{සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழு பதிப்புரிமை உடையது / All Rights Reserved / සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழு பதிப்புரிமை உடையது }

පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව - උතුරු මැද පළාත
மாகாண கல்வித்திணைக்களம் - வடமத்திய மாகாணம்
Department of Education – North Central Province

13 ශ්‍රේණිය	අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2024	කාලය : පැය 03 මි. 10

විෂයය :- සංයුක්ත ගණිතය I

පාසලේ නම :- ....

ඇතුළත්වීමේ අංකය :- ....

AL API (PAPERS GROUP)

උපදෙස් :

* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
* *A* කොටස (ප්‍රශ්න 1-10) සහ *B* කොටස (ප්‍රශ්න 11-17)
* *A* කොටස :

  සියලු ම ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු , සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
* *B* කොටස :

  ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය II		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	

අවසාන ලකුණු

I පත්‍රය	
II පත්‍රය	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

A කොටස

- **සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න.**

01. සියලු ධන නිඛිල n සඳහා $\sum_{r=1}^{n+1}(2r-1)=(n+1)^2$ බව ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය මගින් පෙන්වන්න.

AL API (PAPERS GROUP)

02. $\left|\frac{3x+1}{x-2}\right|>1$ අසමානතාව තෘප්ත කරන x වල අගය පරාසය ප්‍රස්ථාරික ක්‍රමයක් මගින් පමණක් ලබාගන්න.

CamScanner

03. $n \in N$ වේ $(1+px)^n$ ප්‍රසාරණයේ x හා x^2 සංගුණක පිළිවෙලින් 8 සහ 24 වේ. n හා p නියත සොයන්න.

04. $(2+i)^3 = 2 + bi$ වේ b නිඛිලයකි. එහි අගය සොයන්න. $z + i$ යනු $Z^3 + PZ + Q = 0$ සමීකරණයේ මූලයක් නම් P හා Q තාත්වික සංඛ්‍යා සොයන්න.

CamScanner

05. $\frac{\lim_{x\to 0}(\sqrt{x+2}-\sqrt{2})(1+x\sin 3x-\cos 2x)}{x^2 \sin x}=\frac{5\sqrt{2}}{4}$ බව සාධනය කරන්න.

AL API (PAPERS GROUP)

06. $y=\tan^{-1}\sqrt{3x}$ නම් $\frac{dy}{dx}$ ලබා ගන්න. එමගින $\int_{\frac{1}{3}}^{1}\frac{dx}{(1+3x)\sqrt{3x}}=\frac{\sqrt{3}\pi}{n}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි n තීරණය කලයුතු නියතයකි.

CamScanner

07. $x = 2(1 + sin\theta), y = 2cos2\theta$ පරාමිතික සමීකරන මගින් c වක්‍රයක් දෙනු ලැබේ. මෙහි θ $(\neq \frac{n\pi}{2}, n$ ඔත්තේ නිඛිලයකි) පරාමිතිය සහිත ලක්‍ෂයේදී වක්‍රයට ඇඳි ශ්පර්ශකයේ සමීකරණය $4sin\theta x + y - 2(2sin^2\theta + 4sin\theta + 1) = 0$ බව පෙන්වන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

08. $A(1,2)$ ලක්‍ෂය හරහා යන අනුක්‍රමනය 1 වූ l රේඛාව මත පිහිටි ලක්ෂයක ඛාංඩාංක පරාමිතියක් ඇසුරින් ලියන්න. l රේඛාව මත පිහිටි P ලක්‍ෂයක සිට $3x + 4y - 10 = 0$ රේඛාවට ලම්භක දුර ඒකක 3 කි. p සඳහා වූ පිහිටීම් දෙකෙහි ඛාණඩාංක සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

CamScanner

09. $A = (-7,9)$ ලක්ෂ්‍යය $S \equiv x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$ වෘතයට පිටතින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.
$S = 0$ වෘතය මත වූ A ලක්‍ෂයට ආසන්නම ලක්ෂ්‍යයෙහි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

AL API (PAPERS GROUP)

10. $\cos 52° + cos68° + cos172°$ හි අගය සොයන්න.

CamScanner

AL API (PAPERS GROUP)

B කොටස

- ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. $a)$ $f(x) = x^2 + kx - 5$ යැයි ගනිමු $(k \in /R)$

$f(x) = 0$ හි මූල α සහ β නම් $\alpha^2 + \beta^2$ සහ $\alpha^2\beta^2$ සඳහා k ඇසුරින් ප්‍රකාශන ලියා දක්වන්න.

$5(\alpha^2 + \beta^2) = 7\alpha^2\beta^2$ වේ නම් k සඳහා පැවතිය හැකි අගයන් සොයන්න.

ඉහත සෙවූ k හි ධන අගය සඳහා $\frac{1}{\alpha^2}$ සහ $\frac{1}{\beta^2}$ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය ගොඩ නගන්න.

k හි ධන අගය ම සඳහා එම වර්ගජ සමීකරණය ඇසුරෙන්

$\frac{\alpha^3\beta+1}{\alpha^2}$ සහ $\frac{\alpha\beta^3+1}{\beta^2}$ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය අපෝහනය කරන්න.

$b)$ ශේෂ ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.

$f(x)$ හා $g(x)$ යනු x හි බහුපද දෙකකි.

$f(x)$ බහුපදය $3x^2 + x - 2$ න් බෙදූ විට ශේෂය $x + 2$ වන අතර $g(x)$ බහුපදය $x^2 - 1$ න් බෙදූ විට ශේෂය x වේ.

$f(x) + g(x)$ හි ඒකජ සාධකයක් සොයන්න.

එම ඒකජ සාධකයෙන් $f(x)^{\circ}g(x)$ බහුපදය බෙදූ විට ශේෂය -1 වන බව ද පෙන්වන්න.

12. $a)$ ප්‍රධාන මාර්ගයක් මධ්‍යයේ ගස් 12ක් සිටුවීමට නගර සභාවක් සැලසුම් කරයි. කවුන්සිලය විසින් විවිධ හිබිස්කස් වර්ගයේ ගස් 4 ක් විවිධ ජකරන්ද වර්ගයේ ගස් 9 ක් සහ විවිධ ඕලෙයන්ඩර් වර්ගයේ ගස් 2 ක් සහිත උද්‍යාන මධ්‍යස්ථානයකින් ගස් මිලදී ගනු ලබයි.

i. සෑම වර්ගයකින් අවම වශයෙන් ගස් 2 ක් වත් තිබිය යුතු නම් ගස් 12 ක් තෝරා ගත හැකි ආකාර ගණන කොපමණද?
කවුන්සිලය විසින් හිබිස්කස් වර්ගයේ ගස් 4 ක් ද ජකරන්ද වර්ගයේ ගස් 6ක් ද ඕලෙයන්ඩර් වර්ගයේ ගස් 2 ක් ද මිලදී ගනු ලබයි.

ii. හිබිකස් වර්ගයේ ගස් එකිනෙකට යාබදව තිබිය යුතු නම්, ජකරන්ද වර්ගයේ ගස් එකිනෙකට යාබදව තිබිය යුතු නම්, ඕලෙයන්ඩර් ගස් එකිනෙකට යාබදව තිබිය යුතු නම් මෙම ගස් 12 ක විවිධ සැකසුම් කෙතරම් සකස් කළ හැකිද?

iii. හිබිස්කස් වර්ගයේ ගස් එකිනෙකට යාබදව නොපිහිටන පරිදි මෙම ගස් 12 න් කොපමණ වෙනස් සැලසුම් කළ හැකි ද? ((iii) කොටස සුළු කිරීම අවශ්‍ය නොවේ)

$b)$ $\frac{1.2^1}{3!} + \frac{2.2^2}{4!} + \frac{3.2^3}{5!} + \frac{4.2^4}{6!} + \ldots$ ශ්‍රේණියේ r වන පදය U_r නම් U_r හි අගය සොයන්න. $(r \in z^+)$

$U_r = \frac{A.2^r}{(r+1)!} + \frac{B.2^r}{(r+2)!}$ වන පරිදි A හා B හි අගයන් නිර්ණය කරන්න.

$r \in z^+$ සඳහා $U_r = f(r) - f(r+1)$ වන පරිදි $f(r)$ ශ්‍රිතයක් සොයන්න.

එනයින් $r \in z^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^{n} U_r = 1 - \frac{2^{n+1}}{(n+2)!}$ බව පෙන්වන්න.

$\sum_{r=1}^{n} W_r = 1 - \sum_{r=1}^{n-1} U_r$ නම් $\sum_{r=1}^{n} W_r$ හි අගය සොයන්න.

13. $a)$ A න්‍යාසය , $A = \begin{pmatrix} x & -2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$ මගින් දෙනු ලබයි.

A න්‍යාසයේ නිශ්චායකයෙහි අගය -2 නම් x හි අගය සොයන්න.

$A^2 = 7A + 2I$ බව පෙන්වා එමගින් A^{-1} ලබා ගන්න.

එම ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන් $A.B^T = I + A$ නම් B න්‍යාසය සොයන්න.

(B^T යනු B න්‍යාසයෙහි පෙරලුම් න්‍යාසයයි. I යනු සනය 2×2 වූ ඒකක න්‍යාසයයි)

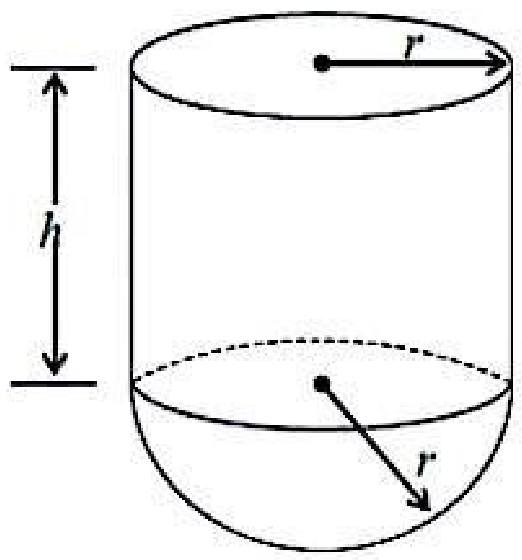
තවදුරටත් $B^{-1}C = AB^T$ නම් C න්‍යාසය ද සොයන්න.

CamScanner

$b)$ $n \in z^+$ සඳහා ද මුවාවර් ප්‍රමේයය භාවිතයෙන්, $Z = \cos\theta + i\sin\theta$ නම් $(-\pi < \theta \le \pi)$
$Z^n + \frac{1}{Z^n} = 2cosn\theta$ සහ $Z^n - \frac{1}{Z^n} = 2i\ sin\ n\theta$ බව පෙන්වන්න.
එමගින් $\frac{Z^{2n}-1}{Z^{2n}+1} = i\tan n\theta$ බව අපෝහනය කරන්න.
ඉහත ප්‍රතිඵල යොදා ගනිමින් $\left[\frac{\sqrt{3}+1}{2}\right]^6 + \left[\frac{i-\sqrt{3}}{2}\right]^6 = -2$ බව පෙන්වන්න.

14. $a)$ $x \neq -1, 3$ සඳහා $f(x) = \frac{x(x-2)}{(x+1)(x-3)}$ යැයි ගනිමු.
$f(x) = \frac{-6(x-1)}{(x+1)^2(x-3)^2}$ මගින් හා $f''(x) = \frac{6(3x^2-6x+7)}{(x+1)^3(x-3)^3}$ මගින් ලබා දෙන බව පෙන්වන්න.
(මෙහි $f(x)$ යනු $f(x)$ හි පළමු ව්‍යුත්පන්නය වන අතර $f''(x)$ යන්න $f(x)$ හි දෙක ව්‍යුත්පන්නය වේ)
$f''(x)$ භාවිතයෙන් ප්‍රස්තාරයට නතිවර්තන ලක්ෂ්‍ය නොමැති බව පෙන්වන්න.
සිරස් සහ තිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛ, හැරුම් ලක්ෂ්‍ය සහ x, y අක්ෂ ඡේදන ලක්ෂ්‍ය දක්වමින්
$y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

$b)$ රූප සටහනෙන් දැක්වෙන්නේ ගබඩා ටැංකියකි. ටැංකිය වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයකින් සහ අර්ධ ගෝලයකින් සමන්විත වන අතර ඒවායේ පරිමාවන් පිළිවෙලින් $9\pi m^3$ සහ $\frac{2}{3}\pi r^3 m^3$ වේ.



r, h, S සහ V යනු පිළිවෙලින් ටැංකියේ අරය, උස, හරස්කඩ වර්ගඵලය සහ පරිමාව වේ.

i. $V = \left(\frac{2}{3}r + h\right)\pi r^2$ සහ $S = (2h + 3r)\pi r$ බව පෙන්වන්න.
(ටැංකියෙහි මතුපිට පියන සංවෘත වේ)
ii. h සහ S යන්න r ඇසුරින් ලියා දක්වන්න.
iii. වක්‍ර පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය අවම වන r හි අගය සොයා අවම වක්‍ර පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය ද සොයන්න.
iv. ටැංකියේ සම්පූර්ණ වක්‍ර පෘෂ්ඨයෙහි තීන්ත ආලේප කරයි. සිලින්ඩර කොටසෙහි තීන්ත ආලේපනයට $1m^2$ සඳහා රු. 200 ක් හා ගෝලයෙහි $1m^2$ ක් සඳහා රු. 300 ක් වැය වේ නම් අවම පිරිවැය ද සොයන්න.

15. $a)$ $\int \cos 2x \cos 4x \cos 6x \; dx$ සොයන්න.

$b)$ භින්න භාග උපයෝගි කරගනිමින්, $\int \frac{x^4}{(x-1)(x^2+1)} dx$ සොයන්න.

$c)$ සුදුසු ආදේශයක් යොදා ගනිමින්, $\int_{\frac{1}{6}}^{\frac{1}{3}} \frac{\sin^{-1}(3x)}{\sqrt{1-9x^2}} dx = \frac{\pi^2}{27}$ බව සාධනය කරන්න.

$d)$ $\int_0^{\pi/2} f(x)dx = \int_0^{\pi/2} f\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ බව පෙන්වන්න.
ඉහත ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන් ,

$\int_0^{\pi/2} \frac{x(\sin x + \cos x)}{(\cos x - \sin x)^4} dx = \frac{\pi}{4} \int_0^{\pi/2} \frac{\sin x + \cos x}{(\cos x - \sin x)^4} dx$ බව සාධනය කරන්න. එනයින්

$\int_0^{\pi/2} \frac{x(\sin x + \cos x)}{(\cos x - \sin x)^4} dx$ හි අගය ලබා ගන්න.

16. $x+2y+1=0$ සහ $2x+y-4=0$ රේඛා දෙක අතර කෝණ සමච්ඡේදකවල සමීකරණ සොයන්න. $2x+y-4=0$ රෙඛාව අනුබද්ධයෙන් $(3,5)$ සහ $(4,-2)$ ලක්ෂ්‍ය රේඛාවේ එකම පැත්තේ පිහිටන බව පෙන්වන්න.

ඉහත රේඛා දෙකෙහි සුළු කෝණ සමච්ඡේදකය මත කේන්ද්‍රය පිහිටි, මෙම රේඛා ස්පර්ශ කරන අරය ඒකක $\sqrt{5}$ ක් වන වෘත්ත දෙකක් පවතින බව පෙන්වා, එම වෘත්ත දෙකෙහි සමීකරණ

$x^2+y^2-16x+14y+108=0$ සහ $x^2+y^2+4x-6y+8=0$ බව අපෝහනය කරන්න.

මෙම වෘත්ත දෙක හා මුල් රේඛා දෙක සුදුසු ඛණ්ඩාංක තලයක, රේඛා දෙකෙහි ඡේදන ලක්ෂ්‍ය හා අක්ෂ කැපෙන ලක්ෂ්‍ය දක්වමින් පැහැදිලි ලෙස සටහනක් අඳින්න.

එම තලයේ $x+2y+1\geq 0$

$2x+y-4\leq 0$ සහ $x^2+y^2+4x-6y+8\geq 0$

වන සියළු ලක්ෂ්‍ය පිහිටන ප්‍රදේශය පැහැදිලි ලෙස අඳුරු කර දක්වන්න.

17. *a)* $\cos 2\theta = 1-2sin^2\theta$ බව හා $\sin 3\theta = 3\sin\theta - 4sin^3\theta$ බව පෙන්වන්න.

ඉහත ප්‍රතිඵල ඇසුරින් $t=\sin\theta$ වන විට $cos2\theta - \sin 3\theta = 4t^3-2t^2-3t+1$ බව පෙන්වන්න. $\pi/2 \leq \theta \leq 3\pi/2$ සඳහා $\cos 2\theta - \sin 3\theta = 0$ යැයි ගනිමු.

$4t^3-2t^2-3t+1=0$ හි මූල සොයන්න. තව ද $4t^3+2t-1=0$ හි මූල $\sin\frac{9\pi}{10}$ සහ $\sin\frac{13\pi}{10}$ වන බව පෙන්වන්න. එමගින් $\sin\frac{9\pi}{10}=\frac{\sqrt{5}-1}{4}$ බව පෙන්වන්න.

b) පොළොව මත A, B, C නම් ලක්ෂ්‍ය තුනක සිට P නම් ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටි බැලුනයක් නිරීක්ෂණය කරන ආකාරය රූප සටහනෙන් දැක්වේ.

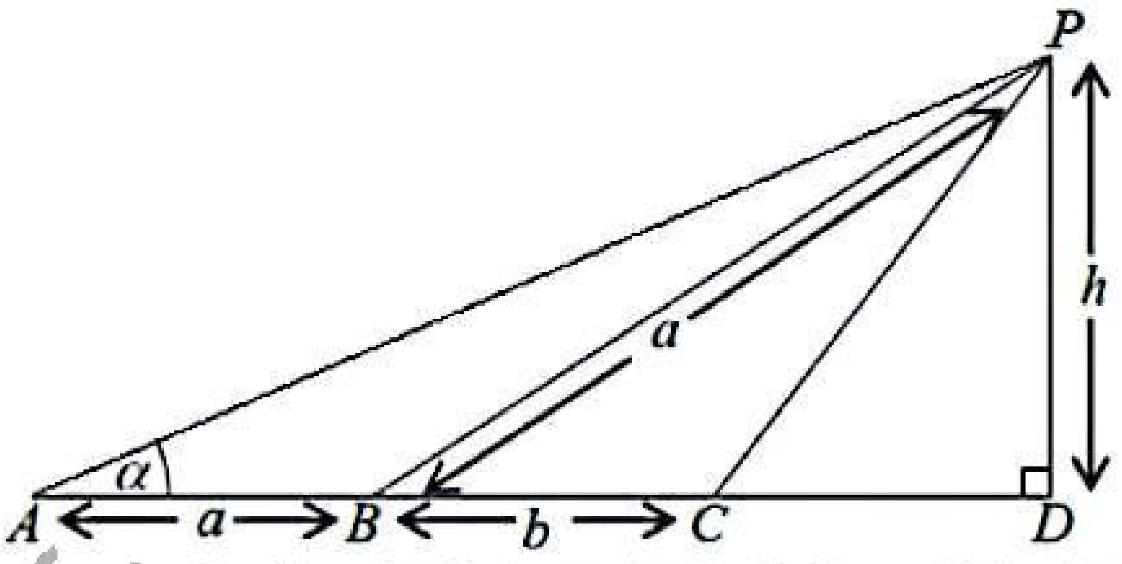
$P\hat{A}D = \alpha (0<\alpha<\pi/6)$ සහ

$P\hat{A}D : P\hat{B}D : P\hat{C}D = 1:2:3$ වේ.

$AB=PB=a$ සහ $BC=b$ ලෙසද ගනිමු. PBC ත්‍රිකෝණය සඳහා සයින් ප්‍රමේයය යෙදීමෙන් $sin\alpha = \sqrt{\frac{3b-a}{4b}}$ බව පෙන්වා එමගින් $cos\alpha$ හි අගය ද සොයන්න. සුදුසු ත්‍රිකෝණ සඳහා සයින් නියමත යෙදීමෙන් $\sin 3\alpha = \frac{h}{PC}$ සහ $\sin 3\alpha = \frac{a.\sin 2\alpha}{PC}$ බව පෙන්වන්න.

තවදුරටත් ඉහත ප්‍රතිඵල උපයෝගි කර ගනිමින්, $h=\frac{a}{2b}\sqrt{(a+b)(3b-a)}$ බව පෙන්වන්න.

c) $Tan^{-1}(x+1)+cot^{-1}\left(\frac{1}{x-1}\right) = Tan^{-1}8/31$ විසඳන්න.



AL API (PAPERS GROUP)

CamScanner

{සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழு பதிப்புரிமை உடையது / All Rights Reserved / සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழு பதிப்புரிமை உடையது }

පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව - උතුරු මැද පළාත
மாகாண கல்வித்திணைக்களம் - வடமத்திய மாகாணம்
Department of Education – North Central Province

13 - ශ්‍රේණිය	තෙවන වාර පරීක්ෂණය - 2024	කාලය : පැය 03 මි 10

විෂයය :- සංයුක්ත ගණිතය II

පාසලේ නම :- ....

ඇතුළත්වීමේ අංකය :- ....

උපදෙස් :

* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
* ***A* කොටස** (ප්‍රශ්න 1-10) සහ *B* **කොටස** (ප්‍රශ්න 11-17)
* ***A* කොටස :**

  සියලු ම ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු , සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
* ***B* කොටස :**

  ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

AL API (PAPERS GROUP)

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	

අවසාන ලකුණු

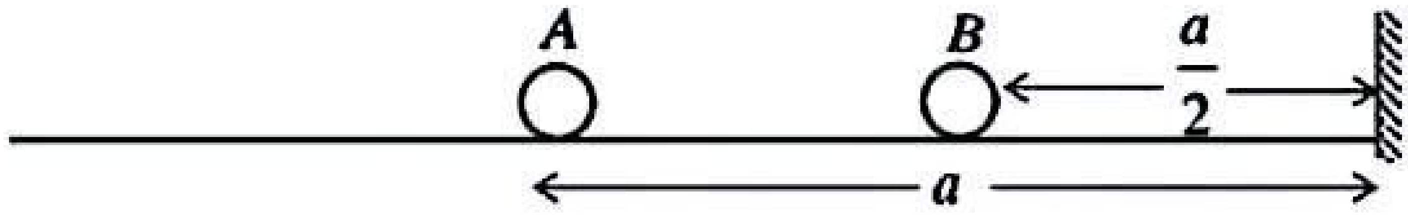
I පත්‍රය	
II පත්‍රය	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

CamScanner

A-කොටස

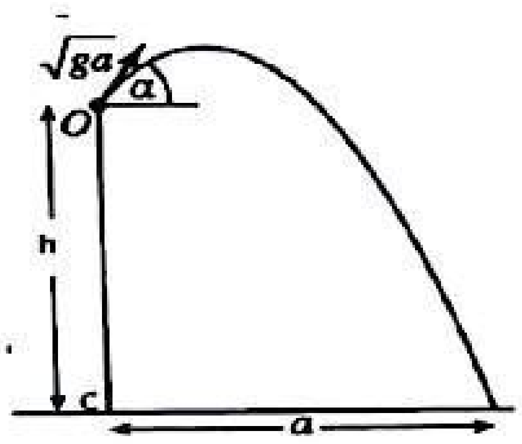
01. එක එකක ස්කන්ධය m වූ A සහ B අංශු දෙකක් සුමට තිරස් මේසයක් මත සරල රේඛාවක සිරස් බිත්තියක් ඉදිරියෙන් තබා ඇත. බිත්තියේ සිට A අංශුවට දුර a ද B අංශුවට දුර $\frac{a}{2}$ ද වෙයි.



