



முன்றாந் தவணைப் பரீட்சை – தரம் 12 - 2024

නෙවන වාර් විභාගය - 2024

முன்றாம் தவணைப் பரீட்சை - 2024

Grade 12 - Combined Mathematics - I

இணைந்த கணிதம் - I

மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time – 10 minutes

வினாப்பத்திரத்தை வாசித்து, வினாக்களைத் தெரிவுசெய்வதற்கும் விடை எழுதும்போது முன்னுரிமை வழங்கும் வினாக்களை ஒழுங்கமைத்துக் கொள்வதற்கும் மேலதிக வாசிப்பு நேரத்தைப் பயன்படுத்துக.

சுட்டெண்

அறிவுறுத்தல்கள் :

- இவ்வினாத்தாள் பகுதி A (வினாக்கள் 1–10), பகுதி B (வினாக்கள் 11–17) என்னும் இரு பகுதிகளைக் கொண்டது.
- பகுதி A:**
எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்குமுரிய உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமென்ற, நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பகுதி B:**
ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக. உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள தாள்களில் எழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்டுள்ள நேரம் முடிவடைந்ததும் **பகுதி A** யின் விடைத்தாளானது **பகுதி B** யின் விடைத்தாளுக்கு மேலே இருக்கத்தக்கதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் **பகுதி B** யை மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

பரீட்சகர்களின் உபயோகத்திற்கு மாத்திரம்

(10) இணைந்த கணிதம் I		
பகுதி	விடை. இல	புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	

A - பகுதி	
B - பகுதி	
மொத்தம்	
இறுதிப் புள்ளி	

இறுதிப் புள்ளிகள்

இலக்கத்தில்	
எழுத்தில்	

பரீட்சகர்		
பரிசோதித்தவர்	1	
	2	
மேற்பார்வையாளர்		

பகுதி - A

01. $\frac{2-x}{3+x} \leq 1$ எனும் சமனிலியைத் திருப்தியாக்கும் x இன் பெறுமான வீச்சைக் காண்க.

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines. The lines are evenly spaced and run across the entire width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the page.

02. $\frac{x+1}{x^2-x} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1}$ ஆகமாறு A, B ஆகிய மாறிலிகளின் பெறுமானங்களைக் காண்க.
இதிலிருந்து அல்லது வேறு விதமாக $\frac{x^3+1}{x^2-x}$ ஐப் பகுதிப்பின்னமாக எழுதுக.

[illegible]

- [illegible]

-
- This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the page.

✍ ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக

- 11 a $a > 1$ இற்கு $f(x) = x^2 - 2ax + 1$ எனின் $f(x) = 0$ ஆனது வேறுவேறான மெய்மூலங்களைக் கொண்டிருக்கும் எனக் காட்டுக.

$y = f(x)$ இன் வரைபை பரும்படியாக வரைக.

$b \in \mathbb{R}^+$ இற்கு $g(x) = x^2 + 2bx - 1$ எனின் $g(x) = 0$ இன் மூலங்கள் α, β எனின். $\alpha + \beta, \alpha\beta$ இற்கான தொடர்பை எழுதி, இதிலிருந்து α, β எதிர்க்குறிகளையுடையது எனக் காட்டுக.

இங்கு $0 < \alpha < a$ எனவும் $\beta < 0$ எனவும் தரப்பட்டிருப்பின் $y = g(x)$ இன் வரைபை மேலுள்ள ஆள்கூற்றுத் தளத்திலே வரைக.

$F(\alpha) \times F(\beta)$ இன் புள்ளிகளைக் கருதி $b^2 - a^2 + 1 < 0$ எனக் காட்டுக.

- b. $f(x)$ எனும் பல்லுறுப்பியை $(x - k)^2$ இனால் வகுக்கும்போது பெறப்படும் மீதி $f'(k)x + f(x) - kf'(x)$ எனக் காட்டுக.

