$ නම් $\theta = \frac{\pi}{3}$ බව පෙන්වන්න.

iii) දණ්ඩ හා අර්ධ ගෝලය ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යවල අභිලම්භ ප්‍රතික්‍රියා $\frac{w}{\sqrt{3}}$ සමාන බවද පෙන්වන්න.