සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි. / All Rights Reserved

වයඹ පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
Provincial Department of Education - NWP

තෙවන වාර පරීක්ෂණය - 13 ශ්‍රේණිය - 2025
Third Term Test - Grade 13 - 2025

සංයුක්ත ගණිතය I
Combined Mathematics I

10 S I

කාලය පැය 03 යි.

නම / විභාග අංකය: ....

උපදෙස්

- මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
  A කොටස (ප්‍රශ්න 1 -10) සහ B කොටස (ප්‍රශ්න 11 - 17)
- A කොටස
  සියළුම ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්ණය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍යවේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිතා කල හැකිය.
- **B** කොටස
  ප්‍රශ්ණ පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.
- A කොටස , B කොටස උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුනන්න.

පරීක්ෂක වරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි

(10) සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්ණ අංකය	ලැබූ ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	

එකතුව

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

A කොටස

01. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන් සියළු $n \in Z^+$ සඳහා $2^{3n+2}+5^{n+1}$ යන්න 3න් බෙදෙන බව සාධනය කරන්න.

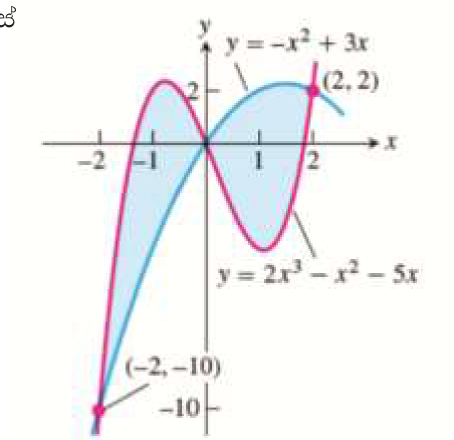
02. එකම රූප සටහනක $y=|2x-1|$ සහ $y=4-|x-1|$ ප්‍රස්ථාරවල දළ සටහන් අඳින්න. ඒ නයින් හෝ අන්ක්‍රමයකින් හෝ $|2x-1|+|x-1|\geq 4$ යන අසමාතාවය තෘප්ත කරන x හි සියළු තාත්වික අගය කුලකය සොයන්න.

03. $|z-3|\leq 1$ මගින් දෙනු ලබන පෙදෙස $z(1+i)+\bar{z}(1-i)=4$ වක්‍රයෙන්, α සහ β ලෙස වන වර්ගඵල දෙකකට බෙදේ යැයි ගනිමු. එවිට $|\alpha-\beta|$ සොයන්න.

04 . සමහර $n\neq 10$ සඳහා $(1+x)^{n+4}$ ද්විපද ප්‍රසාරණයේ 5වැනි, 6වැනි හා 6වැනි පද වල සංගුණක සමාන්තර ශ්‍රේණියක පවතී යැයි ගනිමු. එවිට $(1+x)^{n+4}$ ප්‍රසාරණයේ ඇති විශාලතම සංගුණකය සොයන්න.

05. $\lim_{x \to 0} \operatorname{cosec} x\left(\sqrt{2\cos^2 x + 3\cos x} - \sqrt{\cos^2 x + \sin x + 4}\right) = -\frac{1}{2\sqrt{5}}$ බව පෙන්වන්න.

06. රූප සටහනේ දැක්වෙන දත්ත සලකමින්, අඳුරු කළ පෙදෙසේ වර්ගඵලය සොයන්න.



07. C වක්‍රයක පරාමිතික සමීකරණ $x = 2t + 1,\ y = \dfrac{3}{2t};\ t \in R, t \neq 0$ මගින් දී ඇත. මෙහි t යනු පරාමිතියකි. A ලක්ෂ්‍යයේ දී C වක්‍රය, y -අක්ෂය ඡේදනය කරයි. A හි දී වක්‍රයට අඳිනු ලබන ස්පර්ශකයේ සමීකරණය සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

08. ABC ත්‍රිකෝණයක B හා C ලක්ෂ්‍ය, $3y = 4x$ සහ $y = 0$ රේඛා මත පවතින අතර BC පාදය $\left(\dfrac{2}{3}, \dfrac{2}{3}\right)$ ලක්ෂ්‍යය තුළින් යයි. $ABOC$ යනු O මූලය වන රොම්බසයක් නම්, BC රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

09. $x^2+y^2-6x+14y+33=0$ වෘත්තය මුලුමනින්ම $x-$ අක්ෂයට පහළින් පවතින බව පෙන්වන්න. k නියතයක් වන $P(6,k)$ ලක්ෂ්‍යය වෘත්තයෙන් පිටත පවතී යැයි ගනිමු. P සිට වෘත්තයේ කේන්ද්‍රයට ඇති දුර සලකමින් හෝ අන අයුරකින් හෝ k ට ගත හැකි අගය පරාසය සොයන්න.

10. $\left(2^4\right)^{\sin^2 x}+\left(2^4\right)^{\cos^2 x}=10$ සමීකරණය තෘප්ත කරන, 0 සහ $\dfrac{\pi}{2}$ අතර පවතින x ට ගතහැකි සියළු ම අගයයන් සොයන්න.

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / All Rights Reserved

වයඹ පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
Provincial Department of Education - NWP

තුන්වන වාර පරීක්ෂණය - 13 ශ්‍රේණිය - 2025
Third Term Test - Grade 13 - 2025

Combined Mathematics - I

B කොටස

❖ ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. *a.* $f(x)=kx^2+4x(k+3)+5k$ යැයි ගනිමු; මෙහි k යනු ශූන්‍ය නොවන නියතයකි.

$f(x)=-19$ සමීකරණයට තාත්වික ප්‍රභින්න මූල දෙකක් පවතී. k ට ගත හැකි අගය පරාසය සොයන්න.

b. $g(x)=2x^2+4(p+2)x+8p+q+8$ යැයි ගනිමු; මෙහි p,q නියත වේ.