B අංශුවට බිත්තිය දෙසට ආවේගයක් දෙනු ලබන්නේ ආවේගයෙන් මොහොතකට පසුව B හි ප්‍රවේගය u වන පරිදි ය. B අංශුව බිත්තියේ වැදී පොලා පැන ආපසු A අංශුව සමඟ ගැටෙයි. ගැටුමෙන් මොහොතකට පසු A අංශුවේ ප්‍රවේගය $\frac{e(1+e)u}{2}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි e යනු බිත්තිය හා B අංශුව අතර ද A හා B අංශු අතර ද ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය වේ. B ට A සමඟ ගැටීමට ගත වන කාලය ද සොයන්න.

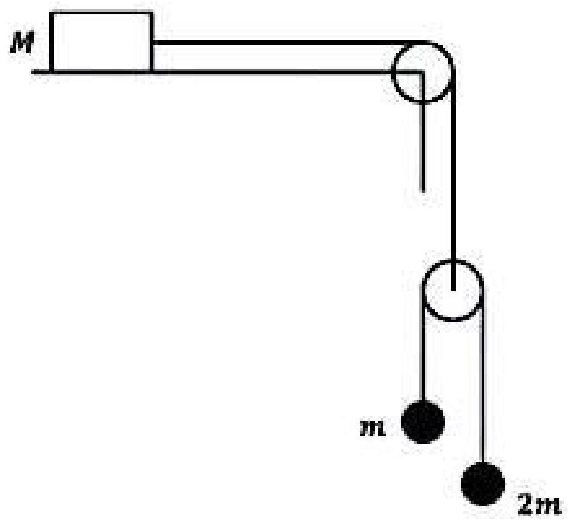
AL API (PAPERS GROUP)

02. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි තිරස් ගෙබිමක් මත C ලක්ෂ්‍යයක සිට h සිරස් උසකින් වූ O ලක්ෂ්‍යයක සිට $\sqrt{ga}$ ආරම්භක ප්‍රවේගයකින් හා තිරසට $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$ කෝණයකින් අංශුවක් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. අංශුව O සිට තිරස් a දුරකින් ගෙබිම හා ගැටෙයි නම් $h = \frac{a}{32}$ බව පෙන්වන්න.



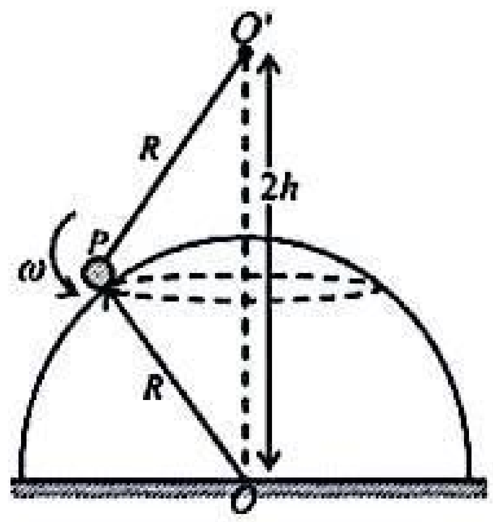
CamScanner

03. ස්කන්ධය m හා $2m$ වූ අංශු දෙකක් තන්තුවක දෙකෙළවරට අමුණා තන්තුව සැහැල්ලු P කප්පියක් මතින් යවා ඇත. තවත් තන්තුවක් P කප්පියට ද එහි අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය M වූ සුමට තිරස් තලයක් මත තබා ඇති වස්තුවකට ද අමුණා ඇත. දැන් පද්ධතිය සීරුවෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. තන්තුවල ආතති සෙවීම සඳහා ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලියා දක්වන්න.



04. ස්කන්ධය M වන මෝටර් රථයක් තිරස් මාර්ගයක නියත v වේගයෙන් ගමන් කරන අතර එහි ජවය H වේ. මෙම මෝටර් රථය $L:1$ වූ ආනත මාර්ගයක එන්ජිම ක්‍රියා විරහිත කර පහළට ගමන් කරන්නේ එහි චලිතයට ඇති ප්‍රතිරෝධය නොවෙනස් වන පරිදි ය. මෝටර් රථයේ ත්වරණය $\frac{g}{L} - \frac{H}{Mv}$ බව පෙන්වන්න.

05. අරය R වන සුමට අර්ධ ගෝලයක් එහි කේන්ද්‍රය O තිරස් තලයකට සවි කර තිබේ. සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක් ස්කන්ධය m වන P අංශුවකට හා අනෙක් කෙළවර Oට $2h$ උසක් සිරස් ව ඉහළින් පිහිටි O' ලක්ෂ්‍යයකට ඈඳා ඇත. රූපයේ පරිදි P අංශුව සුමට ගෝලය මත ω කෝණික වේගයෙන් තිරස් වෘත්තයක චලනය වේ. අංශුව සුමට ගෝලය හැර යාමට ආසන්න මොහොතේ පවතින්නේ නම් $\omega = \sqrt{\frac{g}{h}}$ හා තන්තුවේ ආතතිය $\frac{mgR}{h}$ බව පෙන්වන්න.



....

....

....

....

....

....

....

AL API (PAPERS GROUP)

....

....

....

....

....

....

....

06. $\overrightarrow{OA} = \boldsymbol{a} - 2\boldsymbol{b}$, $\overrightarrow{OB} = 3\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$ හා $OA \perp OB$ නම් $\boldsymbol{a}.\boldsymbol{b} = \frac{3}{5}|\boldsymbol{a}|^2 - \frac{2}{5}|\boldsymbol{b}|^2$ බව පෙන්වන්න. $|\boldsymbol{a}| = 1$ හා $|\boldsymbol{b}| = 2$ නම් $\boldsymbol{a}$ හා $\boldsymbol{b}$ අතර කෝණය සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

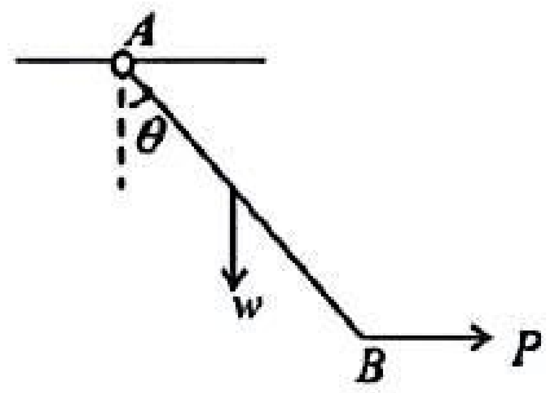
....

....

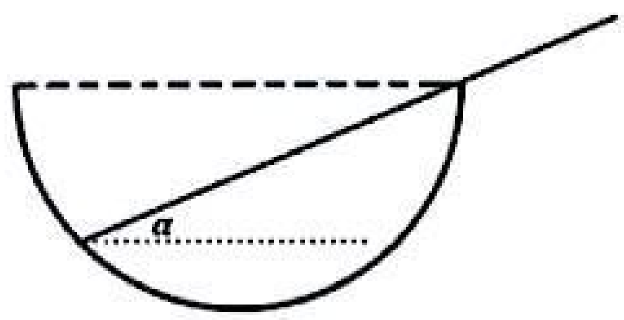
....

CS CamScanner

07. දිග $2a$ හා බර w වන ඒකාකාර AB දණ්ඩක A කෙළවරට සැහැල්ලු මුදුවක් සවිකර තිබේ. මුදුව රළු තිරස් දණ්ඩක් හරහා යවා තිබේ. B හි දී යෙදූ තිරස් P බලයක් මඟින් AB දණ්ඩ සමතුලිතව පවත්වා ගනියි. මුදුව හා දණ්ඩ අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ නම් සමතුලිත විට සිරස සමඟ AB දණ්ඩ සාදන කෝණය වන θ යන්න $\theta \leq \tan^{-1}(2\mu)$ බව පෙන්වන්න.



08. අචලව සවිකර ඇති සුමට අර්ධ ගෝලාකාර පාත්‍රයක් තුළ සමතුලිත ව තබා ඇති W බර ඒකාකාර දණ්ඩක ගෝලයේ කේන්ද්‍රය හරහා යන සිරස් හරස්කඩක් රූපයේ දක්වා ඇත. පාත්‍රයේ ගැටිය තිරස් වන අතර දණ්ඩ තිරසට α කෝණයක් ආනත වේ. ගෝලය මඟින් දණ්ඩ මත ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියා W හා α ඇසුරින් සොයන්න.



09. A හා B යනු Ω නියැදි අවකාශයක සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. සුපුරුදු අංකනයෙන් $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B|A) = \frac{3}{5}$ හා $P(A' \cap B) = \frac{2}{5}$ වේ. $P(A \cap B)$, $P(B)$ හා $P(A \cup B)$ සොයන්න. එසේම A හා B ස්වායක්ත සිද්ධි බව ද පෙන්වන්න. මෙහි A' යනු A හි අනුපූරක සිද්ධි වේ.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

AL API (PAPERS GROUP)

10. සිසුන් 100 දෙනෙකු පෙනී සිටි පරීක්ෂණයක සම්මත අපගමනය 10 වේ. මෙම පරීක්ෂණය සඳහා ලකුණු 70ක් ලබාගත් සිසුවෙකුගේ $Z-$ ලකුණ 1.6ක් වේ. පරීක්ෂණය සඳහා සහභාගී වූ සිසුන්ගේ මධ්‍යන්‍යය සොයන්න.

මෙම 70 ලකුණ වැරැදි ලෙස ඇතුළත් කර ඇති බවත් එය, ඒ වෙනුවට 60 විය යුතු බවත් පසුව සොයා ගන්නා ලදී. මෙම පරීක්ෂණය සඳහා ලබා ගත් ලකුණුවල නිවැරැදි මධ්‍යන්‍යයේ අගය සොයන්න.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

CamScanner

B- කොටස

11.

(a) කුලුනක මුදුනේ O ලක්ෂ්‍යයක සිට A අංශුවක් ගුරුත්වය යටතේ සීරුවෙන් මුදා හරියි. එය $x\,m$ දුරක් චලිත වූ පසු දෙවන B අංශුවක් O සිට $y\,m$ පහළින් වූ P ලක්ෂ්‍යයකින් නිශ්චලතාවයේ සිට ගුරුත්වය යටතේ මුදා හරියි. A හා B අංශු දෙකම එක ම මොහොතේ කුලුන පාමුලට පැමිණේ නම් අංශු දෙකෙහි ම චලිතය සඳහා ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්ථාරය එක ම සටහක ඇඳ කුලුනේ උස $\frac{(x+y)^2}{4x}$ බව පෙන්වන්න.

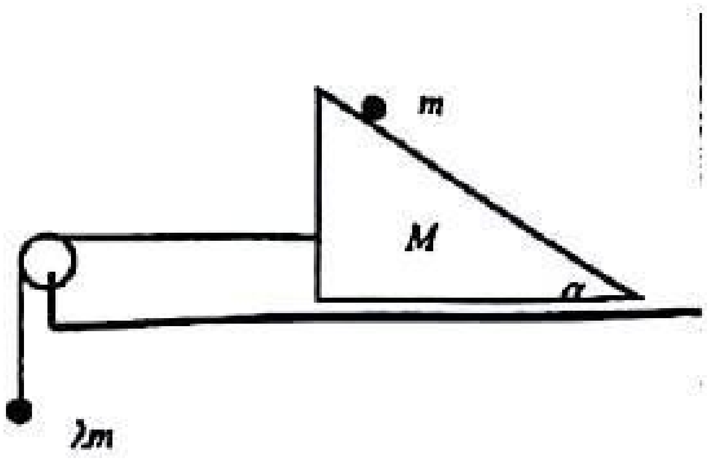
(b) A කුරුලු කූඩුවක සිට කුරුල්ලෙකු උතුරින් θ කෝණයකින් නැගෙනහිර දිශාවෙන් පිහිටි B කූඩුවක් වෙත පියාසර කරයි. $AB = a\,m$ වන අතර නිසල වාතයේ කුරුල්ලගේ උපරිම ප්‍රවේගය $V\,m\,s^{-1}$ වේ. සුළඟ $U\,m\,s^{-1}(U < V)$ ක ප්‍රවේගයෙන් දකුණට හමයි. කුරුල්ලාගේ A සිට B චලිතය සහ B සිට A චලිතය සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණය එක ම සටහනක ඇඳ A සිට B චලිත කාලය t_1 හා B සිට A දක්වා චලිත කාලය t_2 නම් හා V, Uට අනුලෝම ව සමානුපාතික නම්

$t_1 - t_2 = \frac{2a\cos\theta}{U(k^2-1)}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි k යනු නියතයකි.

AL API (PAPERS GROUP)

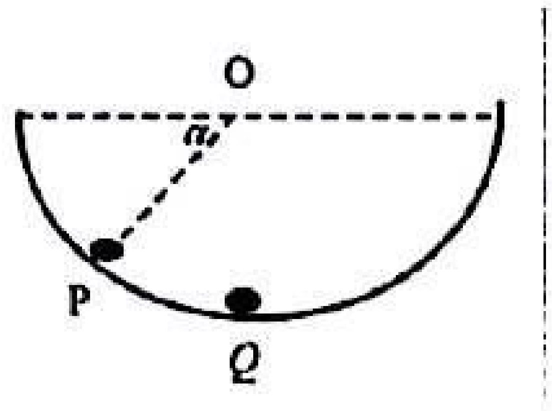
12.

(a) රූපසටහනේ දැක්වෙන පරිදි අප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් ස්කන්ධය M වන කුඤ්ඤයකට ගැට ගසා එහි අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය λm වූ අංශුවකට අමුණා පද්ධතිය සුමට තිරස් තලයක රඳවා තබා ගෙන ඇත. කුඤ්ඤයේ වැඩිතම බෑවුම් රේඛාව තිරසට දක්වන ආනතිය α වේ. දැන් ස්කන්ධය m වන අංශුවක් බෑවුම් රේඛාව මත තබා පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ.



පසුව ඇති වන චලිතයේ කුඤ්ඤයේ ත්වරණය සොයන්න. තව ද තන්තුවේ ආතතිය $\frac{\lambda mg[M+m\sin\alpha(\sin\alpha-\cos\alpha)]}{M+m(\lambda+\sin^2\alpha)}$ බව පෙන්වන්න.

(b) අරය a වන අර්ධ ගෝලීය කබොලක කේන්ද්‍රය O වේ. ස්කන්ධය λm වන Q අංශුවක් අර්ධ ගෝලයේ පහළ ම ලක්ෂ්‍යයේ නිසල ව තබා ඇත. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් O හරහා යන තිරස් විෂ්කම්භය සමග α කෝණයක් සාදන පිහිටුමක තබා මුදා හරිනු ලබයි. පසුව P හා Q ගැටී එකිනෙක හා වේ.



(i) ගැටුමෙන් පසු සංයුක්ත අංශුවේ ප්‍රවේගය $\frac{\sqrt{2ga(1-\sin\alpha)}}{\lambda+1}$ බව පෙන්වන්න.

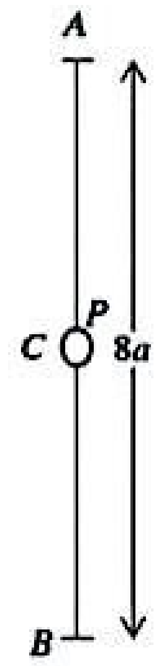
(ii) සංයුක්ත අංශුව යටි අත් සිරස සමග θ කෝණයක් සාදන විට එහි ප්‍රවේගය $\frac{1}{\lambda+1}\sqrt{2ga[(1-\sin\alpha)-(\lambda+1)^2(1-\cos\theta)]}$ බව පෙන්වන්න.

(iii) අංශුවේ ප්‍රවේගය ශූන්‍ය වන විට OP හැරී ඇති කෝණය $\cos^{-1}\left[1-\frac{1-\sin\alpha}{(\lambda+1)^2}\right]$ බව පෙන්වන්න.

(iv) අංශුවේ ප්‍රවේගය ශූන්‍ය වන විට අංශුව මත වෘත්තාකාර කබොලෙන් ඇති වන ප්‍රතික්‍රියාව $(\lambda+1)mg\left[1-\frac{1-\sin\alpha}{(\lambda+1)^2}\right]$ බව පෙන්වන්න.

CamScanner

13. A හා B යනු $AB = 8a$ වන පරිදි Aට සිරස් ලෙස පහළින් B පිහිටන පරිදි වූ අචල ලක්ෂ්‍ය දෙකකි. ස්වභාවික දිග a හා ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය mg වන සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් Aට ද අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m වූ P අංශුවකට ද අමුණා ඇත. ස්වභාවික දිග $3a$ හා ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය mg වන තවත් සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් Bට ද අනෙක් කෙළවර P අංශුවට ද අමුණා ඇත. APB තන්තු කොටස් සිරස් වන පරිදි C ලක්ෂ්‍යයේ දී අංශුව සමතුලිතව පවතියි. $AC = \frac{11a}{4}$ බව පෙන්වන්න.



දැන් P අංශුව A සිට $5a$ පහළින් වූ D ලක්ෂ්‍යයක තබා නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හරියි නම් P අංශුව AB මත A සිට x දුරින් පිහිටන විට තන්තු කොටස් දෙකෙහි ආතති ලබා ගන්න.

P අංශුවට චලිත සමීකරණ ලියා දක්වා $\ddot{x} + \frac{4g}{3a}\left(x - \frac{11a}{4}\right) = 0$ බව පෙන්වන්න.

$y = x - \frac{11a}{4}$ යැයි ලිවීමෙන් $\ddot{y} + \frac{4g}{3a}y = 0$ බව පෙන්වන්න.

මෙම සමීකරණයේ විසඳුම $y = A\cos\omega t + B\sin\omega t$ ලෙස ගනිමින් A, B හා ω සොයන්න.

P අංශුව A සිට a දුරක් පහළින් පිහිටන විට P අංශුවේ ප්‍රවේගය $\sqrt{\frac{8ga}{3}}$ බව පෙන්වා ඒ සඳහා ගත වූ කාලය ද සොයන්න.

14.

(a) ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සුපුරුදු අංකනයෙන් $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$ බව දෛශික ඇසුරෙන් සාධනය කරන්න.

α හා β තාත්ත්වික නියත වන පරිදි A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\mathbf{i} + \alpha\mathbf{j}$ හා $\beta\mathbf{i} + \mathbf{j}$ යැයි ගනිමු. AB මත C ලක්ෂ්‍යයක් පිහිටා ඇත්තේ $AC{:}CB = 2{:}1$ වන පරිදි නම්, C හි පිහිටුම් දෛශිකය $\overline{OC} = \frac{(2\beta+1)\mathbf{i}+(\alpha+2)\mathbf{j}}{3}$ බව පෙන්වන්න. තවදුරටත් $O\hat{A}B = A$ නම්, $\cos A = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ බව ද ලබා ගන්න.

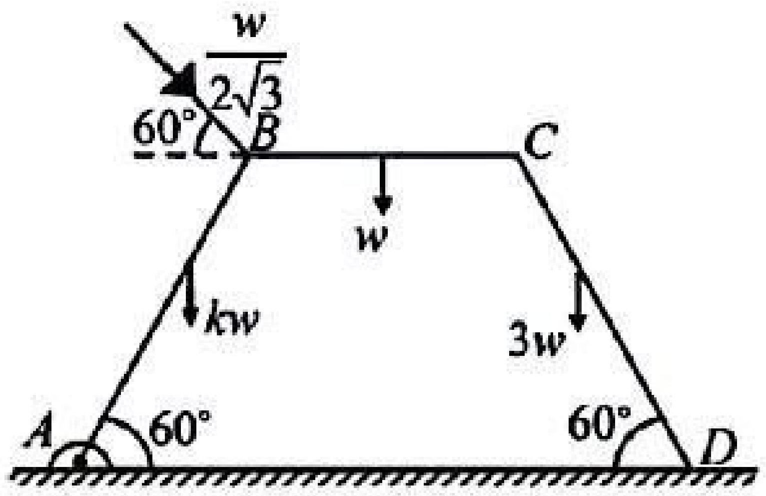
(b) A, B, C හා D යනු පාදයක දිග මීටර a වූ සමචතුරස්‍රයක ශීර්ෂ වෙයි. $CD = DE$ වන පරිදි දික් කළ CD පාදය මත E පිහිටයි. විශාලත්ව නිව්ටන $P, 2P, 3P, lP, mP$ හා nP වන බල පිළිවෙළින් AB, AD, CD, AC, EA හා BC පාද දිගේ අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් ක්‍රියා කරයි. පද්ධතිය සමතුලිතතාවේ පවතියි නම් l, m හා n අගයන්න.

දැන් EA දිගේ ක්‍රියා කරන බලය DB අක්ෂර දිගේ ක්‍රියාකරන එක ම විශාලත්වය සහිත බලයක් මඟින් ප්‍රතිස්ථාපනය කෙරෙයි. නව පද්ධතිය සමතුලිතව පවත්වා ගැනීම සඳහා යෙදිය යුතු යුග්මයේ විශාලත්වය හා අත සොයන්න.

CS CamScanner

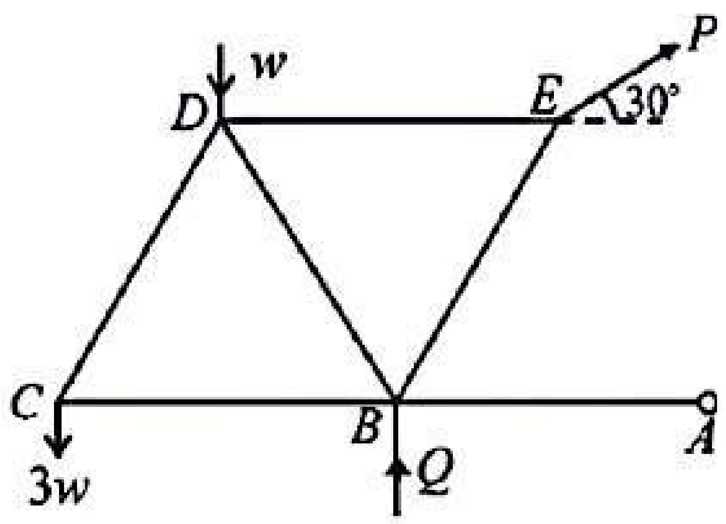
15.