இங்கு $f'(x)$ ஆனது $f(x)$ இன் முதலாம் பெறுதியாகும். $k \in \mathbb{R}$ இற்கு $f(x) = x^4 + 2x^3 + ax^2 + bx + 2$ எனும் பல்லுறுப்பிச் சார்பை $(x - 2)^2$ இனால் வகுக்கும்போது பெறப்படும் மீதி $61x - 86$ எனின், a, b இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

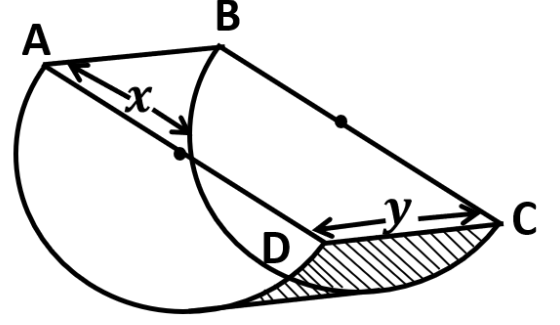
- 12 a $f(x) = |2x - 3| - x, g(x) = |x - 1|$ எனின், $y = f(x), y = g(x)$ என்பவற்றின் வரைபுகளை ஒரே ஆள்கூற்றுத் தளத்தில் பரும்படியாக வரைக.

இதிலிருந்து அல்லது வேறுவிதமாக

- $|2x - 3| - x > |x - 1|$ ஆகுமாறு x இன் பெறுமான வீச்சைக் காண்க.
 - $|2x - 3| - x = |x - 1|$ எனும் சமன்பாட்டைத் திருப்தி செய்யும் இரு வேறுவேறான மெய் மூலங்களைக் கொண்டிருக்கும் λ இன் பெறுமான வீச்சைக் காண்க.
 - $g(\alpha) - f(\alpha) = 2$ ஆகுமாறு α இன் பெறுமான வீச்சை வரைபின் மூலம் காண்க.
- b.
- $x + y + z = 0$ எனின், $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$ எனக்காட்டுக.
இங்கு $(x, y, z \in \mathbb{R})$
 - $\log_x y = \frac{\ln y}{\ln x}$ என நிறுவுக. x, y, z என்பன 1 இற்குச் சமனற்ற மெய்மாறிலிகள் ஆகும்.
 - $(\log_y x \cdot \log_z x - \log_x x) + (\log_x y \cdot \log_z y - \log_y y) + (\log_x z \cdot \log_y z - \log_z z) = 0$ எனத் தரப்பட்டிருப்பின் $xyz = 1$ எனக் காட்டுக.

- 13 a பொருத்தமான கேத்திரகணித முறையைப் பயன்படுத்தி $x > 0$ இற்கு $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ எனக்காட்டுக.
 $\sin^{-1} x - \cos^{-1} x = \sin^{-1}(\lambda x^2 - \mu)$ ஆகுமாறு λ, μ ஆகிய மாறிலிகளைக் காண்க.
 இதிலிருந்து அல்லது வேறுவிதமாக $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}} \left(\frac{\sin^{-1} x - \cos^{-1} x}{4x^4 - 1} \right)$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.
- b $f(x) = \sqrt{1 - \log_2(2x^2 - 7x + 8)}$ எனும் சார்பின் ஆட்சியைக் காண்க.
- c $f : \mathbb{R}[h, \infty) \rightarrow \mathbb{R}[k, \infty)$ ஆகுமாறு $f(x) = x^2 + 4x + 8$ எனும் சார்பு காணப்படுகின்றது. $f^{-1}(x)$ காணப்படுவதற்கு h, k ஆகிய மெய்மமாறிலிகளைக் காண்க. $y = f^{-1}(x)$ இன் வரைபை பரும்படியாக வரைக.
- 14 a முதற்கோட்டைப் பயன்படுத்தி $y = x \sin x$ இன் பெறுதியைக் காண்க.
 அதனைப் பயன்படுத்தி பொருத்தமான வகையீட்டின் மூலம்
 i. $\frac{d^2 y}{dx^2} = 2 \cos x - y$ எனக் காட்டுக.
 ii. $x \frac{d^3 y}{dx^3} + x \frac{dy}{dx} + 2y = 0$ எனக் காட்டுக.
- b பொருத்தமான பிரதியீட்டைப் பயன்படுத்தி அல்லது வேறு விதமாக
 $y = \sin^{-1} \left(\frac{2x}{1+x^2} \right) + \cos^{-1} \left(\frac{1-x^2}{1+x^2} \right)$ எனின் $\frac{dy}{dx} = \frac{4}{1+x^2}$ எனக் காட்டுக.
 $y = \pi$ எனத் தரப்பட்டிருப்பின் $\frac{dy}{dx} = 2$ என உய்த்தறிக.
- c $y = \theta \ln \theta$ எனின், $\frac{dy}{d\theta} = 1 + \ln \theta$ எனக் காட்டுக.
 x ஆனது θ இன் வகையீட்டுச் சார்பு எனத் தரப்பட்டிருப்பின் $\frac{dy}{dx} = (1 + \ln \theta) \frac{d\theta}{dx}$ எனக் காட்டுக.
 இரண்டாம் வகையீட்டைக் கருதுவதன் மூலம் $\theta \frac{d^2 y}{dx^2} = (\theta + y) \frac{d^2 \theta}{dx^2} + \left(\frac{d\theta}{dx} \right)^2$ எனக் காட்டுக.
- 15 a $x \neq b, (a, b \in \mathbb{Z})$ இற்கு $f(x) = \frac{ax-1}{(x-b)^2}$ எனக் கொள்வோம்.
 $f(x)$ இன் பெறுதி $f'(x)$ ஆனது $f'(x) = \frac{2-ab-ax}{(x-b)^3}$ இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக.
 $x \neq b$ இற்கு $f''(x) = \frac{2(ax+2ab-3)}{(x-b)^4}$ எனக் கொள்வோம்.
 $y = f(x)$ இன் வரைபின் திரும்பற்புள்ளி $x = -1$ எனவும் அணுகுகோடு $x = -3$ எனவும் தரப்பட்டுள்ளன. $a = 1, b = 3$ எனக் காட்டுக.
 $f'(x)$ இன் திரும்பற்புள்ளியைக் கருதுவதன் மூலம் சார்பு $y = f(x)$ இன் அதிகரிக்கும் ஆயிடைகளையும் $f(x)$ குறையும் ஆயிடைகளையும் காண்க.
 அணுகுகோடுகளையும் திரும்பற் புள்ளியையும் காட்டி, $y = f(x)$ இன் வரைபின் ஒரு பரும்படி வரிப்படத்தை வரைக.