$y=18$ දී, $y=g(x)$ වක්‍රයට y - අක්ෂය හමු වේ. තව දුරටත් $y=g(x)$ වක්‍රයට x - අන්තඃඛණ්ඩ නොපවතින බව දී ඇත. $2<q<50$ බව පෙන්වන්න.

c. A හා B නියත ඇසුරෙන් $f(x)=x^3+Ax^2+Bx+57$ ලෙස වන $f(x)$ බහුපදය අර්ථ දක්වා ඇත. $f(x)$ යන්න $(x+2)$ න් බෙදූවිට ශේෂය R වන අතර $(x-3)$ න් බෙදූවිට ශේෂය $6R$ වේ. $B-A=14$ බව පෙන්වන්න. තව දුරටත් $(x+3)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් බව දී ඇත. A සහ B හි අගයයන් සොයන්න. $f(x)$ යන්න රේඛීය සාධකයක හා වර්ගජ සාධකයක ගුණිතයක් ලෙස දක්වන්න. $f(x)=0$ සමීකරණයට තාත්වික මූල එකක් පමණක් ඇති බව පෙන්වන්න.

12. *a.* රෂෙල් සතුව වර්ග 3ක විසිතුරු භාණ්ඩ ඇත. එනම් එකිනෙකට වෙනස් දැවමය සතුන් 6ක්, එකිනෙකට වෙනස් මුහුදු බෙල්ලන් 4ක් සහ එකිනෙකට වෙනස් මැටියෙන් සෑදූ තාරාවන් 3ක් ය.

i. ඇය තම දියණිය වන චෙරිට සෙල්ලම් කිරීම සඳහා විසිතුරු භාණ්ඩ 5ක් තෝරා ගැනීමට ඉඩ දී ඇත. චෙරි අවම වශයෙන් එක් වර්ගයකින් 1ක් බැගින්වත් තෝරා ගනී. චෙරිට මෙලෙස එකිනෙකට වෙනස් තෝරාගනීම් කීයක් සිදු කළ හැකිවේ ද?

රෂෙල් මෙම විසිතුරු භාණ්ඩ 13න් 10ක් ජනෙල් පඩිට්ටම මත පේළියට තබයි නම්, පහත එක් එක් අවස්ථාව සඳහා එසේ සිදුකළ හැකි එකිනෙකට වෙනස් පිළියෙලකිරීම් සංඛ්‍යාව සොයන්න.

ii. එක් එක් කෙළවරවල පමණක් තාරාවෙක් තිබෙන අවස්ථාව

iii. එක් එක් කෙළවරවල තාරාවෙක් තිබෙන අතර, මැද්දෙහි මාරුවෙන් මාරුවට දැවමය සතකු සහ මුහුදු බෙල්ලකු තිබෙන අවස්ථාව

b. $\frac{1}{4\times 2!}+\frac{1}{5\times 3!}+\frac{1}{6\times 4!}+\frac{1}{7\times 5!}+\frac{1}{8\times 6!}+\ldots$ යන සංඛ්‍යා අනුක්‍රමයේ r වන පදය U_r ,

$U_r = \dfrac{A}{(r+3)!} + \dfrac{B}{(r+2)!}$ යන ආකාරයේ සම්බන්ධතාවයක් සපුරා ලන පරිදි ලියා දක්වන්න.

$r=1$ සහ $r=2$ සැලකීමෙන් A හා B හි අගයයන් සොයන්න. $r=3$ හා $r=4$ සඳහා සත්‍යාපනය කරන්න.

ඒනයින්, $\sum_{r=1}^{n} Ur = \dfrac{1}{3!} - \dfrac{1}{(n+3)!}$ බව පෙන්වන්න. තවදුරටත් $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ යන අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව පෙන්වා එහි එකතුව සොයන්න.

13\. *a.* $A = \begin{pmatrix} 2 & a \\ 3 & b \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ සහ $C = \begin{pmatrix} 5 \\ 13 \end{pmatrix}$ නම්, $AB = C$ වන පරිදි a සහ b හි අගයයන් සොයන්න.

ඉහත a සහ b හි අගයයන් සඳහා $A^2 = 6A - 11I$ බව පෙන්වන්න. A හි ප්‍රතිලෝමය A^{-1} මගින් නිරූපණය වන අතර I යනු 2×2 ඒකක න්‍යාසය වේ.

i. $A^3 = 25A - 66I$ *ii.* $A^{-1} = \dfrac{1}{11}(6I - A)$ බව පෙන්වන්න.

ඒනයින් A^{-1} සොයන්න.

b z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව මගින් නිරූපණය වන ලක්ෂ්‍යවල L_1 පථය $\arg(z-2) - \arg(z-2i) = \dfrac{3\pi}{4}, z \in C$ තෘප්ත කරයි.

i. L_1 පථය ආගන්ඩ් සටහනක ලකුණු කරන්න.

ii. L_1 පථය මත ඇති සියළුම ලක්ෂ්‍ය, $\left|\dfrac{z-4}{z-1}\right| = k$ සම්බන්ධය තෘප්ත කරන පරිදි $k \in Z$ හි අගයය සොයන්න.

ඉහත ආගන්ඩ් සටහනේ ම වෙනස් ලක්ෂ්‍යයක L_2 පථය $|z-1| + |z-4| = 6, z \in C$ තෘප්ත කරයි.

P ලක්ෂ්‍යය L_1 සහ L_2 මත ඇත. P මගින් නිරූපණය වන සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව සොයන්න.

14\. *a.* $a, b \in R$ වේ. $x \in R - \{0\}$ සඳහා $f(x) = \dfrac{3x^2(x-a)+b}{3x^3}$ යැයි ගනිමු.

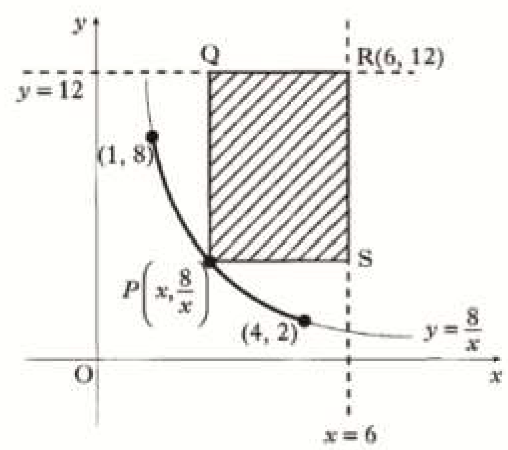
$f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය වන $f'(x)$ යන්න $f'(x) = \dfrac{ax^2 - b}{x^4}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

$\left(1, \dfrac{1}{3}\right)$ ලක්ෂ්‍යය ස්ථාවර ලක්ෂ්‍යයක් බව දී ඇත. ඒනයින් a සහ b අගයයන් සොයන්න.

a සහ b හි මෙම අගයයන් සඳහා $f(x)$ වැඩිවන ප්‍රාන්තර සහ $f(x)$ අඩු වන ප්‍රාන්තර සොයන්න.