(a) දිග $2a$ වන ඒකාකාර AB, BC, CD දඬු 3ක් B හා C හිදී සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත. AB, BC, CD දඬුවල බර පිළිවෙළින් kw, w හා $3w$ වේ. A කෙළවර තිරස් පොළවකට අසව් කර තිබේ. $D\hat{A}B = A\hat{D}C = 60°$ හා BC තිරස් වේ. CD දණ්ඩේ D කෙළවර රළු පොළොවක ගැටී තිබේ. රූපයේ පරිදි දඬු පවතින සිරස් තලයේ ම ක්‍රියා කරන විශාලත්වය $\frac{w}{2\sqrt{3}}$ වන බලයක් තිරසට $60°$ ආනත ව B මත ක්‍රියාත්මක වේ. CD දණ්ඩ මඟින් BC මත ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාවේ සිරස් සහ තිරස් සංරචක සොයන්න. එසේ ම $k = 2$ බව පෙන්වන්න.



පොළොව මඟින් CD දණ්ඩ මත ඇති කරන අභිලම්භ ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{7w}{2}$ බව පෙන්වා පොළොව හා CD අතර ඝර්ෂණ බලය ද සොයන්න. පොළොව හා CD අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ නම් $\mu \geq \frac{4\sqrt{3}}{21}$ බව පෙන්වන්න.

(b) රූපයේ දැක්වෙන රාමු සැකිල්ල ඒවායේ අන්තවල දී සුමට ලෙස සන්ධි කළ සමාන දිගින් යුත් AB, BC, CD, DE, BE හා BD සැහැල්ලු දඬු 6කින් සමන්විත වේ. C හා D හි පිළිවෙළින් $3w$ හා w බල ක්‍රියාත්මක වේ. රාමු සැකිල්ල Aහි දී සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත. E හි දී තිරසට $30°$ ආනත ව යෙදූ P බලයකින් හා B හි දී සිරස්ව ඉහළට යෙදූ Q බලයකින් AB, BC හා DE තිරස් ව පද්ධතිය සමතුලිත ව තබා ගනියි. බෝ අංකනය භාවිතයෙන් C, D, E හා B සන්ධි සඳහා ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් අඳින්න. එනයින්,

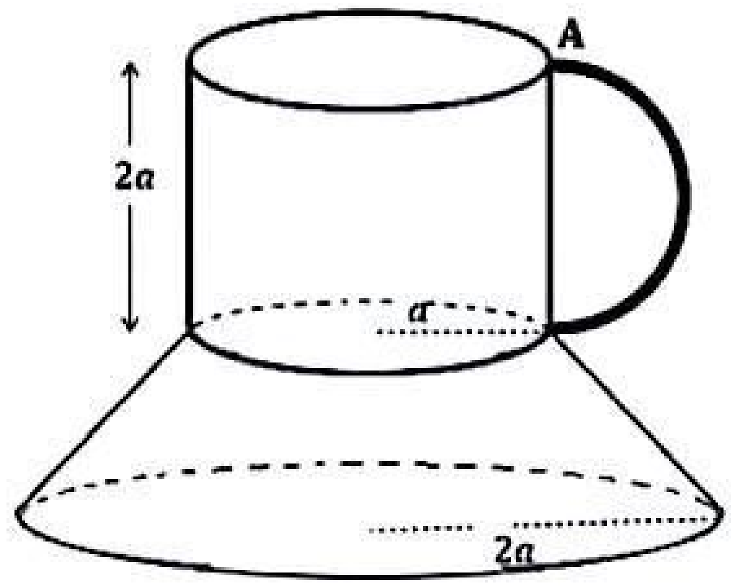


(i) P හා Qහි අගයන් සොයන්න.

(ii) දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල ආතතිය ද තෙරපුම් ද යන්න ප්‍රකාශ කරමින් ඒවා සොයන්න.

AL API (PAPERS GROUP)

16. එකිනෙකට a දුරකින් වූ අරය a හා $2a$ වූ වෘත්තාකාර ගැටි දෙකකින් යුත් ඒකාකාර ඝනත්වය ρ වූ ඝන ඍජු වෘත්තාකාර කේතුවක ඡින්නකයේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය කුඩා ගැටියේ කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{17a}{28}$ දුරකින් ඇති බව හා එහි ස්කන්ධය $\frac{7}{3}\pi a^3 \rho$ බව පෙන්වන්න. තව ද අරය a වූ අර්ධ වෘත්තාකාර චාප කොටසක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{2a}{\pi}$ දුරකින් ඇති බව් පෙන්වන්න.



මෙම ඡින්නකයේ කුඩා ගැටියට අරය a සහ උස $2a$ වන $\frac{a\rho}{2}$ ඝනත්වයෙන් යුත් ඍජු වෘත්ත කුහර සිලින්ඩරයක් සවි කර ඇත. සිලින්ඩරයේ A හා B ලක්ෂ්‍ය යා වන පරිදි රේඛීය ඝනත්වය $a^2\sigma$ වූ අර්ධ වෘත්තාකාර චාප කොටසක් පෑස්සීමෙන් රූපයේ දැක්වෙන බඳුන සකස් කර ඇත. බඳුනේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම $G(\overline{X}, \overline{Y})$ සොයා බඳුන A ලක්ෂ්‍යයෙන් එල්ලා ඇති විට එහි අක්ෂය සිරසට ආනත කෝණය α නම් $\tan\alpha = \frac{1}{2}$ විට $7\pi\rho = 12(\pi + 4)\sigma$ බව පෙන්වන්න.

CamScanner

17.

(a) බිත්තර අලෙවිසැලක් සඳහා නිමල්, කමල් හා සුනිල් යන තිදෙනා බිත්තර සපයනු ලබයි. ඔවුන් බිත්තර සැපයීමේ සම්භාවිතාව පිළිවෙළින් $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ හා $\frac{1}{6}$ වේ. ඔවුන් සපයන බිත්තර බිඳී තිබීම 5%, 6% සහ 8% බැගින් බව අලෙවිසැල් හිමියා ප්‍රකාශ කරයි. තිදෙනාගෙන් ම ලැබුණු බිත්තර තොගයෙන් සසම්භාවී ව බිත්තරයක් තෝරා ගත් විට එය බිඳී තිබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

එම බිත්තරය

(i) නිමල් විසින්,

(ii) කමල් විසින්

(iii) සුනිල් විසින්

සපයා තිබීමේ සම්භාවිතාව වෙන වෙන ම සොයන්න.

(b) විදුලි බුබුළු නිෂ්පාදකයෙක් තමා නිපදවන වර්ගයේ විදුලි බුබුළක ආයු කාලය පැය 5300ක් බව ප්‍රකාශ කරයි. මෙම වර්ගයේ විදුලි බුබුළු භාවිතයට ගන්නා සමාගමක් තමන්ගේ පසුගිය වාර්තා උපයෝගී කරගනිමින් වෙළෙඳ මහතාගේ ප්‍රකාශය පරීක්‍ෂා කිරීමට අවශ්‍ය දත්ත වගුවක් සකස් කර ගන්නා ලදී.

පංති සීමාව (ආයු කාලය පැය)	සංඛ්‍යාතය (විදුලි බුබුළු ගණන)
0000 - 2000	10
2000 - 4000	15
4000 - 6000	40
6000 - 8000	20
8000 - 10000	15

(i) ආයු කාලයේ මධ්‍යන්‍යය ගණනය කරන්න.

(ii) ආයු කාලයේ මධ්‍යස්ථය ගණනය කරන්න.

(iii) සම්මත අපගමනය ගණනය කරන්න.

(iv) නිෂ්පාදකයාගේ ප්‍රකාශයේ සත්‍ය අසත්‍ය බව නිගමනය කරන්න.

CS CamScanner

COMBINED MATHS 2024 - I

AL API (PAPERS GROUP)

(1) $\sum_{r=1}^{n+1}(2r-1)=(n+1)^2$

$n=1$ විට LHS $=\sum_{r=1}^{2}(2r-1)$ $\qquad$ $n=1$ විට RHS $(1+1)^2$

$= 2(1)-1+2\times2-1$ $\qquad$ $=4$

$=4$ $\therefore n=1$ විට ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ (5)

$n=p$; $p\in Z^+$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය යැයි සිතමු

$\sum_{r=1}^{p+1}(2r-1)=(p+1)^2$ —(1) (5)

$n=p+1$ විට $\sum_{r=1}^{p+2}(2r-1)=\sum_{r=1}^{p+1}(2r-1)+2(p+2)-1$ (5) $=(p+1)^2+2p+3$

$= p^2+2p+1+2p+3$

$(p+2)^2$

$\sum_{r=1}^{p+2} 2r-1 = (p+1+1)^2$ (5)

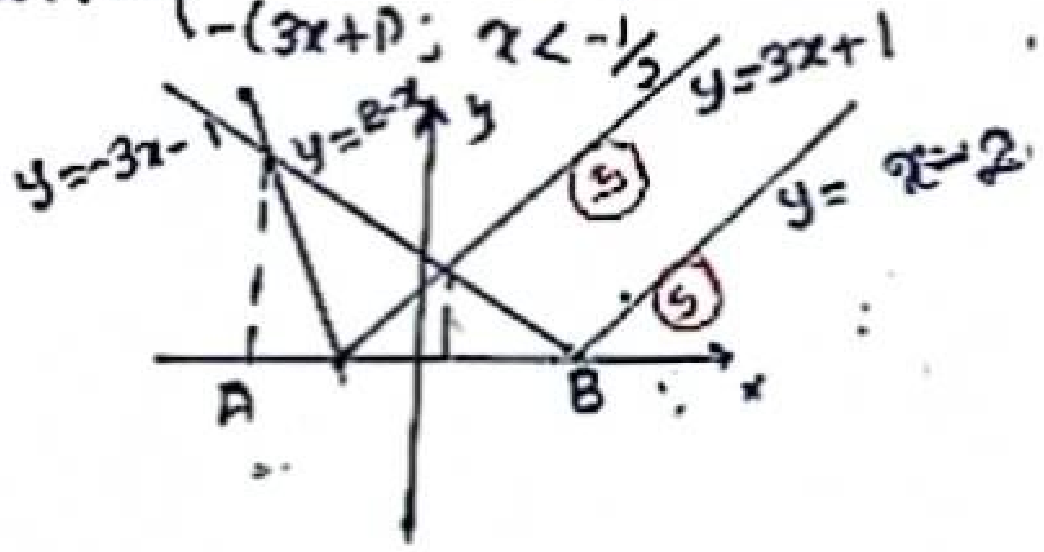
$\therefore n=p+1$ විටද ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මයෙන් $n\in Z^+$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ (5)

25

---

2) $\left|\frac{3x+1}{x-2}\right|>1$ $\qquad$ $|x-2|=\begin{cases}x-2; & x\geq 2\\ -(x-2) & x<2\end{cases}$

$3x+1=\begin{cases}3x+1; & x\geq -\frac{1}{3}\\ -(3x+1); & x<-\frac{1}{3}\end{cases}$



$\left.\begin{array}{l}y=-3x-1\\ y=2-x\end{array}\right\} x=-\frac{3}{2}$ —(A) (5)

$\left.\begin{array}{l}y=3x+1\\ y=2-x\end{array}\right\} x=\frac{1}{4}$ —(B) (5)

$\therefore$ අවශ්‍ය කුලකය $x<-\frac{3}{2}$ හෝ $\frac{1}{4}<x<2$ හෝ $x>2$ (5)

25

---

3) $T_{r+1}={}^nC_r(px)^r$ $\qquad$ $r=1$ විට $\qquad$ $r=2$ විට

$={}^nC_r\, p^r x^r$ $\qquad$ ${}^nC_1\cdot p=8$ $\qquad$ ${}^nC_2\, p^2=24$ $\qquad$ $n\frac{(n-1)}{2}p^2=24$ —(2)

$np=8$ —(1) (5) $\qquad$ $\frac{n!\,p^2}{2!\,(n-2)!}=24$ (5)

(1) හා (2) න් $\frac{n(n-1)}{2}\cdot\frac{64}{n^2}=24$ (5) $\qquad$ $4(n-1)=3n$ $\qquad$ $p=5$ (5)

$n=4$ (5)

④ $(2+i)^3 = 2^3 + 3\cdot 2^2 i + 3\cdot(2)i^2 + i^3$

$= 8 + 12i - 6 - i$

$= 2 + 11i$ (5)

$\therefore \; b = 11$ (5)

$(2+i)$, $z^3 + pz + q = 0$ හි මූලයක් නිසා

$(2+i)^3 + p(2+i) + q = 0$ (5)

$(2+11i) + p(2+i) + q = 0$

$(2 + 2p + q) + (11+p)i = 0$

$Im(z_0) = 0 \qquad Re(z_0) = 0$

$11 + p = 0 \qquad 2 + 2p + q = 0$

$p = -11$ (5) $\qquad 2 + 2(-11) + q = 0$

$q = 20$ (5)

25

$$\lim_{x\to 0} \frac{(\sqrt{x+2}-\sqrt{2})(1+x\sin 3x-\cos 2x)}{x^2 \sin x\,(\sqrt{x+2}+\sqrt{2})} \times (\sqrt{x+2}+\sqrt{2}) \quad (5)$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{x(1+x\sin 3x-\cos 2x)}{x^2\sin x(\sqrt{x+2}+\sqrt{2})} = \frac{x(x\sin 3x+2\sin^2 x)}{x^2\sin x(\sqrt{x+2}+\sqrt{2})}$$

$$\lim_{x\to 0}\left[\frac{\sin 3x}{\sin x} + \frac{2\sin x}{x}\right]\frac{1}{\sqrt{x+2}+\sqrt{2}}$$

$$\left[\frac{3\lim_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{3x}}{\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}} + 2\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}\right]\lim_{x\to 0}\left[\frac{1}{\sqrt{x+2}+\sqrt{2}}\right] \quad (5)\ (5)\ (5)$$

$$\frac{3+2}{2\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{4} \quad (5)$$

25

06) $y = \tan^{-1}\sqrt{3x}$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{1+3x^2} \times \sqrt{3} \times \frac{1}{2} x^{-1/2}$ (5)

$\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{3}}{2(1+3x^2)\sqrt{x}}$ (5)

$\frac{2}{\sqrt{3}} dy = \frac{dx}{(1+3x)\sqrt{x}}$

$\frac{2}{\sqrt{3}} \int dy = \int \frac{dx}{(1+3x)\sqrt{x}}$

$\int_{1/3}^{1} \frac{dx}{(1+3x)\sqrt{x}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \left[\tan^{-1}\sqrt{3x}\right]_{1/3}^{1}$ (5)

$\int_{1/3}^{1} \frac{dx}{(1+3x)\sqrt{x}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \left[\tan^{-1}\sqrt{3} - \tan^{-1}(1)\right]$ (5)

$= \frac{2\sqrt{3}}{3} \left[\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right]$

$= \frac{\sqrt{3}\pi}{18} \quad \therefore n = 18$ (5)

AL API (PAPERS GROUP)

25

---

7) $x = 2(1+\sin\theta) \qquad y = 2\cos 2\theta$

$\frac{dx}{d\theta} = 2\cos\theta \qquad \frac{dy}{d\theta} = -4\sin\theta$ (5)

$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dx} = \frac{-4\sin 2\theta}{2\cos\theta} = \frac{-4 \times 2\sin\theta\cos\theta}{2\cos\theta} = -4\sin\theta$ (5)

ස්පර්ශකයේ සමීකරණය

$y - 2\cos 2\theta = -4\sin\theta(x - 2(1+\sin\theta))$ (5)

$y + 4\sin\theta x - 2\cos 2\theta - 8\sin\theta(1+\sin\theta) = 0$

$y + 4\sin\theta x - 8\sin\theta - 8\sin^2\theta - 2\cos 2\theta = 0$

$y + 4\sin\theta x - 8\sin\theta - 8\sin^2\theta - 2[1 - 2\sin^2\theta] = 0$ (5)

$y + 4\sin\theta x - 8\sin\theta - 4\sin^2\theta - 2 = 0$

$y + 4\sin\theta x - 2(2\sin^2\theta + 4\sin\theta + 1) = 0$ (5)

25

---

8) $\frac{y-2}{x-1} = 1 = t \Rightarrow \frac{y-2}{1} = \frac{x-1}{1} = t$ ලෙස ගනිමු

$x = 1+t, \quad y = 2+t$ (5)

$\left| \frac{3(1+t) + 4(2+t) - 10}{\sqrt{3^2+4^2}} \right| = 3$ (5)

$\left| \frac{7t+1}{5} \right| = 3$

$7t + 1 = \pm 15$ (5)

(+) $7t + 1 = 15$

$t = 2$

(−) $7t + 1 = -15$

$7t = -16$

$t = -\frac{16}{7}$

$\therefore P \equiv (3, 4)$ (5) හෝ $P = \left(-\frac{9}{7}, -\frac{2}{7}\right)$ (5)

25

CS CamScanner

(9) $S=0$ හි කේන්ද්‍රය C නම්

$2g=-4,\ 2f=6$

$g=-2,\ f=3$

$C=(-g,-f)=(2,-3)$

$S=0$ හි අරය $r=\sqrt{g^2+f^2-c}$

$r=\sqrt{(-2)^2+3^2-(-12)}$

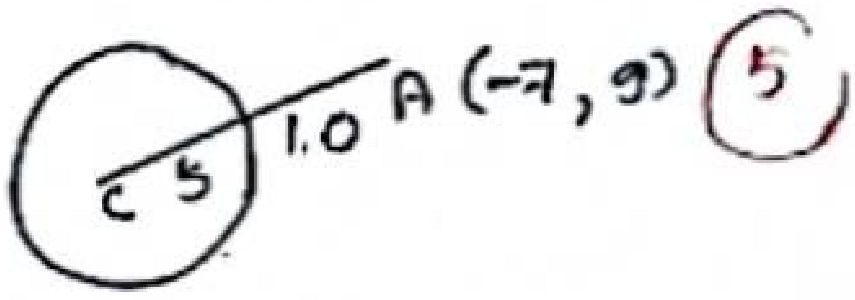
$r=5$ (5)

AC දිග $=\sqrt{(-7-2)^2+(9-3)^2}$

$=15$ (5)

AC7 වෘත්තය ඡේදය

A ළඟම වෘත්තය මතින් පිහිටයි



(5)

$CP:PA=5:10=1:2$ (5)

$P=\dfrac{1\times(-7)+2\times 2}{1+2},\ \dfrac{1\times 9+2\times(-3)}{1+3}$

$P=(-1,1)$ (5)

AL API (PAPERS GROUP)

[25]

10) $\cos 52^\circ+\cos 68^\circ+\cos 172^\circ$

$=2\cos 60^\circ\cos 8^\circ+\cos 172^\circ$ (5)

$=2\times\frac{1}{2}\cos 8^\circ+\cos 172^\circ$ (5)

$=\cos 8^\circ+\cos(180-172)$ (5)

$=\cos 8^\circ-\cos 8^\circ$ (5)

$=0$ (5)

[25]

B කොටස

11] a) $f(x)=x^2+kx-5=0$ (α, β) $\quad k\in R$

$\alpha+\beta=-k$ (5) $\quad \alpha\beta=-5$ (5)

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$

$=(-k)^2-2(-5)$ (5)

$=k^2+10$ (5)

$\alpha^2\beta^2=(\alpha\beta)^2$

$=(-5)^2$ (5)

$=25$ (5)

$5(\alpha^2+\beta^2)=7\alpha^2\beta^2$

$5(k^2+10)=7\times 25$ (5)

$k^2+10=35$

$k^2=25$ (5)

$k=\pm 5$

$k=5$ හෝ $k=-5$
(5) (5)

$k=5$ විට $\alpha^2+\beta^2=35$ මූල ගුණිතය $\frac{1}{\alpha^2}\times\frac{1}{\beta^2}=\frac{1}{\alpha^2\beta^2}=\frac{1}{25}$ (5) (5)

CS CamScanner

මූල ඓක්‍යය $\frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{\beta^2} = \frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha^2\beta^2} = \frac{35}{25} = \frac{7}{5}$ (5)

(5)

$\frac{1}{\alpha^2}$ සහ $\frac{1}{\beta^2}$ මූල වන සමීකරණය $x^2-\left[\frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{\beta^2}\right]x+\frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{\beta^2}=0$

$$x^2-\left(\frac{7}{5}\right)x+\frac{1}{25}=0 \quad (5)$$

$$25x^2-35x+1=0 \quad (5)$$

$$y - \begin{cases} \frac{\alpha^3\beta+1}{\alpha^2} = \alpha\beta+\frac{1}{\alpha^2} = -5+x \\ \frac{\alpha\beta^3+1}{\beta^2} = \alpha\beta+\frac{1}{\beta^2} = -5+x \end{cases}$$

$$y = -5+x \Rightarrow x = (y+5)$$

$$25(y+5)^2-35(y+5)+1=0 \quad (5)$$

$$25y^2+250y+625-35y-175+1=0$$

$$25y^2+215y+451=0 \quad (5)$$

$$y \rightarrow x$$

$$25x^2+215x+451=0$$

90

---

b) $f(x)$ බහුපදය $(x-a)$ ගෙන් බෙදූවිට ශේෂය $f(a)$ වේ. (5)

$$f(x) = (x-a)g(x)+R \quad (5)$$

$x=a$ විට $f(a) = R$ (5)

$$f(x) = (3x^2+x-2)h(x)+x+2$$

$$f(x) = (x+1)(3x-2)h(x)+x+2 \quad —① \quad (5)$$

$$g(x) = (x^2-1)k(x)+x$$

$$g(x) = (x-1)(x+1)k(x)+x \quad —② \quad (5)$$

① + ② $f(x)+g(x) = (x+1)(3x-2)h(x)+x+2+(x-1)(x+1)k(x)+x$ (5)

$$=(x+1)\left[(3x-2)h(x)+(x-1)k(x)+2\right] \quad (5)$$

$\therefore (x+1)$ යනු $f(x)+g(x)$ හි සාධකයකි. (5)

ශේෂ ප්‍රමේයය අනුව

$f(x)\cdot g(x)$ බහුපදය $(x+1)$න් බෙදූ විට ශේෂය $f(-1)\cdot g(-1)$ වේ. (5)

① න් $f(-1)=1$ (5). ශේෂය $f(-1)\cdot g(-1) = 1\times(-1) = -1$ (5)

② න් $g(-1)=-1$ (5)

60

12) a) (i)

ගණිතඥයින් (4)	ජ්‍යෝතිද (9)	භෞතිකවේදීන් (2)	ආකාර
2	8	2	${}^4C_2 \times {}^9C_8 \times {}^2C_2 = 54$ (5) (5)
3	7	2	${}^4C_3 \times {}^9C_7 \times {}^2C_2 = 144$ (5) (5)
4	6	2	${}^4C_4 \times {}^9C_6 \times {}^2C_2 = 84$ (5) (5)

ආකාර $= 282$ (5)

(ii) ආකාර

$3!\,[4! \times 6! \times 2!]$ (10)

$6\,(24 \times 720 \times 2)$ (5)

$207\,360$ (5)

(iii) මුළු ආකාර

$12!$ (5)

ගණිතඥ වර්ගයා එක ළඟ තැබිය හැකි $9! \times 4!$ (10)

ගණිතඥ වර්ගයා එක ළඟ නොවන සේ

තැබිය හැකි $12! - 9! \times 4!$ (5)

75

AL API (PAPERS GROUP)

b) $U_r = \dfrac{r \cdot 2^r}{(r+2)!}$ (5)

$U_r = \dfrac{A \cdot 2^r}{(r+1)!} + \dfrac{B \cdot 2^r}{(r+2)!}$

$\dfrac{r \cdot 2^r}{(r+2)!} = \dfrac{A \cdot 2^r}{(r+1)!} + \dfrac{B \cdot 2^r}{(r+2)!}$

$r = A(r+2) + B$ (5)

සංගුණක සමාන කිරීම

$r \rightarrow A = 1$ (5)

$r^0 \rightarrow 2A + B = 0, \; B = -2$ (5)

$U_r = \dfrac{2^r}{(r+1)!} - \dfrac{2 \cdot 2^r}{(r+2)!}$ (5)

$f(r) = \dfrac{2^r}{(r+1)!}$ (5) හා $f(r+1) = \dfrac{2^{r+1}}{(r+2)!}$ වේ.