- b ஆரை x ஆகவுள்ள இரு அரைவட்டத் தகடுகள் ஒன்றுடனொன்று y இடைவெளியில் வைக்கப்பட்டு நீளம் $2x$ உம் அகலம் y ஆகவுள்ள செவ்வகத் தகட்டினால் அவை பொருத்தப்பட்டு உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளவாறான ஒரு திண்மப் பாத்திரம் அமைக்கப்பட்டுள்ளது. பாத்திரத்தின்



கனவளவு $8\pi m^3$ எனத்தரப்பட்டுள்ளது. முகம் $ABCD$ ஆனது மூடப்படாமலிருப்பின் பாத்திரத்தின் முழுப்பரப்பளவு $A = \pi \left[x^2 + \frac{16}{x} \right]$ எனக் காட்டுக. பரப்பளவு A இழிவாகுமாறு அரைவட்டத்தின் ஆரை x ஐக் காண்க. பாத்திரத்தின் நீளம் y ஐயும் காண்க.

- 16 a. $\sin 3x = 3\sin x - 4\sin^3 x$ எனும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி $\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$ என உய்த்தறிக.

$K(x) = \sin^2 x \cdot \cos 3x + \cos^2 x \cdot \sin 3x$ எனக் கொள்வோம். மேற்படி தொடர்பைப் பயன்படுத்தி அல்லது வேறு விதமாக $K(x) = A \cos(x + \alpha) \sin 2x (B \sin 2x + C)$ ஆகுமாறு A, B, C, α ஆகிய மாறிலிகளைக் காண்க.

$K(x) = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் பொதுத்தீர்வைக் காண்க.

- b. முக்கோணி ABC இல் A, B, C ஆகியவற்றின் கோணங்கள் முறையே $A, A + \alpha, A + 2\alpha$ எனும் கூட்டல் விருத்தியில் காணப்படுகின்றன. $0 < \alpha < \frac{\pi}{3}$ ஆகும்.

ΔABC இற்கு $\sin$ விதியைப் பயன்படுத்தி

i. $\sin A = \frac{\sqrt{3}a}{2b}$ எனவும்

ii. $\sin \left(\frac{\pi}{3} + \alpha \right) = \frac{\sqrt{3}c}{2b}$ எனவும் காட்டுக.

மேற்படி தொடர்பைப் பயன்படுத்தி அல்லது வேறு விதமாக

$\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}(c-a)}{2b}$ எனவும் $\cos \alpha = \frac{a+c}{2b}$ எனவும் உய்த்தறிந்து,

$a^2 + c^2 - ac = b^2$ எனக் காட்டுக.