$x \neq 0$ සඳහා $f''(x) = \dfrac{2(2-x^2)}{x^5}$ බව දී ඇත. $y = f(x)$ ප්‍රස්තාරයේ නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න. ස්පර්ශෝන්මුඛ, හැරුම් ලක්ෂ්‍ය සහ නතිවර්තන ලක්ෂ්‍ය දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

b. $PQRS$ යනු $x = 6$ සහ $y = 12$ රේඛාවලින් මායිම් වූ සෘජුකෝණාස්‍රයකි. P ශීර්ෂය $y = \dfrac{8}{x}$ සමීකරණය සහිත වක්‍රය මත $(1,8)$ හා $(4,2)$ ලක්ෂ්‍ය අතර පවතී. R යනු $(6,12)$ ලක්ෂ්‍යයයි.



i. PS හා RS රේඛාවල දිගවල් x ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න; x යනු P ලක්ෂ්‍යයේ x - ඛණ්ඩාංකය වෙයි.

ii. ඒනයින්, $PQRS$ හි වර්ගඵලය වර්ග ඒකක A යන්න $A = 80 - 12x - \dfrac{48}{x}$ මගින් දෙනුලබන බව පෙන්වන්න.

iii. A ට ගතහැකකි උපරිම වර්ගඵලය හෝ අවම වර්ගඵය හා එයට අනුරූප x අගය සොයන්න.

15. a. $f(x) = 3\sin x - \cos x + 3\,;\, x \in R$ සහ $g(x) = \sin x + \cos x\,;\, x \in R$ යැයි ගනිමු. $f(x)$ යන්න A හා B නියත වන $A \times g(x) + B \times g'(x) + 3$ ආකාරයෙන් දක්වන්න. තව ද $g(x)$ යන්න R හා α නියත වන $R\cos(x-\alpha)$ ආකාරයෙන් දක්වන්න. ඒනයින් $\int \dfrac{f(x)}{g(x)}dx$ සොයන්න.

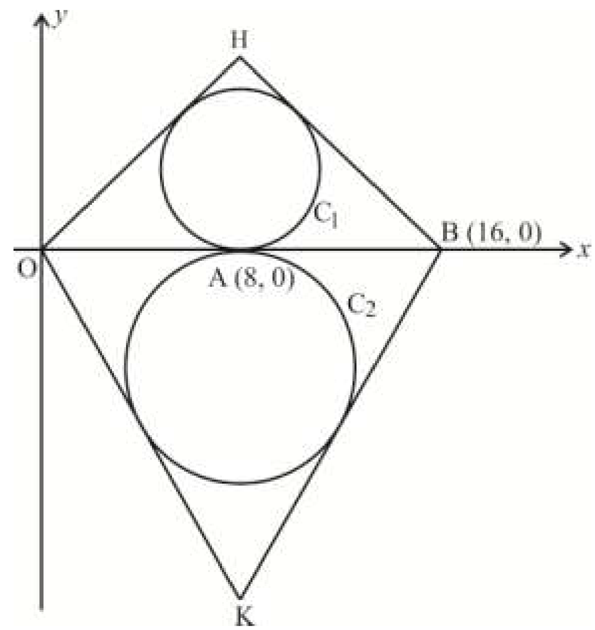
b. $f(x) = 7\tan^8 x + 7\tan^6 x - 3\tan^4 x - 3\tan^2 x;\, x \in R$ යැයි ගනිමු. තව ද $I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx$ සහ $I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} xf(x)dx$ යැයි ගනිමු. එවිට $7I_1 + 12I_2$ හි අගය සොයන්න.

c. $u = \sin x$ ආදේශය භාවිතයෙන් $\int \dfrac{2\cos x}{\sin^3 x - \sin x}dx$ හි අගය සොයන්න.

16. (h,k) ලක්ෂ්‍යයේ සිට $ax + by + c = 0$ රේඛාවට ඇති ලම්බ දුර $\left|\dfrac{ah + bk + c}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right|$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

ඒනයින් $a_1x+b_1y+c_1=0$ සහ $a_2x+b_2y+c_2=0$ සරල රේඛා අතර කෝණ සමච්ඡේදකවල සමීකරණ $\frac{a_1x+b_1y+c_1}{\sqrt{a_1^{\,2}+b_1^{\,2}}}=\pm\frac{a_2x+b_2y+c_2}{\sqrt{a_2^{\,2}+b_2^{\,2}}}$ බව පෙන්වන්න.

රූපයේ දැක්වෙන A හා B ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙලින් $(8,0)$ සහ $(16,0)$ වේ. C_1 වෘත්තයේ සමීකරණය $x^2+y^2-16x-4y+64=0$ වේ. OH සහ BH රේඛා C_1 ට ඇඳි ස්පර්ශක වේ.



a. i. C_1 වෘත්තය A හි දී x - අක්ෂය ස්පර්ශ කරන බව පෙන්වන්න.

ii. OH හි සමීකරණය සොයන්න.

iii. BH හි සමීකරණය සොයන්න.

b. රූපයේ දැක්වෙන OK හි සමීකරණය $4x+3y=0$ වේ. OBK ත්‍රිකෝණය තුළ අන්තර්ගත $C_2\,;x^2+y^2-16x+2fy+c=0$ වෘත්තය A හි දී x - අක්ෂය ස්පර්ශ කරයි.

i. c සහ f නියතවල අගයයන් සොයන්න.

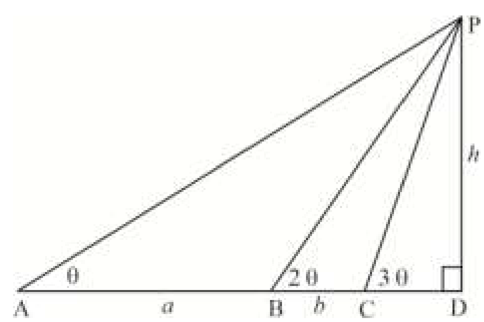
ii. OBH ත්‍රිකෝණයේ හා OBK ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵල අතර අනුපාතය සොයන්න.