එවිට $U_r = f(r) - f(r+1)$ වේ.

$r = 1, \quad U_1 = f(1) - f(2)$

$r = 2, \quad U_2 = f(2) - f(3)$ (15)

$r = 3 \quad U_3 = f(3) - f(4)$

- - - - - - - - - - - - -

$r = n-2 \quad U_{n-2} = f(n-2) - f(n-1)$

$r = n-1 \quad U_{n-1} = f(n-1) - f(n+1)$

(+)

CamScanner

$r = n, \quad U_n = f(n) - f(n+1)$

$U_1 + U_2 + U_3 + \cdots + U_n = f(1) - f(n+1)$

$\sum_{r=1}^{n} U_r = \frac{2}{2!} - \frac{2^{n+1}}{(n+2)!}$ (10)

$\sum_{r=1}^{n} U_r = 1 - \frac{2^{n+1}}{(n+2)!}$ (5)

$\sum_{r=1}^{n} W_r = 1 - \sum_{r=1}^{n-1} U_r = 1 - \left[1 - \frac{2^n}{(n+1)!}\right]$ (10)

$= \frac{2^n}{(n+1)!}$ (5)

75

---

3) $A = \begin{pmatrix} x & -2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$ $\quad Det(A) = -2$

$x - (-4)(-2) = -2$

$x - 8 = -2$

$x = 6$ (5)

$A = \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ -4 & +1 \end{pmatrix}$

$LHS = A^2 = \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 6 & -2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 44 & -14 \\ -28 & 9 \end{pmatrix}$ (5) (5)

$RHS = 7A + 2I = 7\begin{pmatrix} 6 & -2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 44 & -14 \\ -28 & 9 \end{pmatrix}$ (05) (5)

$LHS = RHS$

$A^2 = 7A + 2I$ වේ

$I = \frac{A^2 - 7A}{2} = A\left(\frac{1}{2}A - 7I\right)$ (5)

A^{-1}

$A^{-1} = \frac{1}{2}(A - 7I) = \frac{1}{2}\left\{\begin{pmatrix} 6 & -2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} - 7\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$ (5)

$= \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -4 & -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$ (5)

$A \cdot B^T = I + A$

$A^{-1}A \cdot B^T = A^{-1}I + A^{-1}A$

$I B^T = A^{-1} + I$

$B^T = A^{-1} + I$ (5)

$B^T = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (5)

$B^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -1 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}$ (5)

$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -2 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ (5)

CamScanner

$BC = A \cdot B^{-1}$

$B^{-1}C = I + A$

$B \cdot B^{-1}C = BI + BA$

$IC = B + BA$ (5)

$C = B + BA$

$C = \begin{bmatrix} 1/2 & -2 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/2 & -2 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & -2 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}$ (5)

$C = \begin{bmatrix} 1/2 & -2 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 11 & -3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ (5)

$C = \begin{bmatrix} 23/2 & -5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ (5)

/80

---

i) $Z = \cos\theta + i\sin\theta$ නම් ද මුවාවර් ප්‍රමේයය අනුව

$Z^n = \cos n\theta + \sin(n\theta)$ — ① (5)

$1/Z^n = \cos n\theta + i\sin(-n\theta)$

$1/Z^n = \cos n\theta - i\sin(n\theta)$ — ② (5)

① + ②

$Z^n + 1/Z^n = \cos n\theta + i\sin n\theta + \cos n\theta - i\sin n\theta$ (5)

$Z^n + 1/Z^n = 2\cos n\theta$ — ③

① − ② $Z^n - 1/Z^n = \cos n\theta + i\sin n\theta - (\cos n\theta - i\sin n\theta)$ (5)

$Z^n - 1/Z^n = 2i\sin n\theta$ — ④

④/③ $\dfrac{Z^n - 1/Z^n}{Z^n + 1/Z^n} = \dfrac{2i\sin(n\theta)}{2\cos(n\theta)}$ (5)

$\dfrac{(Z^n)^2 - 1}{(Z^n)^2 + 1} = i\tan n\theta \Rightarrow \dfrac{Z^{2n} - 1}{Z^{2n} + 1} = i\tan n\theta$ (5)

$Z_1 = \dfrac{\sqrt{3} + i}{2}$ ලෙස සලකමු

$Z_2 = \dfrac{i - \sqrt{3}}{2}$ ලෙස සලකමු

$Z_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i = \cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}$ (5)

$Z_1^6 = \cos\pi + i\sin\pi$

$Z_1^6 = -1 + 0$ (5)

$Z_1^6 = -1$ (5)

$Z_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$

$Z_2 = \cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6}$ (5)

$Z_2^6 = \cos 5\pi + i\sin 5\pi$ (5)

$Z_2^6 = \cos\pi + i\sin\pi$

$= -1 + 0$

$Z_2^6 = -1$ (5)

$$\text{LHS} = \left(\frac{\sqrt{3}+i}{2}\right)^6 + \left(\frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)^6 = Z_1^6 + Z_2^6 = (-1)+(-1)$$ (5)

$$= -2 = \text{RHS}$$ (5)

70

AL API (PAPERS GROUP)

---

14) a) $f(x) = \dfrac{x(x-2)}{(x+1)(x-3)}$

$$f'(x) = \frac{(x+1)(x-3)[x+x-2] - x(x-2)[x+1+x-3]}{(x+1)^2(x-3)^2}$$ (5)

$$f'(x) = \frac{(x+1)(x-3)(2x-2) - x(x-2)(2x-2)}{(x+1)^2(x-3)^2}$$

$$= \frac{2(x-1)[x^2-2x-3-x^2+2x]}{(x+1)^2(x-3)^2}$$ (5)

$$= \frac{2(x-1)[-3]}{(x+1)^2(x-3)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-6(x-1)}{(x+1)^2(x-3)^2}$$

$$f''(x) = \frac{(x+1)^2(x-3)^2[-6] + 6(x-1)\left[(x+1)^2 2(x-3) + (x-3)^2 2(x+1)\right]}{(x+1)^4(x-3)^4}$$ (5)

$$= \frac{+6\left[-(x+1)(x-3) + 2(x+1)(x-1) + 2(x-3)(x-1)\right]}{(x+1)^3(x-3)^3}$$

$$f''(x) = \frac{+6[3x^2-6x+7]}{(x+1)^3(x-3)^3}$$

$$f''(x) = \frac{18\left[(x-1)^2 + 4/3\right]}{(x+1)^3(x-3)^3}$$ (5)

$f''(x) \neq 0$

∴ $f(x)$ ශ්‍රිතයට නතිවර්තන ලක්ෂ්‍ය පැවතිය නොහැක

$f'(x) = 0$ දී ශ්‍රිතයට හැරුම් ලක්ෂ්‍ය පවතී

$$\frac{-6(x-1)}{(x+1)^2(x-3)^2} = 0 \qquad x = 1$$

$(1, \tfrac{1}{4})$ හැරුම් ලක්ෂ්‍යයකි

CamScanner

$-\infty < x < -1$	$x = -1$	$-1 < x < 1$	$x = 1$	$1 < x < 3$	$x = 3$	$3 < x < +\infty$
$f'(x) > 0$ ↗ (5)		$f'(x) > 0$ ↙ (5)	∩	$f'(x) < 0$ (5)		$f'(x) < 0$ (5)
	ස්පර්ශෝන්මුඛය		උපරිම		ස්පර්ශෝන්මුඛය	

$x \to -1^-$ විට $y \to \infty$ $\qquad$ $x \to 3^-$ විට $y \to -\infty$

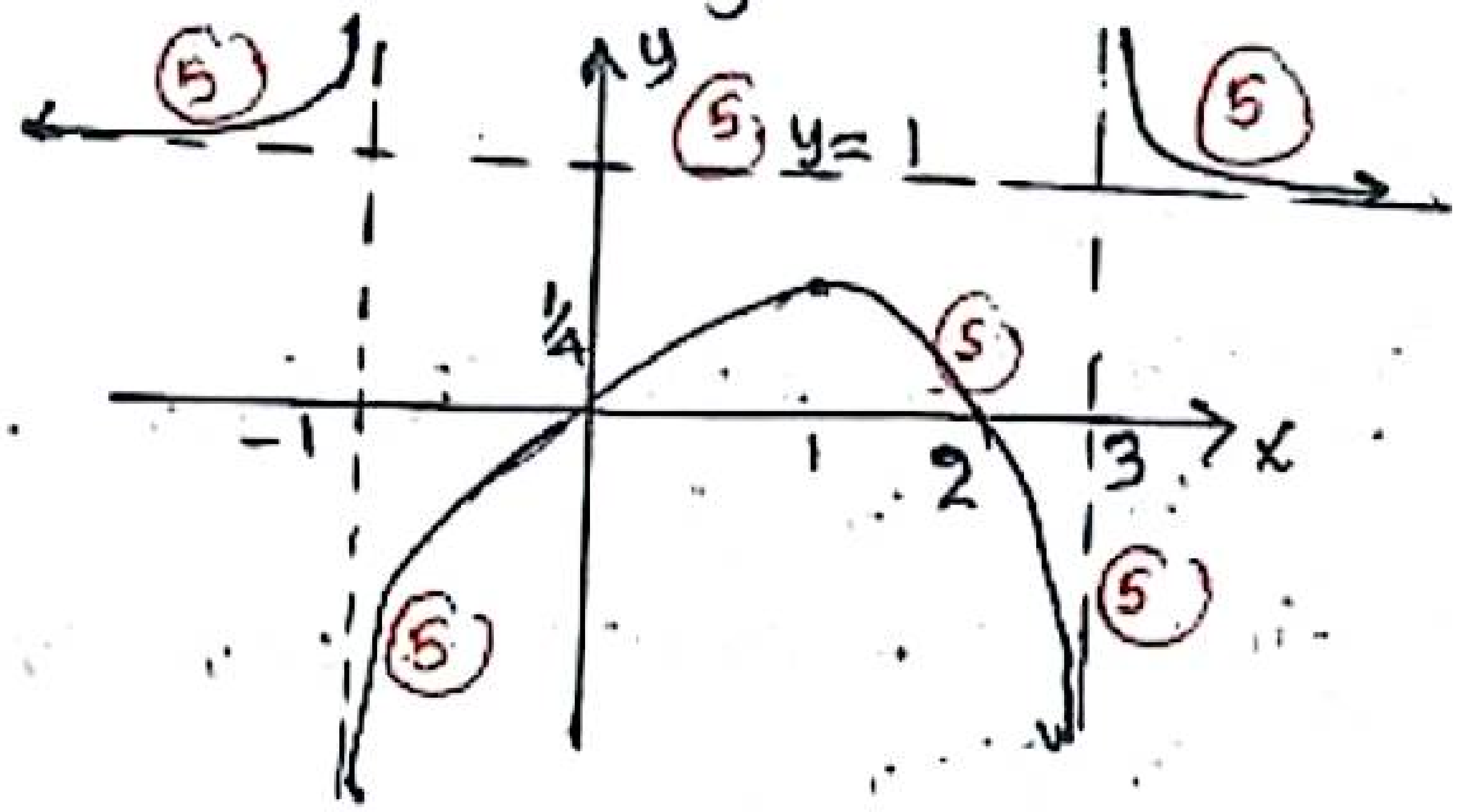
$x \to -1^+$ විට $y \to -\infty$ $\qquad$ $x \to 3^+$ විට $y \to +\infty$

සිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛ $\to x = -1$ (5)

$x = 3$

$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{x(x-2)}{(x+1)(x-3)} = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{(1-2/x)}{(1+1/x)(1-3/x)} = 1 \text{ (5)}$$

$\therefore$ තිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛය $y = 1$



80

b) i) $V = \frac{2}{3}\pi r^3 + \pi r^2 h$

$= \pi r^2 \left(\frac{2r}{3} + h\right)$ (5)

$S = 2\pi r h + 2\pi r^2 + \pi r^2$

$S = \pi r (2h + 3r)$ (5)

ii) $9\pi = \pi r^2 h$

$h = \frac{9}{r^2}$ (5)

$S = \pi r (2h + 3r)$

$\pi r \left(\frac{18}{r^2} + 3r\right)$

$S = \frac{18\pi}{r} + 3\pi r^2$ (5)

iii) $\frac{dS}{dr} = -\frac{18\pi}{r^2} + 6\pi r$ (5)

$= \frac{6\pi}{r}\left[r^3 - 3\right]$ (5)

$\frac{dS}{dr} = 0$ වන $r = \sqrt[3]{3}$ ලෙස දිය (5)

$S = \frac{18\pi}{\sqrt[3]{3}} + 3\pi (3)^{2/3}$

$S = \frac{27\pi}{\sqrt[3]{3}}\ m^2$ (5)

CamScanner

වක්‍ර පෘෂ්ඨය තීන්ත ආලේප කිරීමට වියදම $C_1 = (2\pi r h + \pi r^2) \times 200$

රෝදයට තීන්ත ගෑමට වියදම $C_2 = (2\pi r^2 \times 200)$

මුළු වියදම C නම්

$$C = 400\pi r h + 800\pi r^2$$

$$C = 400\pi r\left(\frac{9}{r^2}\right) + 800\pi r^2 \Rightarrow C = 400\pi\left[\frac{9}{r} + 2r^2\right]$$ (5)

$$\frac{dC}{dr} = 400\pi\left[-\frac{9}{r^2} + 4r\right]$$ (5)

$$\frac{dc}{dr} = \frac{400\pi}{r^2}\left[4r^3 - 9\right]$$

$\frac{dc}{dr} = 0$ වන්නේ $r = \left(\frac{3}{2}\right)^{2/3}$ විටදීය (5)

$r = \left(\frac{3}{2}\right)^{2/3}$

$\frac{dc}{dr} < 0$	$\frac{dc}{dr} > 0$

අවම (5)

$$C \text{ අවම} = 400\pi\left[\frac{9}{\left(\frac{3}{2}\right)^{2/3}} + 2\left(\frac{3}{2}\right)^{4/3}\right]$$ (5)

$$400\pi\left[\frac{9 + 2\times\left(\frac{9}{4}\right)^{2/3}}{\left(\frac{3}{2}\right)^{2/3}}\right]$$

AL API (PAPERS GROUP)

(70)

15) a) $\int \cos 2x \cos 4x \cos 6x \, dx$

$$I = \frac{1}{2}\int 2\cos 2x \cos 4x \cos 6x \, dx$$

$$= \frac{1}{2}\int (\cos 6x + \cos 2x)\cos 6x \, dx$$ (5)

$$= \frac{1}{2}\int \cos^2 6x \, dx + \frac{1}{2}\int \cos 2x \cos 6x \, dx$$

$$= \frac{1}{2}\left[\int \frac{1 + \cos 12x}{2} dx\right] + \frac{1}{4}\int (\cos 8x + \cos 4x)\, dx$$ (5)

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\frac{\sin 12x}{12}\right] + \frac{1}{4}\frac{\sin 8x}{8} + \frac{1}{4}\frac{\sin 4x}{4}$$

$$I = \frac{1}{4}\left[x + \frac{\sin 12x}{12}\right] + \frac{1}{4}\left[\frac{\sin 8x}{8} + \frac{\sin 4x}{4}\right] + C$$ C යනු අභිමත නියතයකි

(5) (5) (5)

(25)

CamScanner

b) $\dfrac{x^4}{(x-1)(x^2+1)} = Ax+B+\dfrac{C}{(x-1)}+\dfrac{Dx+E}{x^2+1}$ (5)

$x^4 = (Ax+B)(x-1)(x^2+1)+C(x^2+1)+(Dx+E)(x-1)$

$x^4 \to 1 = A$

$x^3 \to 0 = -A+B$

$x^2 \to 0 = A-B+C+D$

$x \to 0 = B-A-D+E$

නියත $\to 0 = -B+C-E$

$A=1$, $B=1$, $C=\frac{1}{2}$, $E=-\frac{1}{2}$, $D=-\frac{1}{2}$ (10)

$$\int \frac{x^4}{(x-1)(x^2+1)}\,dx = \int (x+1)\,dx + \int \frac{dx}{2(x-1)} + \int \frac{-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}}{x^2+1}\,dx \quad (5)$$

$$= \frac{x^2}{2}+x+\frac{1}{2}\ln|x-1| - \frac{1}{4}\int \frac{2x}{x^2+1} - \frac{1}{2}\int\frac{dx}{x^2+1}$$

$$= \frac{x^2}{2}+x+\frac{1}{2}\ln|x-1| - \frac{1}{4}\ln|x^2+1| - \frac{1}{2}\tan^{-1}x + C$$

(5) (5) (5) (5) (5)

(45)

---

c) $I = \displaystyle\int_{1/6}^{1/3} \frac{\sin^{-1}3x}{\sqrt{1-9x^2}}\,dx$ $\quad \sin^{-1}3x = t$ ආදේශයෙන් (5)

$\dfrac{3}{\sqrt{1-9x^2}} = \dfrac{dt}{dx}$, $\quad x=\frac{1}{6},\ t=\frac{\pi}{6}$; $\quad x=\frac{1}{3},\ t=\frac{\pi}{2}$ (5)

$I = \displaystyle\int_{\pi/6}^{\pi/2} \frac{t\,dt}{3}$ (5)

$\left[\frac{1}{6}[t^2]\right]_{\pi/6}^{\pi/2}$ (5)

$= \frac{1}{6}\left[\left(\frac{\pi}{2}\right)^2-\left(\frac{\pi}{6}\right)^2\right]$ (5)

$= \frac{\pi^2}{6}\left[\frac{1}{4}-\frac{1}{36}\right]$

$= \frac{\pi^2}{6}\times\frac{8}{36}$

$= \frac{\pi^2}{27}$ (5)

CamScanner

d) $\int_0^{\pi/2} f(x)dx = \int_0^{\pi/2} f(\pi/2 - x)dx$

$\left.\begin{array}{ll} \pi/2 - x = t, & x = 0 \text{ විට } t = \pi/2 \\ -dx = dt & x = \pi/2 \text{ විට } t = 0 \end{array}\right\}$ (5)

(5)

$\int_0^{\pi/2} f(\pi/2 - x) = \int_{\pi/2}^{0} f(t)(-dt)$

$= -\int_{\pi/2}^{0} f(t)dt$

$= \int_0^{\pi/2} f(t)dt$ (5)

$= \int_0^{\pi/2} f(x)dx$ (5)

(20)

AL API (PAPERS GROUP)

---

d) $I = \int_0^{\pi/2} \frac{x(\sin x + \cos x)dx}{(\cos x - \sin x)^4}$

$= \int_0^{\pi/2} \frac{(\pi/2 - x)[\sin(\pi/2 - x) + \cos(\pi/2 - x)]dx}{[\cos(\pi/2 - x) - \sin(\pi/2 - x)]^4}$

$= \int_0^{\pi/2} \frac{(\pi/2 - x)[\cos x + \sin x]dx}{(\sin x - \cos x)^4}$ (5)

$= \int_0^{\pi/2} \frac{\pi/2[\cos x + \sin x]dx}{(\sin x - \cos x)^4} - \int_0^{\pi/2} \frac{x(\cos x + \sin x)}{(\sin x - \cos x)^4}dx$

$= \int_0^{\pi/2} \pi/2 \frac{[\cos x + \sin x]dx}{(\sin x - \cos x)^4} - I$

$I = \pi/4 \int_0^{\pi/2} \frac{\cos x + \sin x}{(\sin x - \cos x)^4} dx$ (5)

$= \pi/4 \int_0^{\pi/2} (\cos x + \sin x)(\sin x - \cos x)^{-4} dx$

$= \pi/4 \left[\frac{\sin x - \cos x}{-3}\right]_0^{\pi/2}$ (5)

$= -\pi/12 [3\sin\pi/2 - \cos\pi/2] - 3[\sin 0 - \cos 0]^{-3}]$ (5) (5)

$= -\pi/12[1 - (-1)] = -\pi/6$ (5)

(30)

CamScanner

16) $\dfrac{x+2y+1}{\sqrt{5}} = \pm \dfrac{2x+y-4}{\sqrt{5}}$ (5), (+) $x+2y+1 = 2x+y-4$

$y-x+5=0$ (5)

$x+2y+1 = \pm\, 2x+y-4$ (−) $x+2y+1 = -(2x+y-4)$

$y+x-1=0$ (5)

$[2(3)+5-4][2(4-2-4]$

7×2 (5)

$14>0$

$\therefore$ (3,5), (4,−2) යන $2x+y-4=0$ රේඛාව ආශ්‍රිතයෙන් එකම පැත්තේ පිහිටයි. (5)

$y-x+5=0$ සහ $2x+y-4=0$ රේඛා සලකමු

$y-x+5=0 \rightarrow m_1=1$ රේඛා 2ක අතර කෝණය θ නම්

$2x+y-4=0 \rightarrow m_2=-2$ $\tan\theta = \left|\dfrac{m_1-m_2}{1+m_1m_2}\right| = \left|\dfrac{1-(-2)}{1-2}\right|$

$\tan\theta = 3$ (5)

$\therefore \tan\theta > 1$ (5)

$\tan\theta > \tan\frac{\pi}{4}, \ \theta > \frac{\pi}{4}$ (5)

$\therefore$ $y-x+5=0$ න් කෝණ සමච්ඡේදකය නොවේ. (5)

එනම් සුළු කෝණ සමච්ඡේදකය $y+x-1=0$ (5)

50

අවශ්‍ය වෘත්තය $S_1 \equiv x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$

$r = \sqrt{g^2+f^2-c}$

$\sqrt{5} = \sqrt{g^2+f^2-c}$

$g^2+f^2-c=5$ —(1) (5)

කේන්ද්‍රය $(-g,-f)$, $y+x-1=0$ මත පිහිටයි.