17. a. $f(x) = \sin^2 x + \sqrt{3}\sin x \cdot \cos x + 2\sin x + 3\sqrt{3}\cos x - 3$ எனக் கொள்வோம். $f(x)$ ஐ வடிவம் $f(x) = (\sin x + 3) \cdot g(x)$ இல் எடுத்துரைக்க.
இங்கு $g(x) = A\sin(x + \beta) - B$ ஆகும்.
 A, B, β ஆகியன துணியப்பட வேண்டிய மாறிலிகள் ஆகும்.

இங்கு $[-\pi, \pi]$ எனும் வீச்சினுள் $y = g(x)$ இன் வரைபை பரும்படியாக வரைந்து, இதிலிருந்து அல்லது வேறுவிதமாக,

$[-\pi, \pi]$ இற்கு $|g(x)| = k$ எனும் சமன்பாட்டிற்கு

- ஒரு தீர்வு மாத்திரம்
- இரு தீர்வுகள் மாத்திரம்
- மூன்று தீர்வுகள் மாத்திரம்
- நான்கு தீர்வுகள் மாத்திரம் இருக்கும் K இன் பெறுமானத்தை அல்லது பெறுமானத் தொடையைக் காண்க.

- b. $\tan^{-1}(2x + 1) - \tan^{-1}(2x - 1) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2x^2}\right)$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து அல்லது வேறுவிதமாக

$$\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{8}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{18}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{32}\right) = \tan^{-1}(9) - \frac{\pi}{4} \text{ எனக் காட்டுக.}$$

பகுதி A

பகுதி A யில் எல்லா வினாக்களுக்கும் பகுதி B யில் ஏதாவது ஐந்து

- 1) ஒரு துணிக்கையானது கிடைத்தளத்திலுள்ள புள்ளி O விலிருந்து கிடைக்கு சாய்வாக u வேகத்துடன் எறியப்பட்டது. t நேரத்தின் பின்னர் துணிக்கைக்கு கிடையான இடப்பெயர்ச்சியும் நிலைக்குத்தான இடப்பெயர்ச்சியும் a ஆகும். u^2 யை t, a, g சார்பாக காண்க. $t = 1$ எனின் $u^2 = 2a^2 + ga + \frac{1}{4}g^2$ எனக்காட்டுக. (புவிசுரப்பிலான ஆர்முடுகல் g என்க).

- 2) உயர்தியானது ஓய்விலிருந்து கீழ்நோக்கி இயங்குகிறது. முதற் பகுதியை சீரான ஆற்றமுடிகல் a யுடன் $2T$ நேரத்திற்கு இயங்குகிறது. பின்னர் மீதியான பகுதியை சீரான அமர்முடுகளுடன் T நேரத்திற்கு இயங்கி ஓய்விற்கு வருகிறது. உயர்த்தியானது இயங்கிய மொத்த தூரம் h எனின் இயக்கத்திற்கான வேக-நேர வரைபை வரைக. அதிலிருந்து $h = 3aT^2$ எனக் காட்டக.

[illegible]

Diagram of a pulley system. A rope is fixed at point A on the ceiling. It passes under pulley B, then over pulley C, and finally down to a point P. The distance from A to B is 6m, and the distance from P to C is 5m.

This image shows a full page of white paper with horizontal dashed lines, typical of primary school writing paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

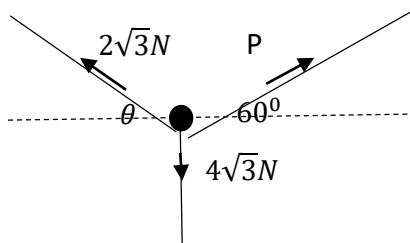
[illegible]

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins or other markings on the paper.

7) மோட்டார் கார் A ஆனது $u \text{ ms}^{-1}$ வேகத்துடன் கிழகிலிருந்து θ கோணம் வடக்கு திசையில் செல்லும் அதேவேளையில் இன்னொரு கார் B ஆனது வடக்கு நோக்கி $v \text{ ms}^{-1}$ வேகத்துடன் செல்கிறது. $v > u \cos \theta$ ஆக இருக்கும்போது இயக்கத்திற்கான வேகமுக்கோணியை வரைந்து B தொடர்பான A யின் வேகத்தின் பருமனையும் திசையைக் காண்க.

This image shows a single sheet of white paper with horizontal blue or grey ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are approximately 20 lines visible. The paper has a slightly textured appearance and is set against a dark background.