17. a. $\frac{1}{\sin 2\theta}-\frac{\cos 2\theta}{\sin 2\theta}=\tan\theta\,;\theta=\frac{n\pi}{2}\; n\in Z$ බව පෙන්වන්න. ඒනයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ $\tan 15^{o}=2-\sqrt{3}$ බව පෙන්වන්න. $\sin(A+B)=\sin A\cos B-\cos A\sin B$ යන සර්වසාම්‍ය භාවිතයෙන් හෝ අන් අයුරකින් හෝ $\sin 15^{o}=\frac{1}{4}\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)$ බව පෙන්වන්න.

ඉහත ප්‍රතිඵල භාවිතයෙන් $\tan 7\frac{1}{2}^{\circ}=\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{2}-1\right)$ බව පෙන්වන්න.

b. සුපුරුදු අංකනයෙන් ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා වන **සයින් නීතිය** ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.

වස්තුවක් එහි පතුල ඔස්සේ වන එකම තිරස් රේඛාවක පිහිටි A, B, C ලක්ෂ්‍ය 3ක දී නිරීක්ෂණය කරනු ලබයි. එවිට B හා C හි දී ආරෝහණ කෝණ, A හි දී ආරෝහණ කෝණය මෙන් පිළිවෙලින් දෙගුණයක් හා තුන් ගුණයක් වෙයි. $AB=a$ සහ $BC=b$ නම්, වස්තුව පිහිටි උස $\frac{a}{2b}\sqrt{(a+b)(3b-a)}$ බව පෙන්වන්න.



c. $\cos^{-1}x\sqrt{3}+\cos^{-1}x=\frac{\pi}{2}$ සමීකරණය විසඳන්න.

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි. / All Rights Reserved

වයඹ පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
Provincial Department of Education - NWP

වයඹ පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුවProvincial Department of Education - NWP

13 ශ්‍රේණිය - තෙවන වාර පරීක්ෂණය - 2025
Third Term Test - Grade 13 - 2025

10 | S | II

සංයුක්ත ගණිතය II
Combined Mathematics II

පැය තුනයි
Three Hours

අමතර කියවීම් කාලය - මි. 10 යි
Additional Reading Time - 10 minutes

අමතර කියවීම් කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවීමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදාගන්න.

විභාග අංකය							

උපදෙස්:

- ✶ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
  A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17)
- ✶ **A කොටස:**
  සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
- ✶ **B කොටස:**
  ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- ✶ නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රය, **B කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
- ✶ ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.
- ✶ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දැක්වෙයි.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය II

කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	

එකතුව

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංක

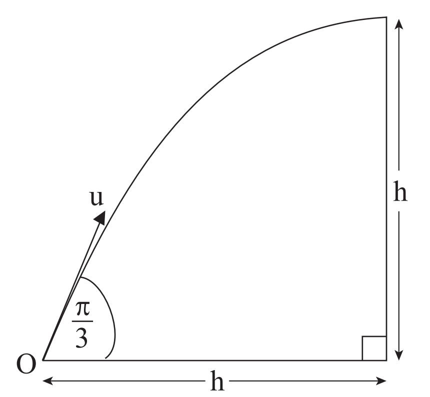
උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක		
පරීක්ෂා කළේ :	1	
	2	
අධීක්ෂණය කළේ :		

A කොටස

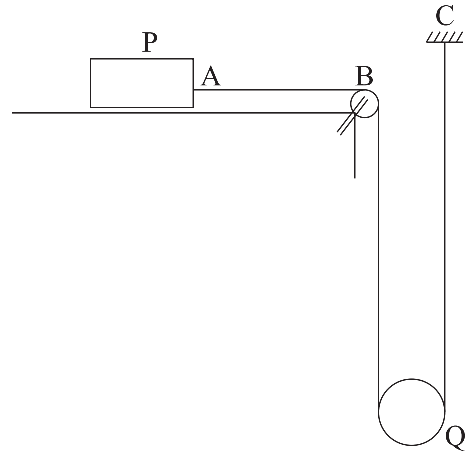
01. ස්කන්ධය 3 m වූ P අංශුවක් හා ස්කන්ධය 3 m වූ Q අංශුවක් සුමට තිරස් මේසයක් මත එකම සරල රේඛාවක් දිගේ පිළිවෙලින් 2u හා 3u වේගවලින් එකිනෙක දෙසට චලනය වෙමින් සරල ලෙස ගැටේ. ගැටුමෙන් පසු P හා Q අංශු ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශා වලට චලනය වේ. P හා Q අංශු අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වේ. $e > \frac{3}{5}$ බව පෙන්වන්න.

02. තිරස් බිමක් මත වූ O ලක්ෂ්‍යයක සිට u ආරම්භක වේගයකින් තිරසට $\frac{\pi}{3}$ කෝණයකින් ආනතව අංශුවක් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. අංශුව O සිට h තිරස් දුරකින් පිහිටි h සිරස් උස තාප්පයක් උඩින් ගැවී නොගැවී ගමන් කරයි. (රූපය බලන්න.)

$u^2 = \frac{2gh}{\sqrt{3}-1}$ බව පෙන්වන්න.

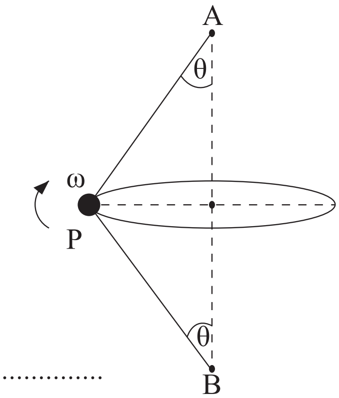


03. ස්කන්ධය 3 m වූ P වස්තුවක් රළු තිරස් තලයක් මත ඇත. P වස්තුව තලය මත කෙළවරෙහි ඇති අචල සුමට B කප්පියක් මතින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගින් ස්කන්ධය 5 m වූ Q සචල සුමට කප්පියක් යටින් ගොස් අනෙක් කෙළවර අචල C ලක්ෂ්‍යයකට ඈඳා ඇත. (රූපය බලන්න.) AB තන්තු කොටස තිරස් වන අතර අනෙක් තන්තු කොටස් සිරස් වේ. P වස්තුව හා තලය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය $\frac{1}{3}$ වේ. තන්තුව තදව ඇතිව පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. තන්තුවේ ආතතිය නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලබාගන්න.