$-f-g-1=0$

$g+f+1=0$ —(2) (5)

කේන්ද්‍රයේ සිට රේඛාවට ලම්බ දුර $\sqrt{5}$ නිසා

$\dfrac{2(-g)-f-4}{\sqrt{2^2+1^2}} = \sqrt{5}$ (5) $-2f-g+1=5$

$2f+g=-4$ —(4) (5)

$\dfrac{2(-g)-f-4}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$ (5), $2g+f=-9$ —(3) (5)

(2) හා (3) විසඳීමෙන් $g=-8, f=7$ (5)

(2) හා (4) විසඳීමෙන් $f=-3, g=2$ (5)

CamScanner

g සහ f සඳහා අගයන් දෙක ඇති බැවින් අවශ්‍යතා තෘප්ත කරන වෘත්ත දෙක පවතී

$g = -8,\ f = 2\,7$

① න් $C = (-8)^2 + 7^2 - 5$

$C = 108$ (5)

$g = 2\ \ f = -3\,7$

① න් $C = (-3)^2 + 2^2 - 5$

$C = 8$ (5)

∴ අවශ්‍ය වෘත්ත

$S_1 = x^2 + y^2 + 2(-8)x + 2(7)y + 108 = 0$

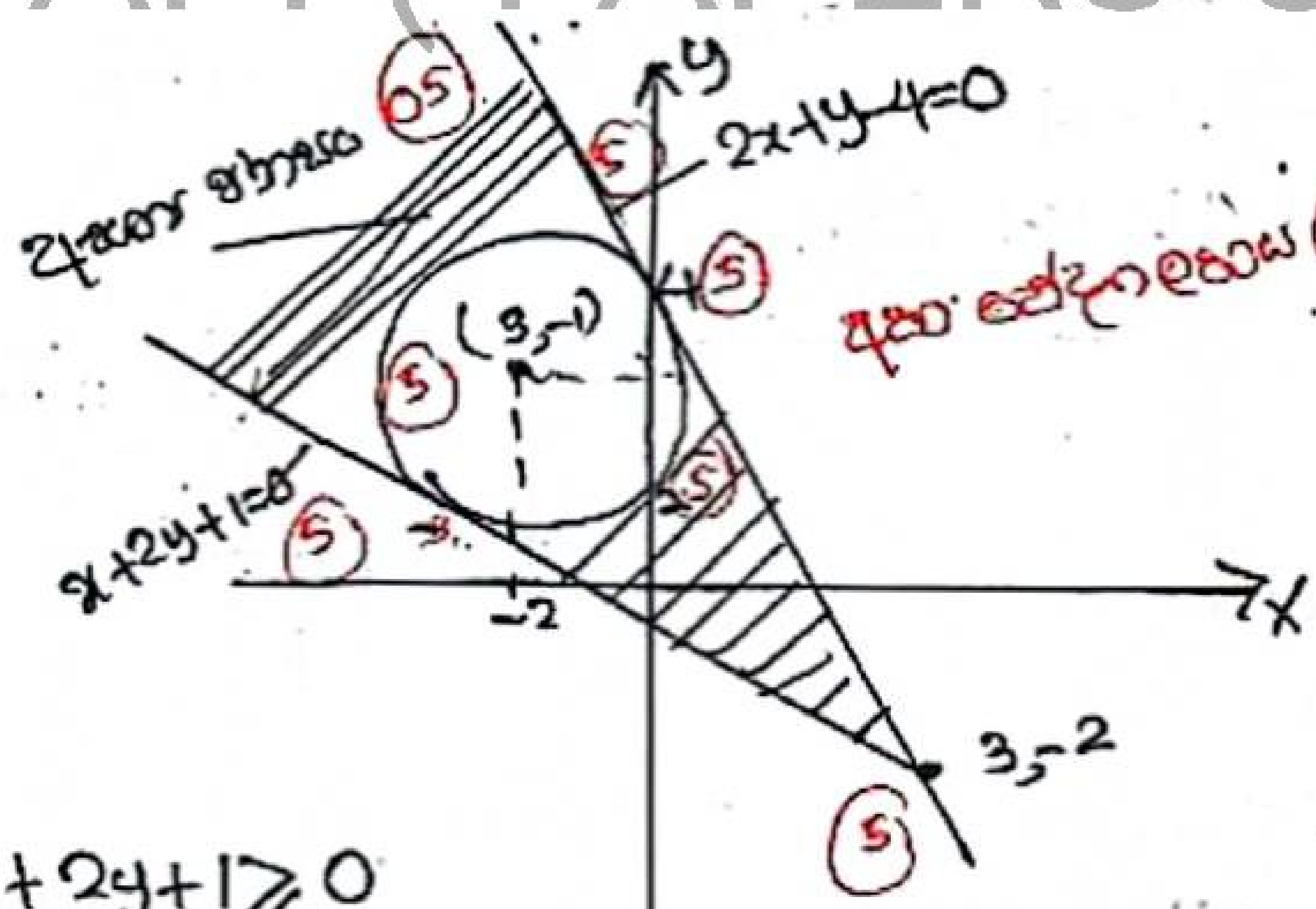
$S_1 = x^2 + y^2 - 16x + 14y + 108 = 0$ (5)

$S_2 = x^2 + y^2 + 2(2)x + 2(-3)y + 8 = 0$

$S_2 = x^2 + y^2 + 4x - 6y + 8 = 0$ (5)

60

AL API (PAPERS GROUP)



$x + 2y + 1 \geq 0$

$2x + y - 4 \leq 0$

$x^2 + y^2 + 4x - 6y + 8 \geq 0$

40

150

CamScanner

17) $\cos 2\theta = \cos(\theta+\theta) = \cos\theta\cos\theta - \sin\theta\sin\theta$

$= \cos^2\theta - \sin^2\theta$

$= 1 - \sin^2\theta - \sin^2\theta$

$= 1 - 2\sin^2\theta$ (5)

$\sin 3\theta = \sin(2\theta+\theta) = \sin 2\theta\cos\theta + \cos 2\theta \sin\theta$

$= 2\sin\theta\cos^2\theta + (1-2\sin^2\theta)\sin\theta$

$= 2\sin\theta(1-\sin^2\theta) + \sin\theta(1-2\sin^2\theta)$

$= 3\sin\theta - 4\sin^3\theta$ (5)

$\cos 2\theta - \sin 3\theta = (1-2\sin^2\theta) - (3\sin\theta - 4\sin^3\theta)$

$= 4\sin^3\theta - 2\sin^2\theta - 3\sin\theta + 1$ (5)

$t = \sin\theta$ විට

$\cos 2\theta - \sin 3\theta = 4t^3 - 2t^2 - 3t + 1$, $\cos 2\theta - \sin 3\theta = 0$

$4t^3 - 2t^2 - 3t + 1 = 0$ (5)

$(t-1)(4t^2+2t-1) = 0$

$t = 1$ හෝ $4t^2 + 2t - 1 = 0$, $t = \dfrac{-2 \pm \sqrt{4 - 4\times 4(-1)}}{2\times 4}$

(5)

$t = \dfrac{-1 \pm \sqrt{5}}{4}$ (5)

$\cos 2\theta - \sin 3\theta = 0$ විට

$\cos 2\theta = \sin 3\theta$

$\sin 3\theta = \sin(\pi/2 - 2\theta)$

$3\theta = n\pi + (-1)^n(\pi/2 - 2\theta)$ (5)

$n=1$	$n=4$	$n=6$
$\theta = \pi/2$	$\theta = \dfrac{9\pi}{10}$	$\theta = \dfrac{13\pi}{10}$

$\pi/2 \le \theta \le 3\pi/2$

$\theta = \pi/2, \dfrac{9\pi}{10}, \dfrac{13\pi}{10}$ (5)

අනුරූපව විසඳුම්

$t = \sin\pi/2 = 1$

$t = \sin 9\pi/10$ (5)

$t = \sin \dfrac{13\pi}{10}$

නමුත් $t = 1$ හෝ $t = \dfrac{-1 \pm \sqrt{5}}{4}$ ය.

$\sin\dfrac{9\pi}{10} > 0$

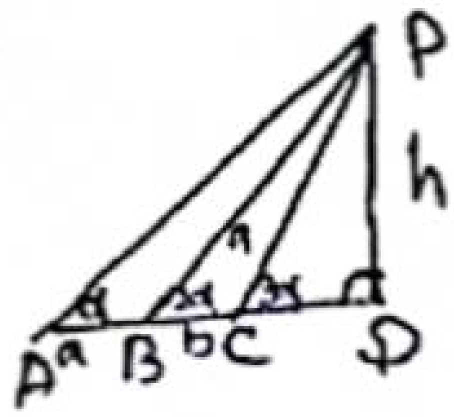
$\sin\dfrac{13\pi}{10} < 0$ (5)

$\therefore \sin\dfrac{9\pi}{10} = \dfrac{-1+\sqrt{5}}{4}$

AL API (PAPERS GROUP)

50

CamScanner

b) 

PBC△යට sin නීතිය යෙදීමෙන්

$$\frac{\sin\alpha}{b} = \frac{\sin(\pi-3\alpha)}{a} \quad (5)$$

$$\frac{\sin\alpha}{b} = \frac{\sin 3\alpha}{a}$$

$$\frac{\sin\alpha}{b} = \frac{3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha}{a} \quad (5) \qquad \sin\alpha \neq 0 \; [0<\alpha<\pi/2]$$

$$1/b = \frac{3-4\sin^2\alpha}{a} \quad (5)$$

$$\sin^2\alpha = \frac{3b-a}{4b} \quad (5) ; \quad \sin\alpha > 0 \text{ නිසා}$$

$$\sin\alpha = \sqrt{\frac{3b-a}{4b}} \quad (5)$$

$$\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha}$$

$$= \sqrt{1-\left(\frac{3b-a}{4b}\right)} \quad (5) \quad \cos\alpha > 0$$

$$\cos\alpha = \sqrt{\frac{a+b}{4b}} \quad (5)$$

PCD △ට sin නීතිය යෙදීමෙන් PBC△න්

$$\frac{\sin 3\alpha}{h} = \frac{\sin 90}{PC} \qquad \frac{\sin 2\alpha}{PC} = \frac{\sin(\pi-3\alpha)}{a}$$

$$\sin 3\alpha = h/PC \; — ① \; (5) \qquad \sin 3\alpha = \frac{a\sin 2\alpha}{PC} \; — ② \; (5)$$

① හා ② න් $\frac{h}{PC} = \frac{a\sin 2\alpha}{PC}$ (5), $h = a\sin 2\alpha$ (5)

$$h = 2a\sin\alpha\cos\alpha$$

$$h = 2a\sqrt{\frac{3b-a}{4b}} \times \sqrt{\frac{a+b}{4b}} \quad (5)$$

$$h = \frac{a}{2b}\sqrt{(a+b)(3b-a)}$$

(60)

) $\tan^{-1}(x+1) + \cot^{-1}(1/x-1) = \tan^{-1}(8/31)$

$\alpha = \tan^{-1}(x+1)$ $\qquad \beta = \cot^{-1}(1/x-1)$

$\tan\alpha = x+1$ (5) $\qquad \cot\beta = 1/x-1$ (5)

$-\pi/2 < \alpha < \pi/2 \qquad -\pi/2 < \beta < \pi/2$

$$\alpha+\beta = \tan^{-1}(8/31) \quad (5)$$

$$\tan(\alpha+\beta) = 8/31$$

$$\frac{\tan\alpha + \tan\beta}{\;} = 8/$$

$$\frac{x+1+x-1}{1-(x+1)(x-1)} = \frac{8}{31} \quad (5)$$

$$\frac{2x}{1-x^2+1} = \frac{8}{31}$$

$$31x = -4x^2+8$$

$$4x^2+31x-8=0 \quad (5)$$

$$(x+8)(4x-1)=0$$

$x = -8$ හෝ $x = \frac{1}{4}$ (5)

$x = -8$ වුව

$\alpha, \beta < 0$

$\alpha + \beta < 0$

නමුත් $\alpha + \beta > 0$

$\therefore x \neq -8$ (5)

$x = \frac{1}{4}$ (5)

(40)

AL API (PAPERS GROUP)

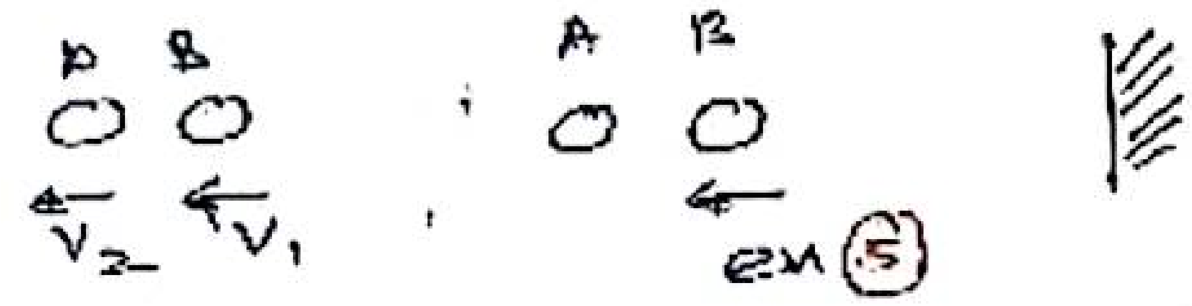
CamScanner

වයඹ පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව - ලකුණු දීමේ පටිපාටිය

පෙරහුරු වාර පරීක්ෂණය - 2024

සංයුක්ත ගණිතය - II

01.



(5)

$I = \Delta mv$

$mv_1 + mv_2 - m(eu) = 0 \Rightarrow v_1 + v_2 = eu$ — (1) (5)

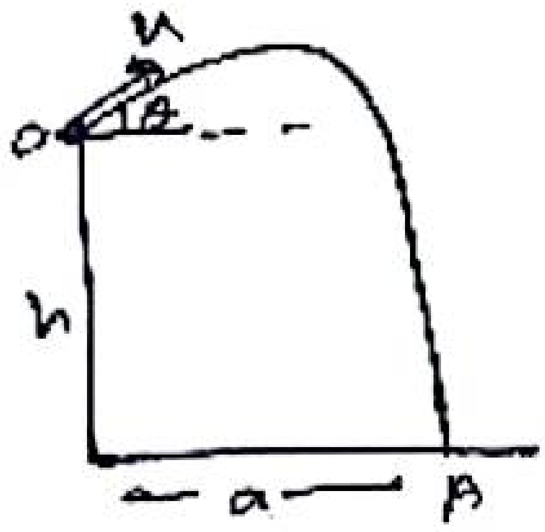
නිව්ටන්.

$v_2 - v_1 = e^2u$ — (2) (5)

(1) + (2) $\quad v_2 = \frac{e(1+e)u}{2}$ (5) **[25]**

$\text{Time} = \frac{a}{2u} + \frac{a}{eu} = \frac{a}{u}\left[\frac{1}{2} + \frac{1}{e}\right]$ (5)

02.



$\rightarrow s = ut$

$a = u\cos\theta t \Rightarrow t = \frac{a}{u\cos\theta}$ (5)

$\uparrow s = ut + \frac{1}{2}at^2$

$-h = u\sin\theta t - \frac{1}{2}gt^2$ (5)

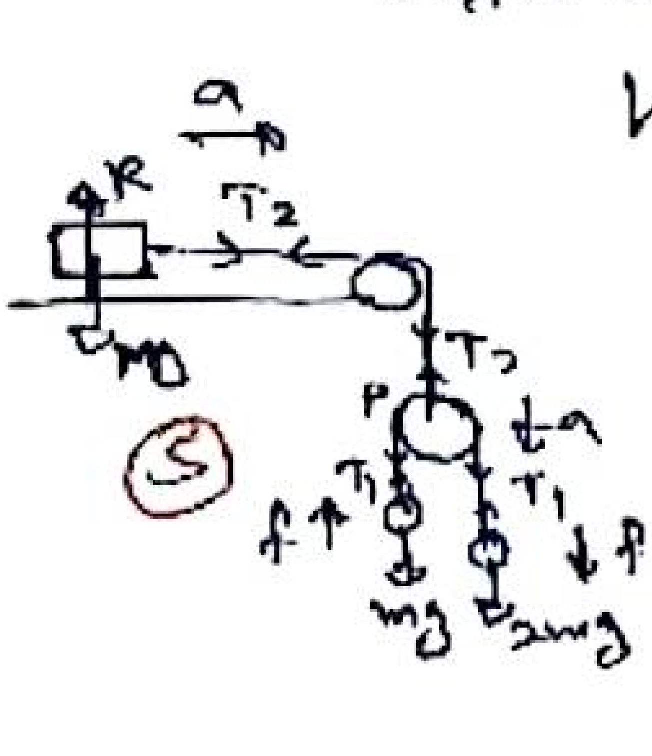
$-h = u\sin\theta \cdot \frac{a}{u\cos\theta} - \frac{1}{2}g\frac{a^2}{u^2\cos^2\theta}$

$-h = a\tan\theta - \frac{ga^2}{2ga}\left[1 + \tan^2\theta\right]$ (5)

$-h = a \cdot \frac{3}{4} - \frac{a}{2}\left(1 + \frac{9}{16}\right)$ (5) $\Rightarrow \frac{3a}{4} - \frac{25a}{32} = \frac{-a}{32}$

$h = \frac{a}{32}$ (5) **[25]**

03.



(5)

(M) $\rightarrow F = ma \rightarrow T_2 = Ma$ — (1) (5)

(P) $\downarrow F = ma \rightarrow 2T_1 - T_2 = 0$ — (2) (5)

(m) $\uparrow F = ma \rightarrow T_1 - mg = m(f - a)$ — (3) (5)

(2m) $\downarrow F = ma \rightarrow 2mg - T_1 = 2m(f + a)$ (5) — (4)

[25]

04.

$\rightarrow F = ma$

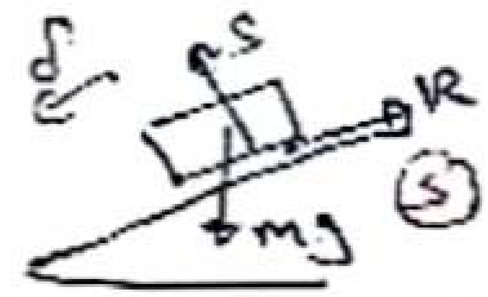
$F - R = M(0)$ (5)

$R = F$

$H = FV$

$F = \frac{H}{V}$

$R = \frac{H}{V}$ (5)



(5) $\sin\alpha = \frac{1}{L}$

$F = ma$ ↙

$Mg\sin\alpha - R = Mf$ (5)

$\frac{Mg}{L} - \frac{H}{V} = Mf$

$f = \frac{g}{L} - \frac{H}{MV}$ (5)

[25]

05.

(5)

ගෝලය ස්පර්ශයෙන් ඉවත් වේ. $S = 0$

$\rightarrow$ (F) $F = ma$

$T\cos\theta = mR\cos\theta\,\omega^2$ (5)

$\omega = \sqrt{\frac{T}{mR}}$ —(1)

$\sin\theta = \frac{h}{R}$

$\uparrow$ $T\sin\theta = mg$ (5)

$T \cdot \frac{h}{R} = mg \Rightarrow T = \frac{mgR}{h}$ (5)

(1) න්

$\omega = \sqrt{\frac{mgR}{h\,mR}}$

$\omega = \sqrt{\frac{g}{h}}$ (5)

[25]

06. $\overline{OA} \perp \overline{OB} \Rightarrow \overline{OA} \cdot \overline{OB} = 0$ (5)

$(\underline{a} - 2\underline{b}) \cdot (3\underline{a} + \underline{b}) = 0$

$3\underline{a}\cdot\underline{a} + \underline{a}\cdot\underline{b} - 6\underline{a}\cdot\underline{b} - 2\underline{b}\cdot\underline{b} = 0$

$3|\underline{a}|^2 - 2|\underline{b}|^2 = 5\,\underline{a}\cdot\underline{b}$ (5)

$\underline{a}\cdot\underline{b} = \frac{3}{5}|\underline{a}|^2 - \frac{2}{5}|\underline{b}|^2$

$\underline{a}\cdot\underline{b} = \frac{3}{5}(1)^2 - \frac{2}{5}(2)^2 = -1$ (5)

$\underline{a}\cdot\underline{b} = |\underline{a}|\,|\underline{b}|\cos\theta$ (5)

$1 \cdot 2\cos\theta = -1$

$\cos\theta = -\frac{1}{2} \Rightarrow \theta = \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$

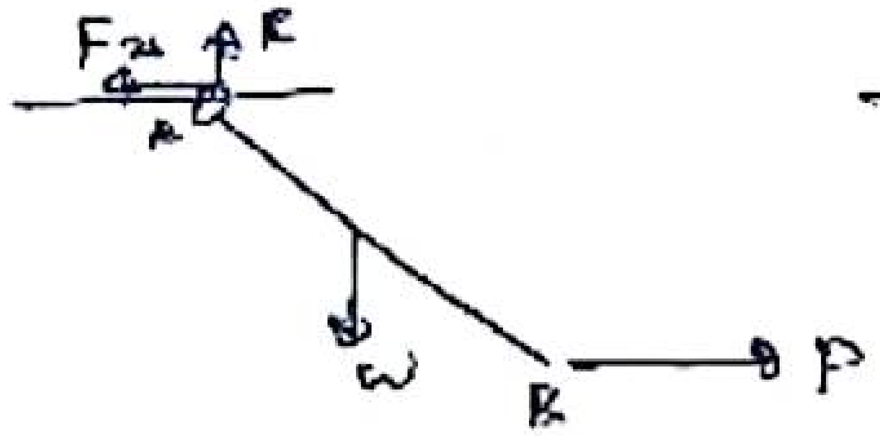
[25]

$\theta = \frac{3\pi}{2}$ (5)

AL API (PAPERS GROUP)

CS CamScanner

07.