8)



மூன்று ஒரு தளவிசைத் தொகுதியானது ஒருதுணிக்கையில் தாக்குவதை படம் காட்டுகிறது. தொகுதியானது சமநிலையில் காணப்படின் P , θ யின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

[illegible]

This image shows a full page of white paper with horizontal dashed lines, typical of primary school writing paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

This image shows a blank sheet of white paper with horizontal dashed lines, typical of primary school handwriting practice paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

 வடமேல் மாகாணக் கல்வித் திணைக்களம் Provincial Education Department (NWP)			
ஸ்டூடென்ட் இனையம் II இணைந்த கணிதம் II	10 T II	Grade 12 தரம் 12	
B பகுதி			

❖ 05 வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை தருக.

- 11) மோட்டார் கார் ஓட்டப்போட்டியில் ஒரு நிலையில் மோட்டார் கார் x ஆனது முடிவுக்கோட்டிலிருந்து $1100m$ தூரத்தில் இருக்கும்போது சீரான ஆர்முடுகல் $0.44ms^{-2}$ யுடன் $38.5ms^{-1}$ வேகத்துடன் செல்கிறது. அக்கனத்தில் மோட்டார் கார் y ஆனது x இற்கு பின்னால் $220m$ தூரத்தில் இருக்கிறது. அப்போது y ஆனது சீரான ஆர்முடுகல் $0.55ms^{-2}$ யுடனும் $48.4ms^{-1}$ வேகத்துடனும் செல்கிறது. மேலே சொல்லப்பட்ட கனத்திலிருந்த x இனதும் y இனதும் இயக்கத்திற்கான வேக-நேர வரைபை ஒரே வரிப்படத்தில் வரைக.

வரைபிலிருந்து

- (i) மோட்டார் கார் y ஆனது மோட்டார் கார் x யை கடந்து செல்ல எடுக்கும் நேரம் T எனின் T ஆனது $T^2 + 180T - 4000 = 0$ எனும் சமன்பாட்டை திருப்பதி ஆக்கும் எனக் காட்டுக.
- (ii) y ஆனது x யை கடந்து செல்லும்போது x இனதும் y இனதும் வேகங்களைக் காண்க.
- (iii) y ஆனது x யை கடந்து செல்லும்போது முடிவுக் கோட்டிலிருந்தான தூரம் $242m$ எனக் காட்டுக.
- (iv) இயக்கச் சமன்பாட்டை பாவிப்பதன் மூலம் x யை விட 1 நிமிடம் முன்னதாக y ஆனது முடிவுக்கோட்டை கடக்கும் எனக் காட்டுக.
- 12). $OACB$ ஓர் இணைகரம் ஆகும். பக்கங்கள் AC, BC யின் நடுப்புள்ளிகள் முறையே L, M ஆகும்

கோடுகள் OL யும் AM யும் X இல் இடைவெட்டுகின்றன. இங்கு $\overrightarrow{OA} = \underline{a}$, $\overrightarrow{OB} = \underline{b}$ ஆகும்.

(i) $\overrightarrow{OX} = \lambda \left(\underline{a} + \frac{1}{2}\underline{b} \right)$ எனக் காட்டுக. இங்கு $\lambda \in \mathbb{R}$ ஆகும்.

(ii) $\overrightarrow{OX}$ இற்கான இன்னுமொரு சமன்பாட்டைக் காண்க.

(iii) அதிலிருந்து $\overrightarrow{OX} = \frac{4}{5} \left(\underline{a} + \frac{1}{2}\underline{b} \right)$ எனக் காட்டுக.

(iv) $AX:XM$ யைக் காண்க.

கோடுகள் CX யும் OA யும் N இல் சந்திக்கின்றன. சமகோணமுக்கோண முடிவை பாவித்தோ அல்லது

வேறு முறையிலோ $\overrightarrow{ON} = \frac{2}{3}\underline{a}$ எனக் காட்டக.

$CD:DA = 3:1$ ஆகமாறு பக்கம் CA யை D வரை நீட்டுக. கோடுகள் AC யும் BD யும் ஒன்றுக்கொன்று

செங்குத்து எனின் $|a|^2 - \frac{1}{2}a \cdot b - \frac{3}{2}|b|^2 = 0$ எனக் காட்டுக.