04. ස්කන්ධය M kg වූ මෝටර් රථයක්, එහි එන්ජිම H kw නියත ජවයකින් ක්‍රියාකරමින්, තිරසට θ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$). කෝණයකින් ආනත සෘජු මාර්ගයක් දිගේ ඉහළට නියත වේගයෙන් ගමන් කරයි. මෝටර් රථයෙහි චලිතයට R N නියත ප්‍රතිරෝධයක් ඇත. එහි වේගය සොයන්න. දැන් මෝටර් රථය, තිරස් සෘජුමාර්ගයක් දිගේ ගමන් කරයි. එම R N ප්‍රතිරෝධයටම යටත්ව එම H kw ජවයම ඇතිව ක්‍රියාකරයි නම් එහි වේගය u ms^{-1} වන මොහොතේ දී මෝටර් රථයෙහි ත්වරණය සොයන්න.

05. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් සිරස් රේඛාවක් මත පිහිටි A හා B අචල ලක්ෂ්‍ය දෙකකට එක එකක දිග ℓ වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තු දෙකක් මගින් ඈඳා ඇත. රූපයේ පරිදි තන්තු සිරස සමඟ θ $(0 < \theta < \frac{\pi}{2})$ කෝණයක් සාදමින් ω නියත කෝණික ප්‍රවේගයකින් P අංශුව තිරස් වෘත්තයක ගමන් කරයි. තන්තු දෙකම තදට පැවතීමට නම් $\omega > \sqrt{\frac{g \sec\theta}{\ell}}$ බව පෙන්වන්න.



....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

06. $\underline{p}$ හා $\underline{q}$ යනු $\underline{p} \cdot \underline{q} = 1$ වන පරිදි ඒකක දෛශික දෙකක් යැයි ගනිමු. $\underline{a} = m\underline{p} + \underline{q}$ හා $\underline{b} = 2\underline{p} + n\underline{q}$ යැයිද ගනිමු. මෙහි $m, n \in \mathbb{R}$ වේ. $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ ලම්බද $\underline{a} - \underline{b}$ යන්න $\underline{q}$ ට සමාන්තරද නම් m හා n හි අගයන් සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

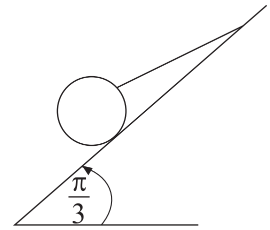
....

....

....

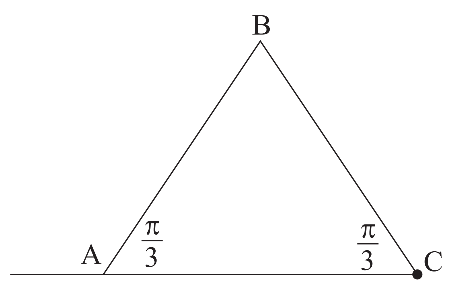
....

07. අරය a හා බර W වූ ඒකාකාර සුමට ගෝලයක් තිරසට $\frac{\pi}{3}$ ආනත සුමට තලයක් මත නිශ්චලව සමතුලිතව ඇත්තේ ගෝලයේ පෘෂ්ඨය මත ලක්ෂ්‍යයකට එක් කෙළවරක් ද ආනත තලයේ ලක්ෂ්‍යයකට අනෙක් කෙළවරද සම්බන්ධ කරන ලද දිග $2a$ වූ අවිතන්‍ය තන්තුවක ආධාරයෙනි. තන්තුවේ ආතතිය $\frac{3}{4}\sqrt{\frac{3}{2}}$ W බව පෙන්වන්න.



08. රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි, දිග $2a$ හා ස්කන්ධ පිළිවෙලින් m හා λm වූ AB හා BC ඒකාකාර දඬු දෙකක් B හිදී සුමටව අසව් කර A කෙළවර ඝර්ෂණ සංගුණකය $\frac{1}{2}$ වූ තිරස් තලයක් මත හා C කෙළවර එම තලයට අචලව අසව් කර AB, BC දඬු දෙක සිරස් තලයක සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත. $B\hat{A}C = B\hat{C}A = \frac{\pi}{3}$ වේ.

$\sqrt{3}(\lambda + 3) \geqslant 2|\lambda + 1|$ බව පෙන්වන්න.



09. A හා B යනු Ω නියැදි අවකාශයක වූ සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු.

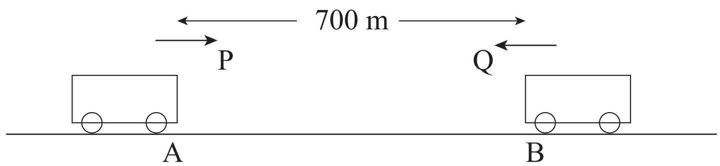
$P(B) = \frac{2}{5}$, $p(A|B^1) = \frac{3}{10}$ හා $P(A \cap B) = \frac{3}{25}$ බව දී ඇත.

$P(A \cap B^1)$, $P(A)$ හා $P(A \cup B)$ සොයන්න.

10. 1, 3, 6, a, b, c, d යනු ආරෝහණ පටිපාටියට සැකසූ නිරීක්ෂණ හතකි. ඒවායෙහි මධ්‍යස්ථය, මධ්‍යන්‍යය හා පරාසය පිළිවෙළින් 8, 7 හා 10 වන අතර මාතය 11 ට අඩු වේ. මෙහි a, b, c හා d තාත්වික සංඛ්‍යා වේ. a, b, c හා d හි අගයන් සොයා, නිරීක්ෂණ හතෙහි විචලතාව $\frac{88}{7}$ බව පෙන්වන්න.

B කොටස

- ✶ ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.
- ✶ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දැක්වෙයි.