$\rightarrow \quad P = F_x$
$\uparrow \quad R = W$ } (5)

$A \circlearrowleft$

$2a\cos\theta \cdot P - a\sin\theta\, W = 0$ (5)

$\frac{2P}{W} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

$\tan\theta = \frac{2P}{W}$

$\tan\theta = \frac{2F_x}{R}$ (5)

සමතුලිත සඳහා,

$\mu \geq \frac{|F_x|}{R}$ (5)

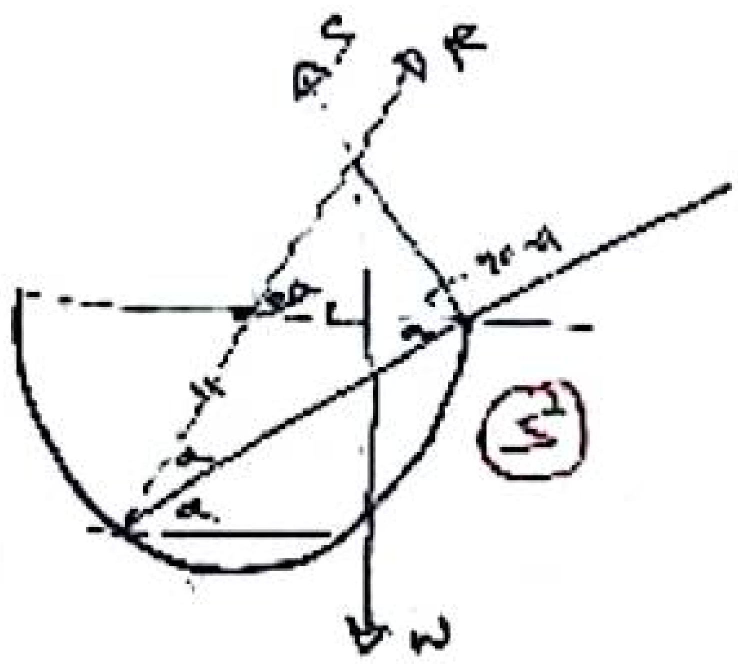
$\mu \geq \frac{\tan\theta}{2}$

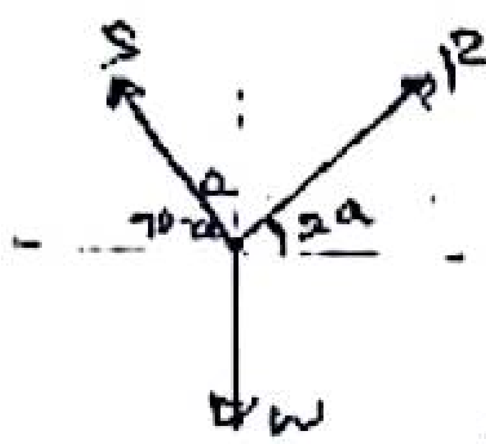
$2\mu \geq \tan\theta$

$\theta \leq \tan^{-1}(2\mu)$ (5)

25

08.





ලාමි ප්‍රමේයෙන් ↑ →

$\frac{S}{\sin(90+2a)} = \frac{R}{\sin(180-a)} = \frac{W}{\sin(90-a)}$

$\frac{S}{\cos 2a} = \frac{R}{\sin a} = \frac{W}{\cos a}$ (10)

$S = W\frac{\cos 2a}{\cos a}$ (5)

$R = W\frac{\sin a}{\cos a}$

$= W\tan a$ (5)

25

09. $P(A) = \frac{1}{3}$ $P\left(\frac{B}{A'}\right) = \frac{3}{5}$

$P(A' \cap B) = \frac{2}{5}$

$P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ (5)

$P(A \cap B) = \frac{3}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{5}$ (5)

$P(B) = P(A \cap B) + P(A' \cap B)$ (5)

$= \frac{1}{5} + \frac{2}{5}$

$= \frac{3}{5}$ (5)

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= \frac{1}{3} + \frac{3}{5} - \frac{1}{5}$

$= \frac{11}{15}$ (5)

25

(10) z අගය $= \dfrac{x_i - \mu}{\sigma}$ $\qquad \mu = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$

$1.6 = \dfrac{70 - \mu}{10}$ (5)

$\mu = 54$ (5)

$\sum_{i=1}^{n} x_i = 54 \times 100 = 5400$ (5)

$\sum_{i=1}^{n} x_{i\,නව} = 5400 - 70 + 60 = 5390$ (5)

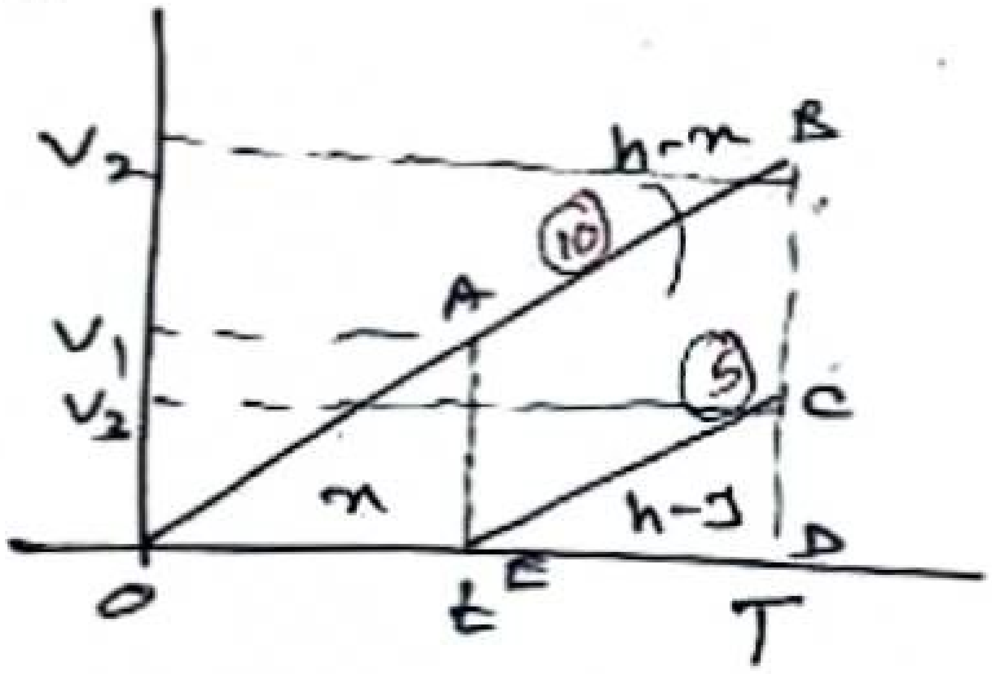
$\mu_{නව} = \dfrac{5390}{100} = 53.9$ (5)

[25]

AL API (PAPERS GROUP)

II කොටස

(11) a.



A සඳහා OAE Δ න්,

$\frac{1}{2} \times t \times V_1 = x$ $\qquad g = \frac{V_1}{t}$

$\frac{1}{2} \times t \times g t = x$ (10) $\qquad V_1 = gt$

$t^2 = \frac{2x}{g}$

$t = \sqrt{\frac{2x}{g}}$ (5) —— (1)

A සඳහා OBD Δ න්,

$h = \frac{1}{2} T \cdot V_2$ $\qquad g = \frac{V_2}{T}$

$h = \frac{1}{2} T \cdot gT$ $\qquad V_2 = gT$

$T^2 = \frac{2h}{g}$

$T = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ —— (2) (10)

B සඳහා CTE Δ න්,

$h - y = \frac{1}{2}(T - t) V_3$ $\quad | \; g = \frac{V_3}{T - t}$

$h - y = \frac{1}{2}(T - t)^2 g$ (10) $\qquad V_3 = g(T - t)$

(1) හා (2) න්

$h - y = \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{2h}{g}} - \sqrt{\frac{2x}{g}}\right)^2 g$ (5)

$h - y = (\sqrt{h} - \sqrt{x})^2$

$h - y = h - 2\sqrt{xh} + x$

$2\sqrt{xh} = x + y$

$4xh = (x + y)^2$

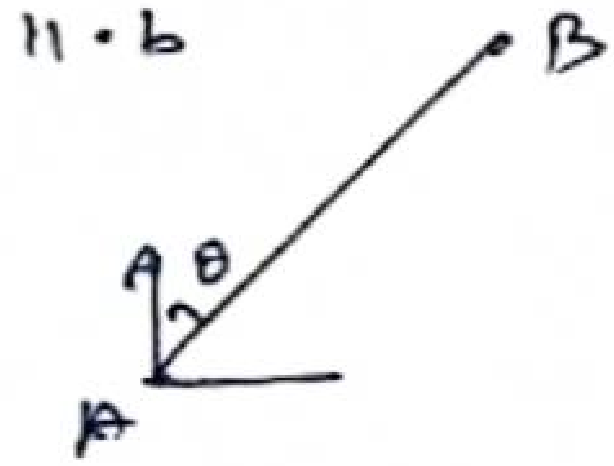
$h = \dfrac{(x + y)^2}{4x}$ (15)

[70]

Scanned with ACE Scanner

CS CamScanner

11 . b



$V_{KS} = \angle\theta$ (5)

$V_{SE} = \uparrow u$ (5)

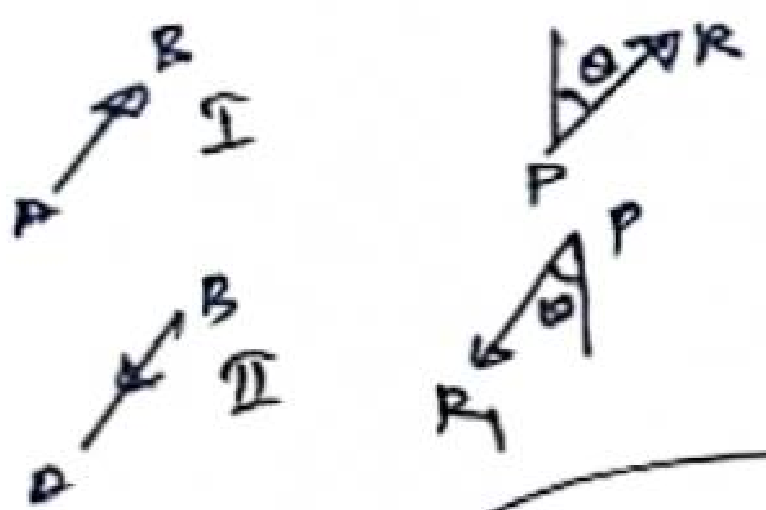
$V_{KE} = V$ (5)

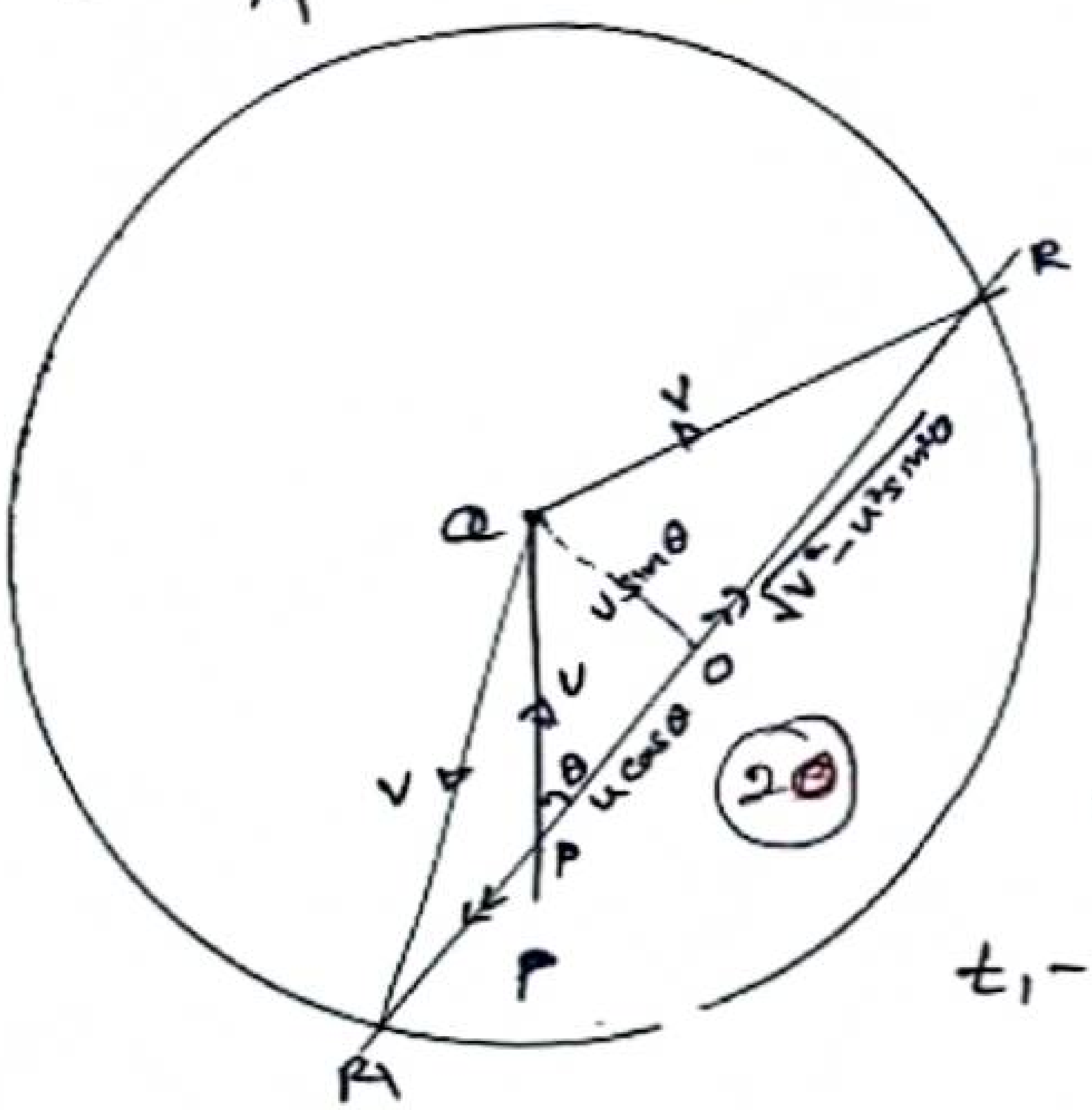
K - ක්‍රීඩකයා

E - පොළව

S - බෝලය

$$V_{KS} = V_{KE} + V_{ES}$$ (10)





$OQ = u\sin\theta$

$PO = u\cos\theta$

$OR = \sqrt{V^2 - u^2\sin^2\theta}$

$PR = \sqrt{V^2 - u^2\sin^2\theta} + u\cos\theta$ (5)

$PR_1 = \sqrt{V^2 - u^2\sin^2\theta} - u\cos\theta$ (5)

$$t_1 = \frac{a}{PR} \qquad t_2 = \frac{a}{PR_1}$$

$$t_1 - t_2 = \frac{a}{PR} - \frac{a}{PR_1}$$

$$= \frac{a\,PR_1 - a\,PR}{PR \cdot PR_1}$$ (10)

$$t_1 - t_2 = \frac{a\sqrt{V^2-u^2\sin^2\theta} - ua\cos\theta - a\sqrt{V^2-u^2\sin^2\theta} - ua\cos\theta}{\left(\sqrt{V^2-u^2\sin^2\theta} + u\cos\theta\right)\left(\sqrt{V^2-u^2\sin^2\theta} - u\cos\theta\right)}$$

$$= \frac{-2ua\cos\theta}{V^2 - u^2\sin^2\theta - u^2\cos^2\theta} = \frac{-2ua\cos\theta}{V^2 - u^2(\sin^2\theta + \cos^2\theta)}$$

$$= \frac{-2ua\cos\theta}{V^2 - u^2}$$

V හා u අනුපාතය නියත නිසා

$V \propto u$ (5)

$V = ku$ ලෙස ගනිමු.

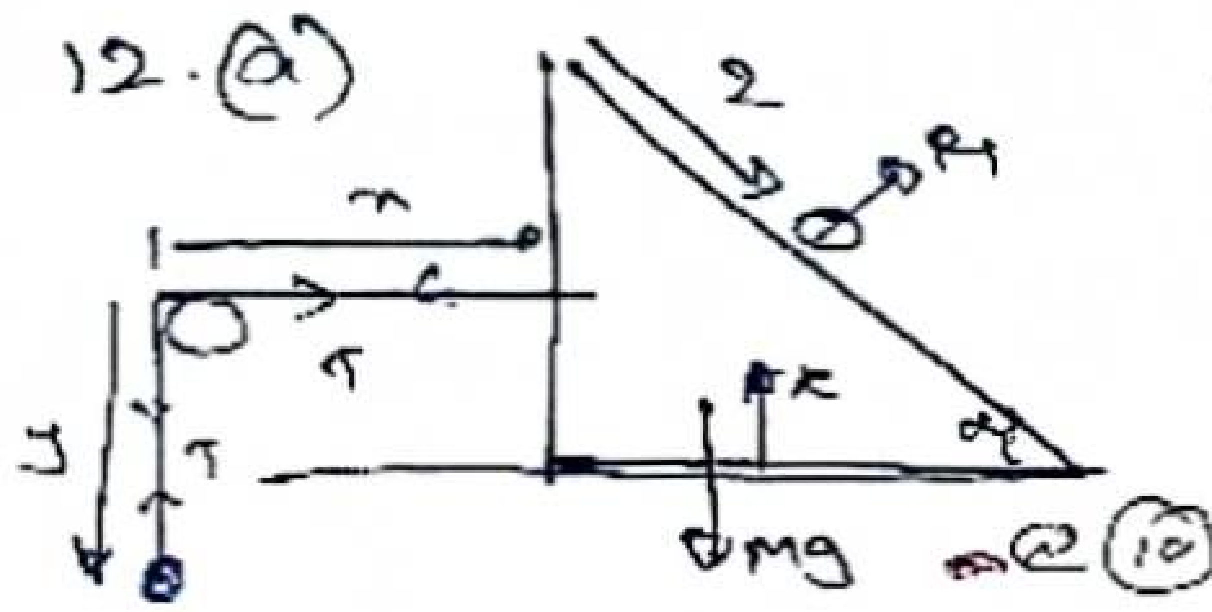
$$= \frac{-2ua\cos\theta}{k^2u^2 - u^2}$$

$$= -\frac{2a\cos\theta}{u(k^2-1)}$$ (10)

80

CS CamScanner

12.(a)



$a_{M,E} = \xrightarrow{\ \ddot{x}\ }$

$a_{m,M} = \ddot{z}$ (along the incline) (10)

$a_{m,E} = a_{m,M} + a_{M,E}$

$= \ddot{z} + \ddot{x}$

$a_{\lambda m,E} = \downarrow \ddot{y}$

$x + y = l$

$\dot{x} + \dot{y} = 0$

$\ddot{x} + \ddot{y} = 0$

$\ddot{x} = -\ddot{y}$ — (4) (5)

$\lambda m \downarrow F = ma$

$\lambda mg - T = \lambda m\ddot{y}$ — (1) (10)

$m, M \rightarrow F = ma$

$-T = M\ddot{x} + m(\ddot{x} + \ddot{z}\cos\alpha)$ — (2) (10)

$m \searrow F = ma$

$mg\sin\alpha = m(\ddot{z} + \ddot{x}\cos\alpha)$ — (3) (10)

(2) − (1) $\quad -\lambda mg = M\ddot{x} + m(\ddot{x} + \ddot{z}\cos\alpha) - \lambda m\ddot{y}$ (5)

$= (M + m + \lambda m)\ddot{x} + m(g\sin\alpha - \ddot{x}\cos\alpha)\cos\alpha$

$$\ddot{x} = \frac{-mg(\lambda + \sin\alpha\cos\alpha)}{M + \lambda m + m\sin^2\alpha} \quad (5)$$

$$T = \lambda m(g + \ddot{x})$$

$$= \lambda m\left(g - \frac{mg(\lambda + \sin\alpha\cos\alpha)}{M + \lambda m + m\sin^2\alpha}\right) \quad (5)$$

$$= \lambda mg\left[\frac{M + \lambda m + m\sin^2\alpha - \lambda m - m\sin\alpha\cos\alpha}{M + \lambda m + m\sin^2\alpha}\right] \quad (5)$$

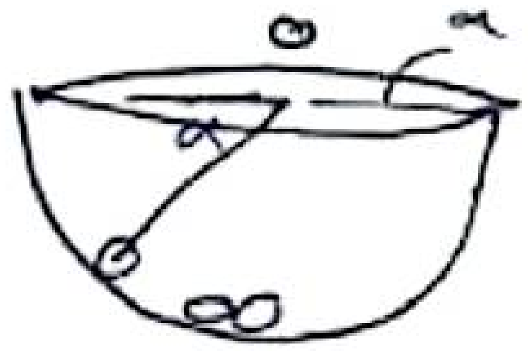
$$= \lambda mg\,\frac{[M + m\sin\alpha[\sin\alpha - \cos\alpha]]}{M + m(\lambda + \sin^2\alpha)} \quad (5)$$

80

AL API (PAPERS GROUP)

CamScanner

12-b



(5)

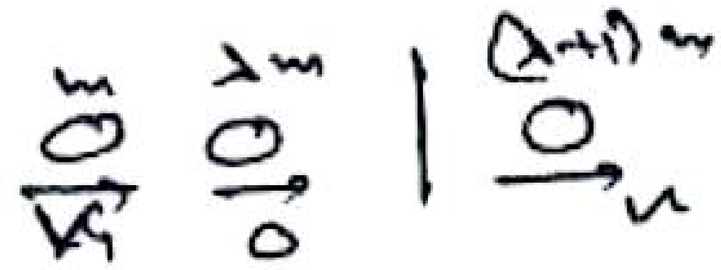
$0 - mga\sin\alpha = \frac{1}{2}mv_1^2 - mga$

$v_1^2 = 2ga(1-\sin\alpha)$

$v_1 = \sqrt{2ga(1-\sin\alpha)}$ (5)

[10]

(I)



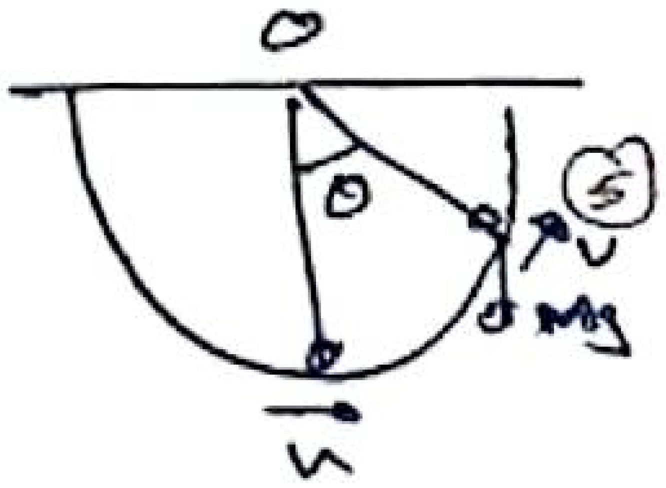
(5)

$I = \Delta mv \longrightarrow mv_1 = (\lambda+1)mu$

$u = \frac{\sqrt{2ga(1-\sin\alpha)}}{\lambda+1}$ (5)

[10]

(II)



(5) $M = (\lambda+1)m$

(10)

$\frac{1}{2}Mu^2 - Mga = \frac{1}{2}Mv^2 - Mga\cos\theta$

$v^2 = u^2 - 2ga + 2ga\cos\theta$

$= \frac{2ga(1-\sin\alpha)}{(\lambda+1)^2} - 2ga(1-\cos\theta)$

$v^2 = \frac{2ga}{(\lambda+1)^2}\left[1-\sin\alpha-(\lambda+1)^2(1-\cos\theta)\right]$