$|b| = \beta|a|$ இங்கு $\beta > 0$, $\angle AOB = \tan^{-1} \frac{3}{4}$ எனின் $\beta = \frac{-2+\sqrt{154}}{15}$ எனக் காட்டுக.

13) கப்பல் A ஆனது வடக்கு 60° கிழக்கு திசையில் $16kmh^{-1}$ வேகத்துடன் செலுத்தப்படுகிறது. ஒரு கனத்தில் கப்பலிருந்து கிழக்காக $8km$ தூரத்தில் படகு B ஆனது $10 kmh^{-1}$ வேகத்தில் கப்பலை மறிக்கும் நோக்கில் பயணம் செய்கிறது.

(i) ஒரே வரிப்படத்தில் வேகமுக்கோணிகளை வரைந்த படகின் பூமி சார்பான இரண்டு பாதைகளை காண்க.

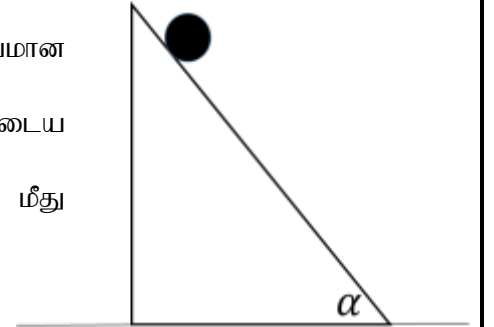
(ii) இரண்டு பாதைகளுக்கும் இடையிலுள்ள கோணம் $\cos^{-1} \left(\frac{7}{25} \right)$ எனக் காட்டுக.

(iii) கப்பலை மறிப்பதற்கு படகுக்கு எடுக்கும் மிகக்குறைந்த நேரம் $\frac{4}{3+4\sqrt{3}}$ மணி எனக் காட்டுக.

(iv) இரண்டு பாதைகளுக்குமான நேர வித்தியாசத்தை காண்க.

(v) கப்பலை மறிப்பதற்கு படகின் மிகக் குறைந்த வேகத்தை காண்க. விடைக்கான காரணத்தை விளக்குக.

14) படத்தில் ஒப்பமான M திணிவுரைய ஆப்பானது ஒப்பமான கிடைத்தளத்தின் மீது வைக்கப்பட்டுள்ளது. m திணிவுடைய துணிக்கையானது கிடையுடன் α கோணம் சாய்வான முகத்தின் மீது வைக்கப்பட்டுள்ளது. தொகுதியானது ஓய்விலிருந்து விடப்பட்டது.



(i) ஆப்பின் ஆர்முடுகல் $\frac{mgsin\alpha\cos\alpha}{M+msin^2\alpha}$ எனக் காட்டுக.

(ii) துணிக்கையானது ஆப்பின் மேற்பரப்பில் S தூரம் இயங்கும்போது ஆப்பானது d தூரம் கிடையான தளத்தில் இயங்குகிறது. $\left(1 + \frac{M}{m}\right)d = S\cos\alpha$ எனக் காட்டுக.

(iii) ஆப்பிற்கும் துணிக்கைக்கும் இடையிலான மறுதாக்கம் $\frac{Mmg\cos\alpha}{M+msin^2\alpha}$ எனக் காட்டுக.

(iv) கிடைத்தளத்திற்கும் ஆப்பிற்கும் இடையிலான மறுதாக்கம் $\frac{M(M+m)g}{M+msin^2\alpha}$ எனக் காட்டுக.

15) ஒரு பந்தானது இரண்டு சமாந்தர சுவர்களின் மேலே பட்டும் படாமலும் எறியப்பட்டது. எறியப்பட்ட வேகம் u ஆகவும் எறியக் கோணம் θ ஆகவும் தரப்பட்டுள்ளது. எறியற் புள்ளியிலிருந்து இரண்டு சுவர்களுக்குமான தூரங்கள் முறையே b, a ஆகவும், உயரங்கள் முறையே a, b ஆகவும் உள்ளது.

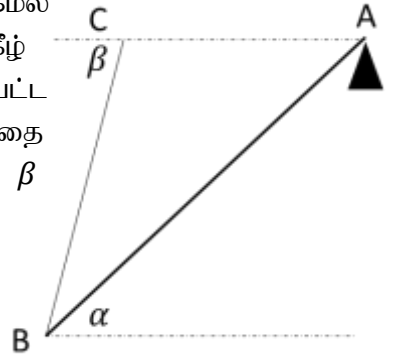
(i) $a = b \tan \theta - \frac{gb^2}{2u^2} \sec^2 \theta$ எனக் காட்டுக.