11. (*a*) සෘජු මාර්ගයක A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක් අතර දුර 700 m කි. A ලක්ෂ්‍යයේ සිට $\overrightarrow{AB}$ දෙසට t = 0 s හි දී නිශ්චලතාවයෙන් ගමන් ආරම්භ කරන P මෝටර් රථයක් නියත ත්වරණයකින් 10 s ක් ගමන් කර $4f\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයක් ලබාගනියි. පසුව එය t = 10 s හි දී ලබාගත් නියත වේගයෙන් තත්පර 10 ක් ගමන්කර t = 20 s හිදී නියත මන්දනයකින් මන්දනය වී t = 25 s දී C ලක්ෂ්‍යයේ දී නිශ්චලතාවයට පැමිණේ. එම C ලක්ෂ්‍යයේ තවත් තත්පර 5 ක් නතරව සිට t = 30 s දී නැවත නිශ්චලතාවයේ සිට නියත ත්වරණයකින් එම දිශාවටම තත්පර t_0 කාලයක් ගමන්කර $4f\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයක් ලබාගනියි.

$\overrightarrow{BA}$ දිශාවට එම මාර්ගයේම B ලක්ෂ්‍යයේ සිට t = 20 s හිදී $2f\ ms^{-1}$ ක ආරම්භක වේගයෙන් ගමන් ආරම්භ කරන Q මෝටර් රථයක් තත්පර 10 ක් කාලයක් ත්වරණය වී $4f\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයක් ලබාගනියි. P මෝටර් රථය C ලක්ෂ්‍යයේ සිට ගමන් ආරම්භ කරන විට (t = 30 s හි දී) P හා Q අතර දුර 200 m කි. Q මෝටර් රථය $4f\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයේ සිට නැවත $6f\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගය දක්වා තත්පර t_0 කාලයක් ත්වරණය වූ පසු P හා Q මුණ ගැසෙයි.

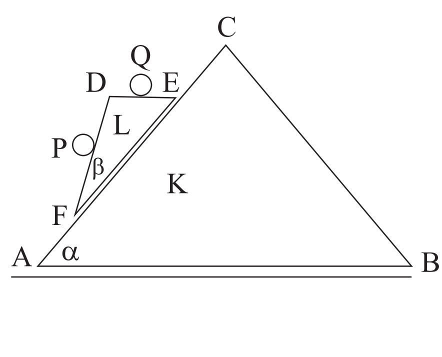
එකම රූප සටහනක P හා Q හි චලිත සඳහා t = 0 s සිට ඒවා මුණගැසෙන මොහොත දක්වා ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් අඳින්න.

(i) $f = 5$

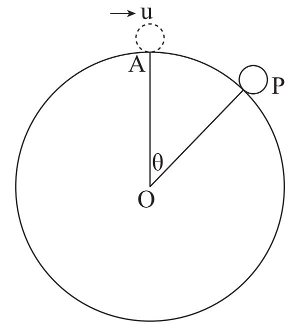
(ii) $t_0 = \dfrac{40}{7}$, බව පෙන්වන්න.

(b) බෝට්ටුවක් ඊට බටහිරින් 60^0 ක් උතුරට *a* km දුරක් ඇතින් ගමන් කරන නැවක් දකියි. නැව u kmh^{-1} වේගයෙන් නැගෙනහිරට ගමන් කරයි. නැව හමුවීම සඳහා බෝට්ටුව v kmh^{-1} වේගයෙන් ගමන් කරයි. මෙහි $\dfrac{\sqrt{3}}{2}u<v<u$ වේ. නැවට සාපේක්ෂව බෝට්ටුවේ චලිතය සැලකීමෙන් නැව අල්ලා ගැනීම සඳහා බෝට්ටුවට දිශා දෙකකින් ගමන් කළ හැකි බව පෙන්වන්න. එම දිශා දෙක ඔස්සේ බෝට්ටුවට ගමන් කිරීමට ගතවන කාල වෙනස පැය $\dfrac{a\sqrt{4v^2 - 3u^2}}{u^2 - v^2}$ බව පෙන්වන්න.

12. (*a*) K, L සුමට ඒකාකාර කුඤ්ඤ දෙකක හා P, Q අංශු දෙකක ස්කන්ධ කේන්ද්‍ර තුළින් වූ සිරස් හරස්කඩ, රූපයෙන් දැක්වේ. AC, DE, DF හා EF රේඛා ඒවා අඩංගු මුහුණත්වල උපරිම බෑවුම් රේඛාවන අතර $B\hat{A}C = \alpha$ හා $D\hat{F}E = \beta$ වේ. ස්කන්ධය M_1 වූ K කුඤ්ඤයේ AB අයත් මුහුණත සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා ඇත. ස්කන්ධය M_2 වූ L කුඤ්ඤයේ EF අයත් මුහුණත K හි AC අයත් මුහුණත මත තබා ඇත. ස්කන්ධය m_1 වූ P අංශුව DF මතද ස්කන්ධය m_2 වූ Q අංශුව DE මතද තබා ඇත. DE තිරස් වේ. පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදාහරිනු ලැබේ. L කුඤ්ඤය එහි EF මුහුණත K හි AC අයත් මුහුණත ස්පර්ශ කරමින් චලනය වන අතර P අංශුව DF ස්පර්ශ කරමින්ද Q අංශුව DE ස්පර්ශ කරමින්ද චලනය වන අතර තුර, K කුඤ්ඤයේ ත්වරණය නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලියා දක්වන්න.



(b) අරය a වන අචල සුමට පෘෂ්ඨයක් සහිත ගෝලයක කේන්ද්‍රය O වේ. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් ගෝලයේ ඉහළම ලක්ෂ්‍යය වන A හි තබා P ට තිරස්ව u ප්‍රවේගයක් දෙනු ලැබේ. P අංශුව ගෝලය සමග ස්පර්ශව ඇතිව, θ කෝණයකින් OP හැරුණු විට P හි වේගය v යැයි ගනිමු.



$v^2 = u^2 + 2ga\,(1 - \cos\theta)$ බව පෙන්වන්න.

$u = \sqrt{\dfrac{ga}{2}}$ බව තව දුරටත් දී ඇත්නම් එවිට P අංශුව ගෝලයේ පෘෂ්ඨය හැරයන විට $\theta = \cos^{-1}\left(\dfrac{5}{6}\right)$ බව පෙන්වන්න.