$v = \frac{1}{(\lambda+1)}\sqrt{2ga\left[1-\sin\alpha-(\lambda+1)^2(1-\cos\theta)\right]}$ (5)

[20]

(III) $v = 0$ විට $\theta = \theta_1$

$\frac{1}{\lambda+1}\sqrt{2ga\left(1-\sin\alpha-(\lambda+1)^2(1-\cos\theta_1)\right)} = 0$ (5)

$1-\sin\alpha-(\lambda+1)^2(1-\cos\theta_1) = 0$

$\cos\theta_1 = 1 - \frac{1-\sin\alpha}{(\lambda+1)^2} \Longrightarrow \theta = \cos^{-1}\left[1-\frac{1-\sin\alpha}{(\lambda+1)^2}\right]$ (5)

[10]

(IV) ↗ $F = ma$

$R - Mg\cos\theta = \frac{Mv^2}{a}$ (10) $v = 0$ විට $R = R'$ ලෙස ගනිමු (5)

$R' = Mg\cos\theta_1 = Mg\left[1-\frac{1-\sin\alpha}{(\lambda+1)^2}\right]$

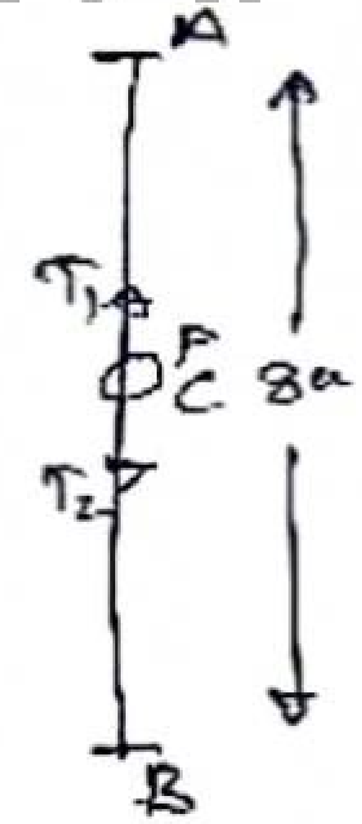
$= (\lambda+1)mg\left[1-\frac{1-\sin\alpha}{(\lambda+1)^2}\right]$ (5)

[20]

CamScanner

AL API (PAPERS GROUP)

(13)



$T_1 = \dfrac{mg(AC-a)}{a}$ (5) $\quad T_2 = \dfrac{mg(8a-AC-3a)}{3a} = \dfrac{mg(5a-AC)}{3a}$ (5)

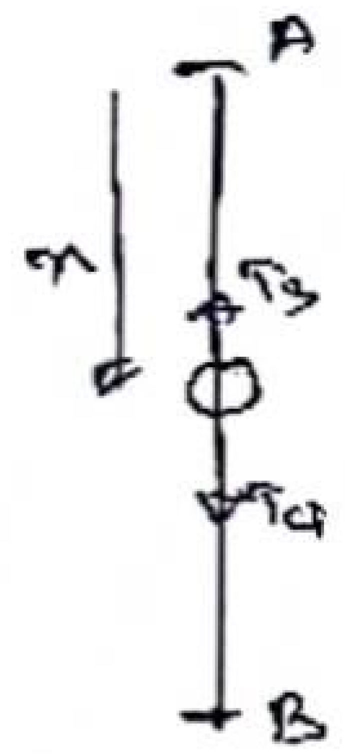
↑ $F = ma$

$T_1 - T_2 - mg = 0$ (10)

$\dfrac{mg(AC-a)}{a} = \dfrac{mg(5a-AC)}{3a} + mg$ (5)

$3(AC-a) = 5a - AC + 3a$

$AC = \dfrac{11a}{4}$ (5) [30]



$T_3 = \dfrac{mg(x-a)}{a}$ (5) $\quad T_4 = \dfrac{mg(5a-x)}{3a}$ (5)

↑ $F = ma$

$T_3 - T_4 - mg = m\ddot{x}$ (10)

$\dfrac{mg(x-a)}{a} - \dfrac{mg(5a-x)}{3a} - mg = -m\ddot{x}$ (5)

$\dfrac{g}{3a}\left[3x - 3a - 5a + x - 3a\right] = -\ddot{x}$

$\ddot{x} + \dfrac{4g}{3a}\left[x - \dfrac{11a}{4}\right] = 0$ (5)

$y = x - \dfrac{11a}{4}$

$\dot{y} = \dot{x}$

$\ddot{y} = \ddot{x}$ (5)

$\ddot{y} + \dfrac{4g}{3a} y = 0$ (5) — (a) [40]

$y = A\cos\omega t + B\sin\omega t$

$\dot{y} = -A\omega\sin\omega t + B\omega\cos\omega t$ (5)

$\ddot{y} = -A\omega^2\cos\omega t - B\omega^2\sin\omega t$ (5)

$= -\omega^2(A\cos\omega t + B\sin\omega t)$

$\ddot{y} = -\omega^2 y$

$\ddot{y} + \omega^2 y = 0$ — (b) (5)

(a) in (b) ...

$\omega = \sqrt{\dfrac{4g}{3a}}$ (5)

$x = 5a, \quad t = 0$ (5)

$y = 5a - \dfrac{11a}{4} = \dfrac{9a}{4}$ (5)

$\dfrac{9a}{4} = A\cos 0 + B\sin 0$

$A = 9a/4$ (5)

$t = 0$ so $\dot{x} = 0$ also $\dot{y} = 0$ (5)

$0 = -A\omega\sin\omega 0 + B\omega\cos\omega 0 \Rightarrow B = 0$ (5) [45]

CamScanner

$x = a$

$y = a - \frac{11a}{4} = -\frac{7a}{4}$ (5)

$-\frac{7a}{4} = \frac{9a}{4}\cos\omega t_1$

$\cos\omega t_1 = -\frac{7}{9}$ (5)

$\cos\omega t_1 = \cos(\pi - \theta)$; $\cos\theta = 7/9$ (5)

$\omega t_1 = \pi - \theta$ (5) $\quad \sin\theta = \frac{4\sqrt{2}}{9}$

$\dot{y} = -\frac{9a}{4}\sqrt{\frac{4g}{3a}}\sin(\pi - \theta)$

$= -\frac{9a}{4}\sqrt{\frac{4g}{3a}} \times \frac{4\sqrt{2}}{9}$

$= \sqrt{\frac{8ga}{3}}$ (5)

∴ [illegible] $= \sqrt{\frac{8ga}{3}}$ (5)

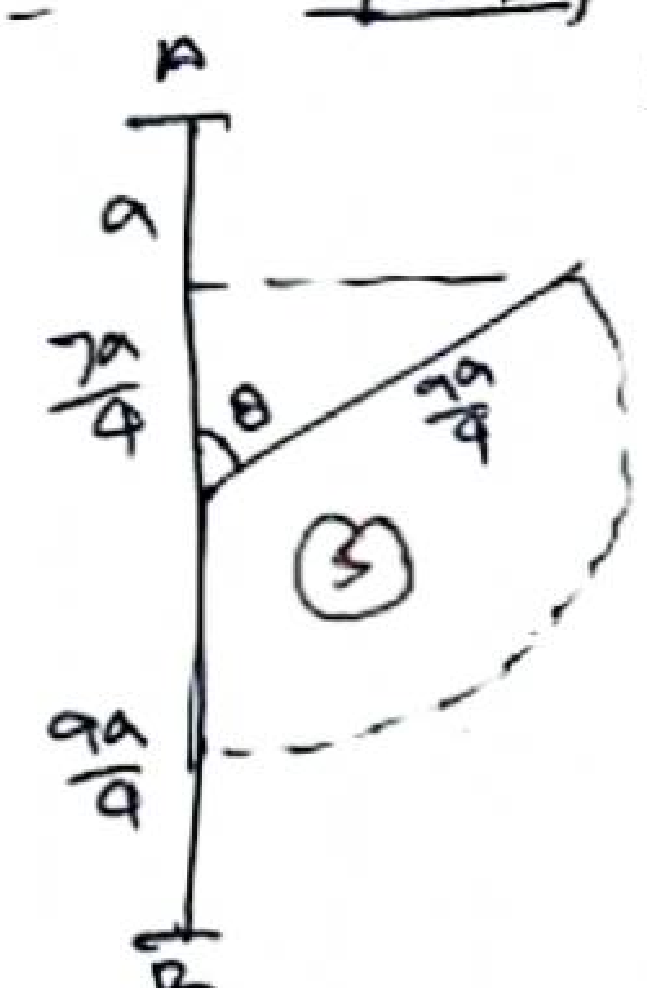
$\omega t_1 = \pi - \theta$

$t_1 = \frac{\pi - \theta}{\omega}$

$t = \sqrt{\frac{3a}{4g}}\left[\pi - \cos^{-1}\left(\frac{7}{9}\right)\right]$ (5)

35

OR



S.H.M is $x = \frac{11a}{4}$ (5) Amplitude is $5a - \frac{11a}{4} = \frac{9a}{4}$ (5)

$\cos\theta = \frac{7a/4}{9a/4}$

$\theta = \cos^{-1}(7/9)$ (5)

$\dot{x}^2 = \omega^2(a^2 - x^2)$

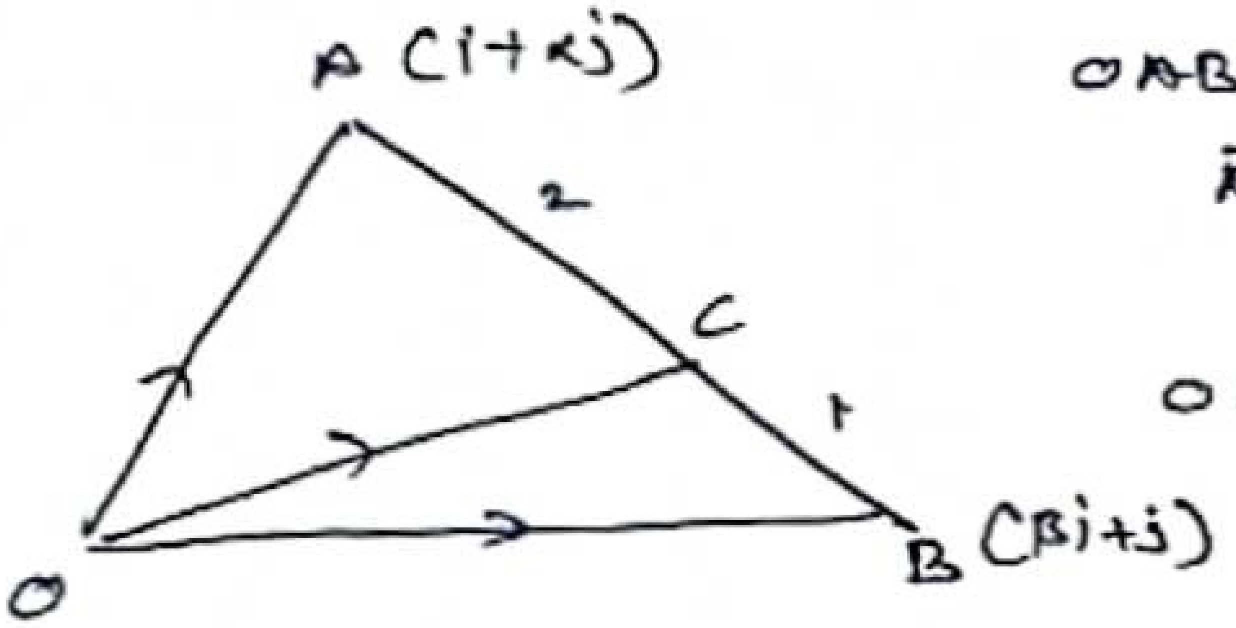
$= \frac{4g}{3a}\left(\left(\frac{9a}{4}\right)^2 - \left(-\frac{7a}{4}\right)^2\right)$ (5)

$= \sqrt{\frac{8ga}{3}}$ (5)

$T = \frac{\pi - \theta}{\omega} = \sqrt{\frac{3a}{4g}}\left[\pi - \cos^{-1}\left(\frac{7}{9}\right)\right]$ (5)

35

14 · a Theory – (10)



OAB Δ යෙන්

$\overline{AB} = \overline{AO} + \overline{OB}$

$= (\beta-1)\underline{i} + (1-\alpha)\underline{j}$ (5)

OAC Δ යෙන්

$\overline{OC} = \overline{OA} + \overline{AC}$

$= OA + \frac{2}{3} AB$ (5)

$= i + \alpha j + \frac{2}{3}\left((\beta-1)i + (1-\alpha)\underline{j}\right)$ (5)

$= \dfrac{(2\beta+1)\underline{i} + (\alpha+2)\underline{j}}{3}$ (5)

OADC සමාන්තරාස්‍රය නිසා

$\overline{OC} = \overline{AD}$

$\left(\frac{2\beta+1}{3}\right)i + \left(\frac{\alpha+2}{3}\right)j = 3i + j$ (5)

$\frac{2\beta+1}{3} = 3$, $\frac{\alpha+2}{3} = 1$ (5) ; $i \neq 0$ $j \neq 0$ $\underline{i} \nparallel \underline{j}$ (5)

$\beta = 4$ (5) , $\alpha = 1$ (5)

$|\overline{OA}| = |i + j| = \sqrt{2}$

$|\overline{AB}| = |3i| = 3$ (10)

$|\overline{OB}| = |4i + j| = \sqrt{17}$

$\cos A = \dfrac{(OA)^2 + (AB)^2 - (OB)^2}{2(OA)(AB)}$ (5)

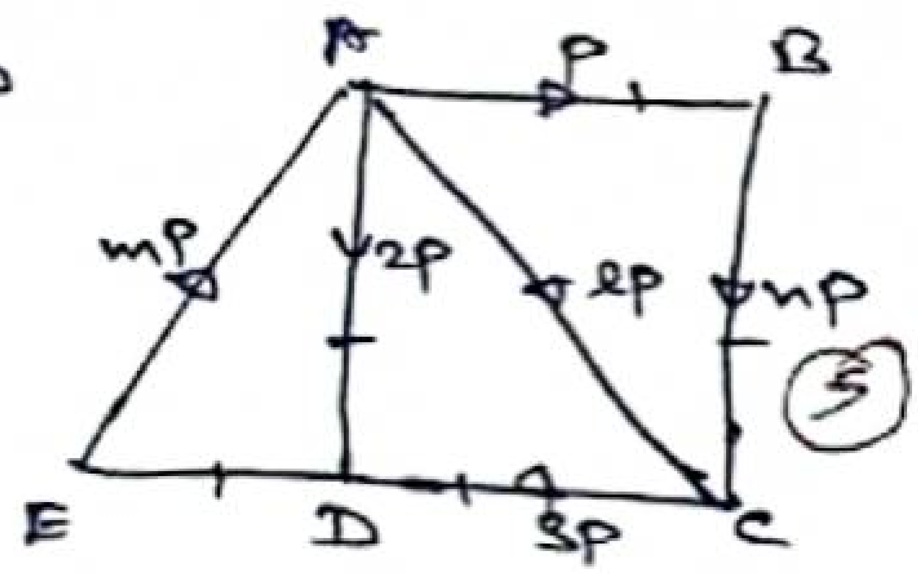
$\cos A = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ (5)

75

AL API (PAPERS GROUP)

CS CamScanner

14.b



(5)

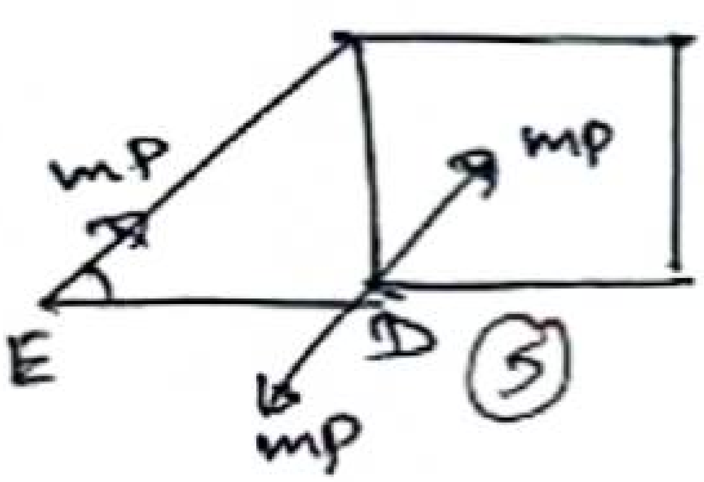
බල පද්ධතිය සමතුලිත නිසා

$\overset{\frown}{C} = 0 \quad nP \times a + 3P\,a = 0 \Rightarrow n = -3$ (5) (5)

$\overrightarrow{X} = 0 \quad P - 3P + \frac{mP}{\sqrt{2}} + \frac{lP}{\sqrt{2}} = 0 \Rightarrow m + l = 2\sqrt{2}$ (5) (5)

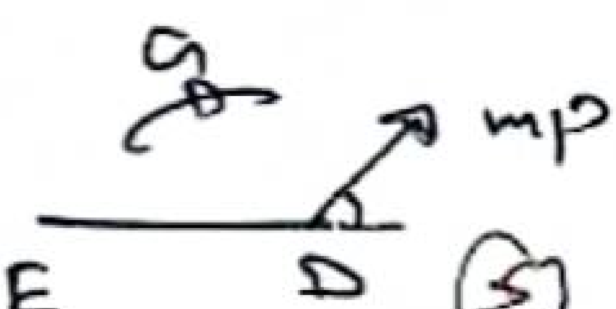
$\uparrow Y = 0 \quad 3P - 2P + \frac{mP}{\sqrt{2}} - \frac{lP}{\sqrt{2}} = 0 \Rightarrow l - m = \sqrt{2}$ (5) (5)

$l = \frac{3\sqrt{2}}{2} \qquad m = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (10)



(5)

$\equiv$



(5)

යුග්මයේ ඝූර්ණය $= \frac{mP}{\sqrt{2}} \cdot a$ (5)

$G = a\,\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{P}{\sqrt{2}}$

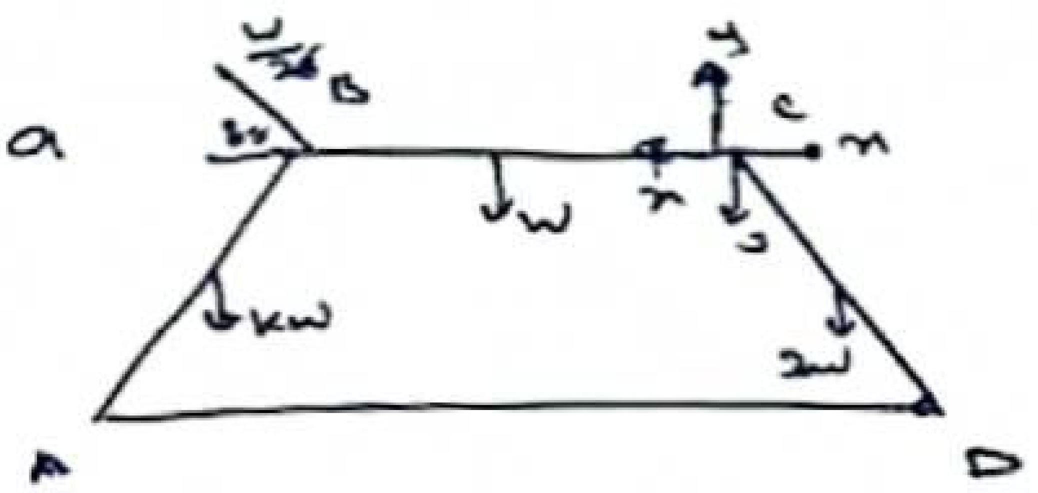
$= \frac{aP}{2}$ (5)

සමතුලිතතාව සඳහා යෙදිය යුතු බල යුග්මයේ දිශාව ADCBA දිශාවට.