(ii) மேலும் $\tan \theta = \frac{a^2 + ab + b^2}{ab}$ எனவும் காட்டுக.

(iii) பந்தானது தரையை அடையும் இடத்திலிருந்து இரண்டாவது சுவரின் தூரம் $\frac{b^2}{a+b}$ எனக்காட்டுக.

(iv) $\theta > \tan^{-1} 3$ எனவும் காட்டுக.

16) உருவில் a நீளமும் W நிறையும் உடைய சீரான கோல் AB யின் மேல் முனை A ஆனது ஒப்பமான முனையின் மேல் வைக்கப்பட்டுள்ளது. கீழ் முனை B யானது A மட்டத்தில் உள்ள புள்ளி C யில் இணைக்கப்பட்ட இலேசான இழையினால் இணைக்கப்பட்டு கோல் கிடையுடன் α கோணத்தை ஆக்குமாறு சமநிலையில் வைக்கப்பட்டுள்ளது. இழையானது கிடையுடன் β கோணத்தை ஆக்குகிறது.



(i) படத்தில் விசைகளை குறித்துக் காட்டுக.

(ii) இழையிலுள்ள இழுவையைக் காண்க.

(iii) முனையினால் கோலுக்கு கொடுக்கப்பட்ட மறுதாக்கத்தைக் காண்க.

(iv) $\tan \beta = 2 \tan \alpha + \cot \alpha$

(v) $AC = \frac{a \sec \alpha}{2 \tan^2 \alpha + 1}$ எனக் காட்டுக.

(vi) $\alpha = \frac{\beta}{2}$ எனின் மேலே உள்ள முடிவை உபயோகித்து $\beta = 2 \tan^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)$, $AC = \frac{\sqrt{6}a}{4}$ எனக் காட்டுக.

17) (a) ஒழுங்கான அறுகோணி $ABCDEF$ யின் ஒரு பக்க நீளம் a ஆகும். $P, 4P, 2P, 2P, 3P, 3P$ ஆகிய பருமன்களைக் கொண்ட விசைகள் முறையே $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{EF}, \overrightarrow{FA}$ வழியே தாக்குகின்றன.

(i) விசைத் தொகுதியானது ஒரு இணைக்கு ஒடுங்கும் எனக் காட்டி அதன் பருமனையும் போக்கையும் காண்க.

(ii) இப்போது $\overrightarrow{FA}$ வழியே தாக்கும் விசை $3P$ ஆனது தொகுதியில் இருந்து நீக்கப்படுகிறது. இதிலிருந்தோ அல்லது வேறு முறைகளிலோ புதிய தொகுதி விசைகளின் விளையுளின் பருமனையும் திசையையும் கண்டு, விளையுள் விசையினால் நீட்டப்பட்ட AB யை வெட்டும் புள்ளியின் தூரத்தை A யிலிருந்து காண்க.

(iii) இப்போது வலஞ்சுழியான $\frac{15Pa}{2}$ பருமனைக் கொண்ட இணையானது புதிய தொகுதி விசைக்கு சேர்க்கப்படும்போது தொகுதியானது AB யின் நடுப்புள்ளிகளினூடாக செல்லும் தனிவிசைக்கும் இணைக்கும் ஒடுங்கியது எனின் தனி விசையின் பருமனையும் திசையையும் கண்டு, இணையின் பருமனையும் போக்கையும் காண்க.

(b) a நீளமும் W நிறையும் உடைய சீரான கோல் AB யின் ஒரு முனை A யானது கரடான நிலைக்குத்து சுவரை தொட்டுக் கொண்டும் மற்ற முனை B ஆனது இலேசான மெல்லிய இழையின் ஒரு நுனியினால் இணைக்கப்பட்டு A யிற்கு மேலுள்ள நிலையான புள்ளி C க்கு இழையின் மற்ற நுனி இணைக்கப்பட்டுள்ளது. கோலானது சுவருக்கு செங்குத்தான தளத்தில் உள்ளது. $\hat{ACB} = 30^\circ$, $\hat{CAB} = 120^\circ$ எனின் சுவருக்கும் கோலுக்கும் இடையிலுள்ள உராய்வுக் குணகத்தின் இழிவுப் பெறுமானம் $\frac{1}{\sqrt{3}}$ எனக் காட்டுக.