---

13. (a) ස්වභාවික දිග ℓ වන සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් O අචල ලක්ෂ්‍යයකටද අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m වූ P අංශුවකටද ඈඳා ඇත. P අංශුව $OA = 3\ell$ වන පරිදි A ලක්ෂ්‍යයේ දී සමතුලිතතාවයේ පවතී. තන්තුවේ ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය $\dfrac{mg}{2}$ බව පෙන්වන්න.

දැන් A වල සිට පහළට $\sqrt{3g\ell}$ ප්‍රවේගයෙන් සිරස්ව පහළට P ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. P හි චලිත සමීකරණය $\ddot{x} + \omega^2(x - 3\ell) = 0$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. මෙහි $x > \ell$ සඳහා $OP = x$ වන අතර ω (> 0) නිර්ණය කළ යුතු නියතයක් වේ.

ඉහත චලිත සමීකරණය $X = x - 3\ell$ ලෙස ගෙන නැවත ලියන්න. P අංශුවේ මෙම සරල අනුවර්ති චලිතයේ කේන්ද්‍රය හා ආවර්ත කාලය සොයන්න.

$\dot{X}^2 = \omega^2(C^2 - X^2)$ සූත්‍රය භාවිතයෙන් C සොයන්න. මෙහි C යනු විස්තාරය වේ.

P අංශුව ගමන් කරන පහළම ලක්ෂ්‍යයට O සිට ඇති දුර $(3 + \sqrt{6})\ell$ බව පෙන්වන්න.

P අංශුව නැවත O දක්වා නොපැමිණෙන බව පෙන්වන්න.

A වල සිට පහළට චලිතයේ සිට ඉහළට චලිතයේ උපරිම උස දක්වා ගමන් කිරීමට P ට ගතවන මුළු කාලය

$\sqrt{\dfrac{2\ell}{g}}\left[\dfrac{3\pi}{2} - \cos^{-1}\left(\sqrt{\dfrac{2}{3}}\right) + \dfrac{1}{\sqrt{2}}\right]$ බව පෙන්වන්න.

---

14. (a) සුපුරුදු අංකනයෙන් A, B හා C ලක්ෂ්‍ය තුනක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\underline{a} = \underline{i} + \underline{j}$, $\underline{b} = 2\underline{i} + 4\underline{j}$ හා $\underline{c} = 3\underline{i} + 2\underline{j}$ වේ. P යනු $\overrightarrow{AP} = \lambda\overrightarrow{AB}$ වන පරිදි AB මත වූ ලක්ෂ්‍යයකි. P හි පිහිටුම් දෛශිකය $\underline{p} = (1 + \lambda)\,\underline{i} + (1+3\lambda)\,\underline{j}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $\lambda \in \mathbb{R}$ වේ.

දැන් C සිට AB ට ඇඳි ලම්බයේ අඩිය වනසේ P ගනිමු. λ හි අගය සොයා, $\underline{p} = \dfrac{3}{2}\,\underline{i} + \dfrac{5}{2}\,\underline{j}$ බව පෙන්වන්න.

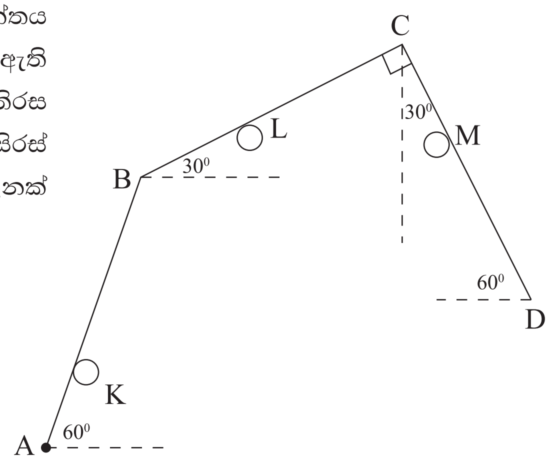
CB ට AD සමාන්තර වන පරිදි දික්කළ CP මත D පිහිටා තිබේ. D හි පිහිටුම් දෛශිකය $\underline{i}$ හා $\underline{j}$ ඇසුරෙන් සොයන්න.

$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{PD}$ සැලකීමෙන් $A\hat{D}P$ සොයන්න.

(b) $O \equiv (0 , 0)$, $A \equiv (9 , 0)$, $B \equiv (9 , 7)$ හා $C \equiv (0 , 7)$ යනු OABC සෘජුකෝණාස්‍රයක් වන පරිදි OXY තලයේ පිහිටි ලක්ෂ්‍ය හතරක් යැයි ගනිමු. විශාලත්ව නිව්ටන් P, Q, R හා S බල හතරක් පිළිවෙලින් OA , OC , BA හා BC දිගේ අක්ෂර අනුපිළිවෙලින් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියාකරයි. ඒවායේ සම්ප්‍රයුක්ත බලය $4x + 3y = 12$ සරල රේඛාව දිගේ බව හා බල පද්ධතියේ මූලය වටා වාමාවර්ත ඝූර්ණය 12 Nm යන බව දී ඇත. P = 9 නම් Q , R හා S හි අගයන් සොයන්න. (මෙහි දුරවල් මීටර වලින් වේ.) ඒ නයින් බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ විශාලත්වය සොයන්න.

දැන් පද්ධතියට බල යුග්මයක් එකතු කරනු ලබන්නේ නව පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාව A ලක්ෂ්‍යය හරහා යන පරිදිය. එකතු කළ යුතු බල යුග්මයෙහි ඝූර්ණය සොයන්න.

15. (a) $6a$ සමාන දිගින් හා W සමාන බරින් යුත් AB, BC හා CD ඒකාකාර දඬු තුනක් B හා C අන්තවලදී සුමටව සන්ධි කර ඇත. A අන්තය අචල ලක්ෂ්‍යයකට සුමට ලෙස අසව් කර ඇත. රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි $AK = BL = CM = 2a$ ද AB, BC හා CD දඬු පිළිවෙලින් තිරස සමඟ 60^0, 30^0 හා 60^0 කෝණ සාදයි. $B\hat{C}D = 90^0$ වේ. දඬු තුන සිරස් තලයක සමතුලිතව තබා ඇත්තේ K, L හා M සුමට නාදැති තුනක් මත තැබීමෙනි.