G (5)

75

15. a



(B) $w \times a = y \times 2a$

$y = w/2$ (5)

(D) $3w \times \frac{a}{2} + y \times \frac{2a}{2} = x \times 2a \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{3w}{2} + \frac{w}{2} = \sqrt{3}x$ (10)

$x = \frac{2w}{\sqrt{3}}$

AL API (PAPERS GROUP)

ABC සඳහා

(A) $kw\frac{a}{2} + \frac{w}{2\sqrt{3}} \times \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2a + \frac{a}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2a}{2} + w\left(\frac{2a}{2} + a\right)$

$= \frac{2\sqrt{3}w}{\sqrt{3}} \times 2a \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{w}{2} \times 2a$ (10)

$\frac{kw}{2} + \frac{w}{4} + \frac{w}{4} + 2w = 2w + \frac{3w}{2}$

$\frac{kw}{2} = \frac{3w}{2} - \frac{w}{2}$

$\frac{kw}{2} = w$

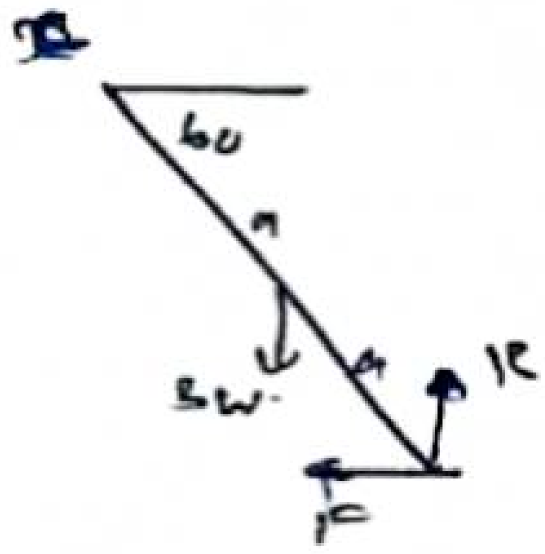
$K = 2$ (5)

(A) $2w.\frac{a}{2} + \frac{w}{2\sqrt{3}} \times \frac{1}{2} \times 2a \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{w}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2a}{2} + w\left(\frac{2a}{2} + a\right) + 3w\left(2a \times \frac{1}{2} + 2a + \frac{a}{2}\right) = R \times 4a$ (10)

$w + \frac{w}{4} + \frac{w}{4} + 2w + 3w \times \frac{7}{2} = 4R$

$4R = \frac{4w + w + w + 8w + 42w}{4} = 14w$

$R = \frac{14w}{4} = \frac{7w}{2}$ (5)



$\circlearrowleft C$ $3W \cdot \frac{a}{2} + F \times \frac{2a\sqrt{3}}{2} = R \times W \times \frac{1}{2}$ (5)

$\sqrt{3}F = R - \frac{3W}{2}$

$F = \frac{7W}{2} - \frac{3W}{2} = 2W$

$F = \frac{2W}{\sqrt{3}}$ (5)

සමතුලිත සීමාව

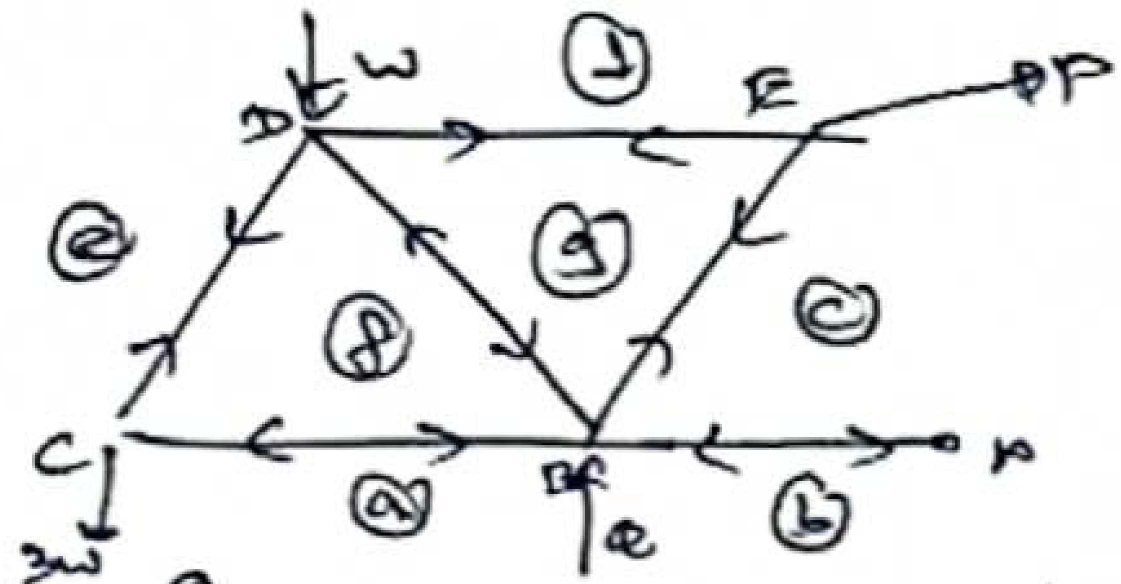
$\mu \geq \frac{F}{R}$

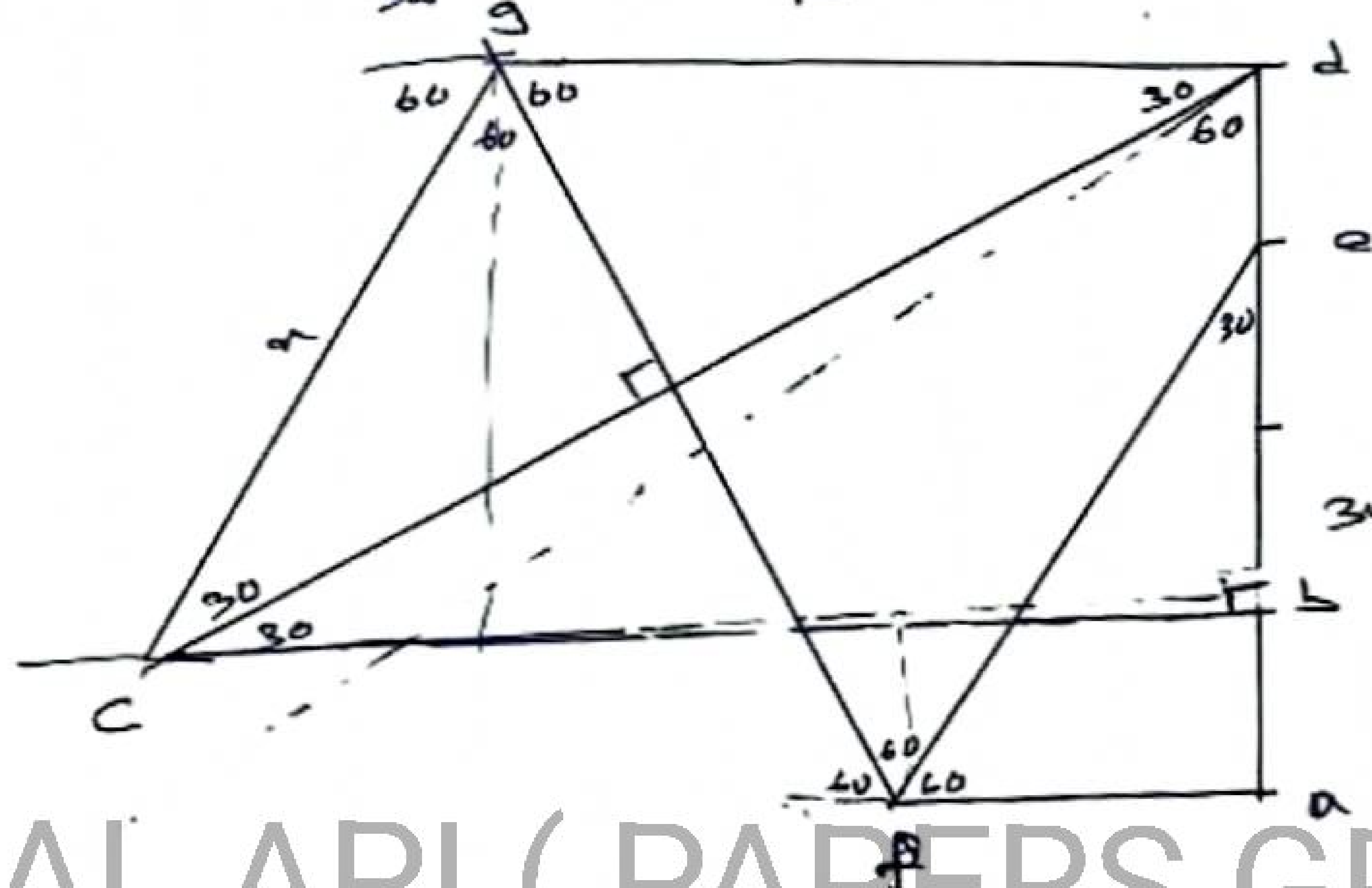
$\mu \geq \frac{2W/\sqrt{3}}{7W/2}$ (5) $= \frac{4W}{7\sqrt{3}W} = \frac{4\sqrt{3}}{21}$ (5)

$\mu \geq \frac{4\sqrt{3}}{21}$

65

(15) b





ඒකක ලෙස

4 — 30

3 — 20

2 — 15

1 — 10

AL API (PAPERS GROUP)

$x \cos 30 = 3W$

$x \frac{\sqrt{3}}{2} = 3W$

$x = 2\sqrt{3}W$

$2x \cos 30 = CD$

$2 \cdot 2\sqrt{3}W \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = CD$

$CD = 6W$

$P \rightarrow ab \Rightarrow W$ (5)

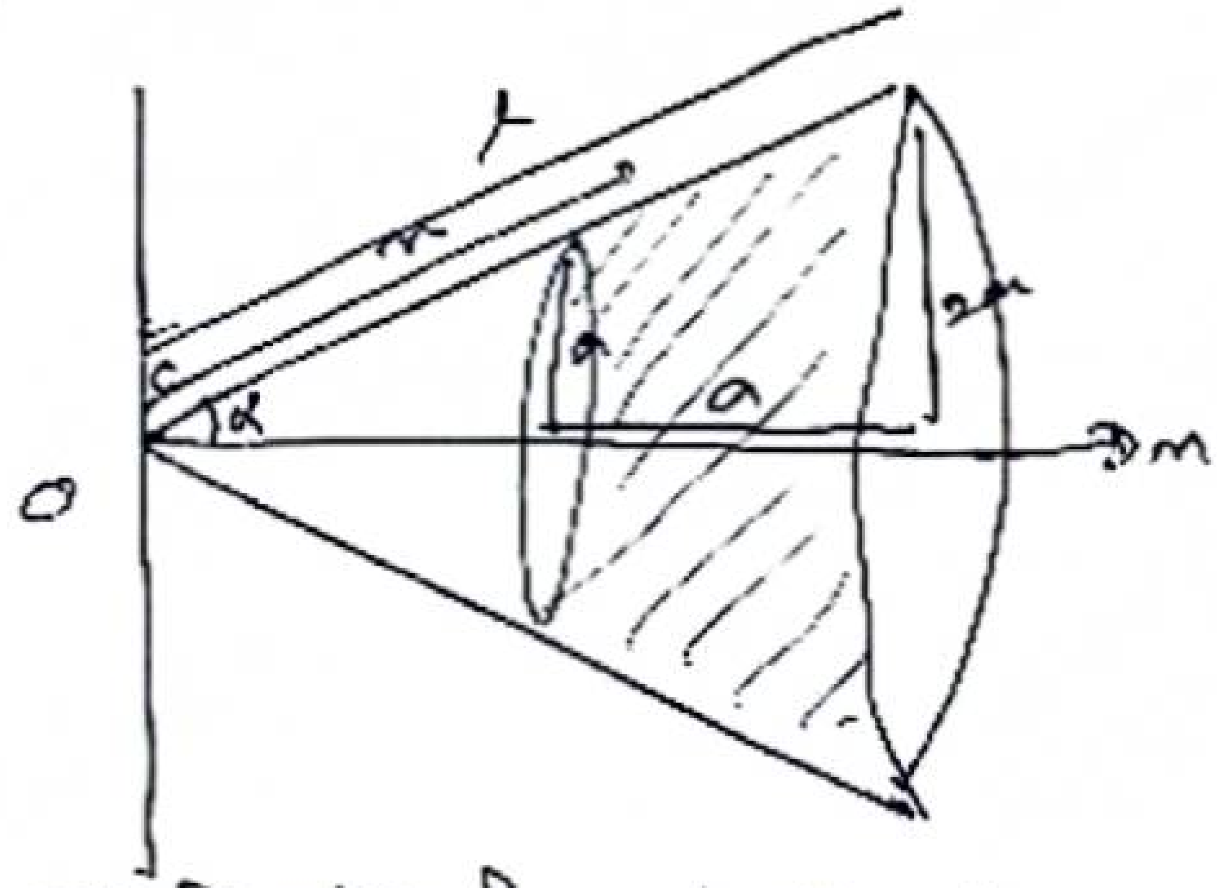
$Q = cd \Rightarrow 6W$ (5)

දණ්ඩ	ආතතිය	තෙරපුම	විශාලත්වය
AB (bc)		✓	$3\sqrt{3}W$ (5)
BC (af)		✓	$\sqrt{3}W$ (5)
CD (ef)	✓		$2\sqrt{3}W$ (5)
DE (dg)	✓		$2\sqrt{3}W$ (5)
BE (cg)	✓		$2\sqrt{3}W$ (5)
BD (fg)		✓	$\frac{8W}{\sqrt{3}}$ (5)

(2) ලකුණු 5 බැගින් (15)

85

(16)



$\tan\alpha = \frac{2a}{2a} = 1$

$\alpha = \pi/4$

$\Delta m = \pi(x\tan\alpha)^2 \frac{\rho}{a}\Delta x$

$M = \int_a^{2a} \pi x^2 \frac{\rho}{a}\,dx$

$= \frac{\pi\rho}{a}\int_a^{2a} x^2\,dx$

$= \frac{\pi\rho}{a}\left[\frac{x^3}{3}\right]_a^{2a}$ (10)

$= \frac{\pi\rho}{a}\left[\frac{8a^3 - a^3}{3}\right]$

$= \frac{7\pi a^2\rho}{3}$

සමමිතිකතාවයෙන් ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය x අක්ෂය මත $\bar{x}$ දුරින් ඇත. (5)

$\bar{x} = \dfrac{\int_a^{2a} \pi\tan^2\alpha\, x^2 \frac{\rho}{a} x\,dx}{\int_a^{2a} \pi\tan^2\alpha\, x^2\frac{\rho}{a}\,dx}$ ~~(10)~~ (15)

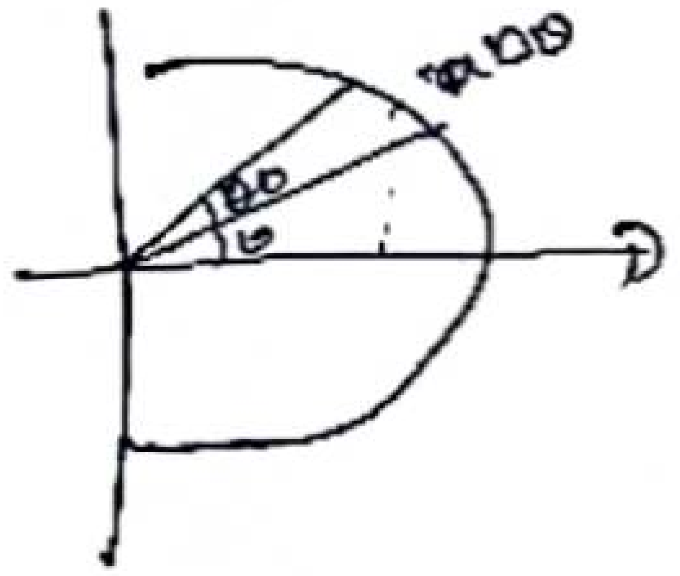
$= \dfrac{\int_a^{2a} x^3\,dx}{\int_a^{2a} x^2\,dx} = \dfrac{\left[\frac{x^4}{4}\right]_a^{2a}}{\left[\frac{x^3}{3}\right]_a^{2a}}$ (5) ~~(5)~~

$= \dfrac{\frac{16a^4 - a^4}{4}}{\frac{8a^3 - a^3}{3}} = \frac{3}{4}\times\frac{15a^4}{7a^3} = \frac{45}{28}a$

(O සිට දුර)

කුඩා තලයේ සිට දුර $= \frac{45}{28}a - a$

$= \frac{17}{28}a$ (5)

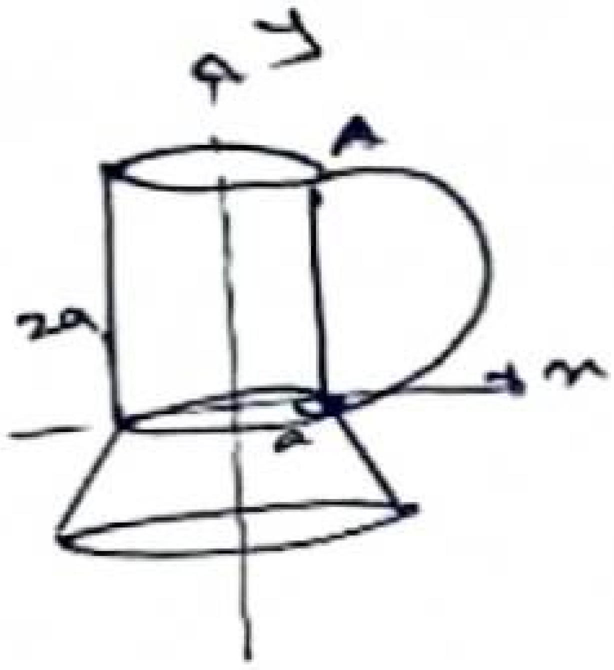


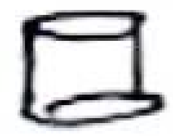
සමමිතිකතාවයෙන් ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය x අක්ෂය මත පිහිටයි. $\Delta m = a\Delta\theta\rho$

$\bar{x} = \dfrac{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} a\rho\, a\cos\theta\,d\theta}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} a\rho\,d\theta}$ (10) $= \dfrac{a\left[\sin\theta\right]_{-\pi/2}^{\pi/2}}{\left[\theta\right]_{-\pi/2}^{\pi/2}}$

$= \dfrac{a(1-(-1))}{\pi/2 - (-\pi/2)} = \dfrac{2a}{\pi}$ (5)

~~50~~ 55



වස්තුව	ස්කන්ධය	x අක්ෂයේ සිට දුර	y අක්ෂයේ සිට දුර
	$2\pi a^3\rho$ (5)	a (5)	0
	$\pi a^3\sigma$ (5)	a (5)	$a+\frac{2a}{\pi}$ (5)
	$\frac{7\pi a^3\rho}{3}$ (5)	$\frac{-17}{28}a$ (5)	0
සංයුක්තය	$\frac{13\pi a^3\rho}{3}+\pi a^3\sigma$ (5) $\pi a^3\left[\frac{13}{3}\rho+\sigma\right]$	$\bar{y}$	$\bar{x}$

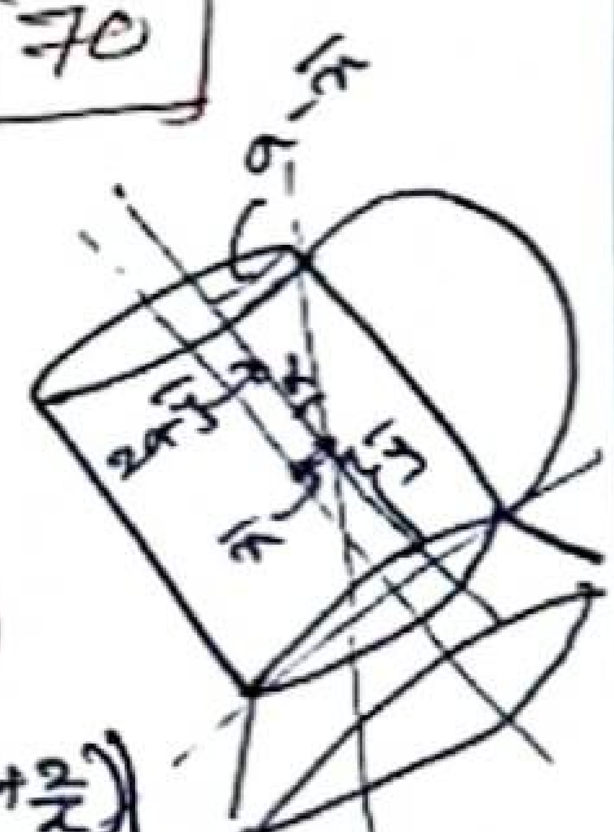
$$\bar{x}=\frac{\pi a^3\sigma\left(a+\frac{2a}{\pi}\right)}{\pi a^3\left[\frac{13}{3}\rho+\sigma\right]}\ (10)=\frac{a\sigma\left(1+\frac{2}{\pi}\right)}{\frac{13}{3}\rho+\sigma}\ (5)$$

$$\bar{y}=\frac{2\pi a^4\rho+\pi a^4\sigma-\frac{17\pi a^4\rho}{12}}{\pi a^3\left(\frac{13}{3}\rho+\sigma\right)}\ (10)$$

$$=\frac{a\left(\sigma+\frac{7}{12}\rho\right)}{\frac{13}{3}\rho+\sigma}\ (5)$$

70

A වලින් එල්ලූ විට



$$\tan\alpha=\frac{a-\left[\frac{a\sigma\left(1+\frac{2}{\pi}\right)}{\frac{13}{3}\rho+\sigma}\right]\ (5)}{2a-\left[\frac{a\left(\sigma+\frac{7}{12}\rho\right)}{\frac{13}{3}\rho+\sigma}\right]\ (5)}$$

(5)

$$\frac{1}{2}\left[2a\left(\frac{13}{3}\rho+\sigma\right)-a\left(\sigma+\frac{7}{12}\rho\right)\right]=\left[a\left(\frac{13}{3}\rho+\sigma\right)-a\sigma\left(1+\frac{2}{\pi}\right)\right]$$

$$2a\left(\frac{13}{3}\rho+\sigma\right)-a\sigma-\frac{7a\rho}{12}=2a\left(\frac{13}{3}\rho+\sigma\right)-2a\sigma\left(1+\frac{2}{\pi}\right)$$

$$2\sigma+\frac{4\sigma}{\pi}-\sigma=\frac{7\rho}{12}$$

$$\frac{\pi\sigma+4\sigma}{\pi}=\frac{7\rho}{12}$$

$$12(\pi+4)\sigma=7\rho\pi\ (10)$$

25

AL API (PAPERS GROUP)

CS CamScanner

17. a

N - නිමල් බිත්තර සැපයීම $P(N) = \frac{1}{2}$

K - කමල් බිත්තර සැපයීම $P(K) = \frac{1}{3}$

S - සුනිල් බිත්තර සැපයීම $P(S) = \frac{1}{6}$

A - තෝරාගත් බිත්තරය බිඳී තිබීම

$P\left(\frac{A}{N}\right) = \frac{5}{100}$ $\quad P\left(\frac{A}{K}\right) = \frac{6}{10}$ $\quad P\left(\frac{A}{S}\right) = \frac{8}{100}$

තෝරාගත් බිත්තරය බිඳී තිබීමේ සම්භාවිතාව P(A) නම්

$$P(A) = P\left(\frac{A}{N}\right) P(N) + P\left(\frac{A}{K}\right) \cdot P(N) + P\left(\frac{A}{S}\right) P(S) \quad (10)$$

$$= \frac{5}{100} \times \frac{1}{2} \ (5) + \frac{6}{100} \times \frac{1}{3} \ (5) + \frac{8}{100} \times \frac{1}{6} \ (5)$$

$$= \frac{35}{600} = \frac{7}{120} \ (5)$$

I $\quad P\left(\frac{N}{A}\right) = \frac{P\left(\frac{A}{N}\right) \cdot P(N)}{P(A)} \ (5) = \frac{\frac{5}{100} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{7}{120}} = \frac{3}{7}$ // (10)

II $\quad P\left(\frac{K}{A}\right) = \frac{P\left(\frac{A}{K}\right) \cdot P(K)}{P(A)} = \frac{\frac{6}{100} \times \frac{1}{3}}{\frac{7}{120}} = \frac{12}{35}$ // (10)

III $\quad P\left(\frac{S}{A}\right) = \frac{P\left(\frac{A}{S}\right) \cdot P(S)}{P(A)} = \frac{\frac{8}{100} \cdot \frac{1}{6}}{\frac{7}{120}} = \frac{8}{35}$ // (10)

65

Downloaded from Past Papers Wiki - Most Extensive Wikipedia of Past Papers!

CamScanner

17-b

ආයුකාලය	මධ්‍ය අගය x_i	සංඛ්‍යාතය	d	fd	x_i^2	$f_i x_i^2$
0000 – 2000	1000	10	−4000	−40000	1×10^6	10×10^6
2000 – 4000	3000	15	−2000	−30000	9×10^6	135×10^6
4000 – 6000	5000	40	0	0	25×10^6	1000×10^6
6000 – 8000	7000	20	2000	40000	49×10^6	980×10^6
8000 – 10000	9000	15	4000	60000	81×10^6	1215×10^6
		100		30000		3340×10^6

සම්පූර්ණ වගුවට (10)

I. $\mu = 5000 + \frac{30000}{100} = 5300$ (පැය) (10)

II. $Md = 4000 + \frac{2000}{40}\left(\frac{100}{2} - 25\right) = 5250$ (පැය) (10)

III. $s = \sqrt{\frac{3340\times10^6}{100} - (5300)^2}$ (10)

$= \sqrt{531} \times 10^2$

$= 23.1 \times 10^2$

$= 2310$ (5)

IV. $\mu = 5300$ නිසා සාමාන්‍යයෙන් ආයුකාලය නිරූපණය කරයි. (10)

85