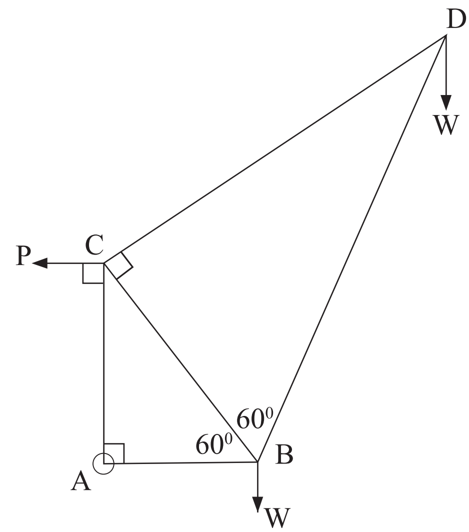


(i) M නාදැත්ත මගින් CD දණ්ඩ මත යොදන ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය $\frac{3W}{4}$ බවද,

(ii) L නාදැත්ත මගින් BC දණ්ඩ මත යොදන ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය $\frac{9\sqrt{3}W}{4}$ බවද, පෙන්වන්න.

(iii) AB දණ්ඩ මගින් BC දණ්ඩ මත B සන්ධියේදී යොදන ප්‍රතික්‍රියාවේ තිරස් හා සිරස් සංරචක සොයන්න.

(b) රූපයේ දැක්වෙන AB, BC, AC, CD හා BD සැහැල්ලු දඬු පහකින් සමන්විත රාමු සැකිල්ල, ඒවායේ අන්තවලදී සුමටව සන්ධිකර ඇත. $AB = a$, $B\hat{A}C = 90^0$, $B\hat{C}D = 90^0$, $A\hat{B}C = C\hat{B}D = 60^0$ බව දී ඇත. B හා D සන්ධි එක එකක W භාරය බැගින් එල්ලා රාමු සැකිල්ල A හිදී අචල ලක්ෂ්‍යයකට සුමටව සන්ධිකර AB තිරස්ව ඇතිව සිරස් තලයක සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත්තේ C සන්ධියේහිදී යෙදූ තිරස් P බලයක් මගිනි.



(i) P හි අගය සොයන්න.

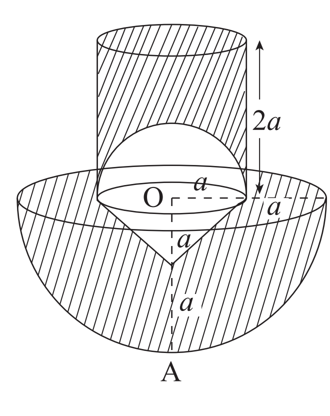
(ii) බෝ අංකනය භාවිතයෙන් C, B හා D සන්ධි සඳහා ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් අඳින්න.

ඒ නයින්, දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල ඒවා ආතතිද තෙරපුම් ද යන්න ප්‍රකාශ කරමින් සොයන්න.

16. (i) අරය a වූ ඒකාකර ඝන අර්ධ ගෝලයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{3a}{8}$ දුරකින්ද,

(ii) උස h වූ ඒකාකාර ඝන ඍජු වෘත්තාකාර කේතුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි පතුලෙහි කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{1}{4}h$ දුරකින්ද, පිහිටන බව පෙන්වන්න.

කේන්ද්‍රය O වූ අරය a හා උස a වූ ඝන කේතුවක් අරය $2a$, කේන්ද්‍රය O හා ඝනත්වය ρ වූ ඒකාකාර ඝන අර්ධ ගෝලයකින් කපා ඉවත් කරනු ලැබේ. දැන්, අරය a වූ අර්ධ ගෝලාකාර කොටසක්, අරය a හා උස $2a$ වූ ඝනත්වය $k\rho$ වූ ඒකාකාර ඍජු සිලින්ඩරයකින් ඉවත් කර ඉතිරි කොටස ඝන අර්ධ ගෝලයෙහි ඉතිරි කොටසට යාබද රූපයේ පෙන්වා ඇති ආකාරයට දෘඪ ලෙස සවිකර ඇත. මෙලෙස සාදාගනු ලැබූ S වස්තුවෙහි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය A සිට $\frac{(73 + 53k)\,a}{4(15 + 4k)}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

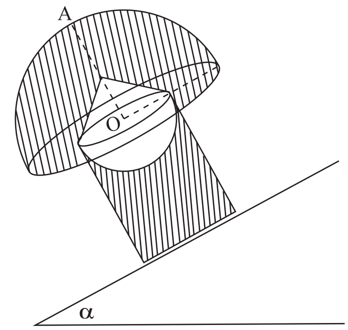


S හි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, O හි පිහිටීම සඳහා k හි අගය සොයන්න.

දැන්, k ට මෙම අගය ඇතැයි සිතමු. S වස්තුව එහි තල මුහුණත රූපයේ පරිදි තිරසට α කෝණයකින් ආනත රළු තලයක් මත තබා ඇත. S වස්තුව හා ආනත තලය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය $\frac{1}{3}$ නම් S ඝන වස්තුව නොලිස්සීම සඳහා $\tan\alpha \leq \frac{1}{3}$ බව පෙන්වන්න.

දැන් ක්‍රමයෙන් වැඩිවන P බලයක් A හිදී S වස්තුව මත ආනත තලයේ උපරිම බෑවුම් රේඛාවකට සමාන්තරව ආනත තලයේ ඉහළ දිශාවට යොදන ලදී. S වස්තුවේ බර W නම්, S වස්තුව පෙරලීමට ආසන්න මොහොතේ දී

$P = \frac{W}{4}(\cos\alpha + 2\sin\alpha)$ බව පෙන්වන්න.



17. (*a*) පාටින් හැර අන් සෑම අයුරකින්ම සර්වසම රතු බෝල 2 ක් හා නිල් බෝල 4 ක් A පෙට්ටියක අඩංගු වේ. B පෙට්ටියක එම වර්ගයේම රතු බෝල 1 ක් අඩංගු වේ. බෝල 3 ක් A පෙට්ටියෙන් සසම්භාවී ලෙස ඉවතට ගෙන B පෙට්ටියට දමනු ලැබේ. ඉන්පසු B පෙට්ටියෙන් සසම්භාවී ලෙස බෝලයක් ඉවතට ගනු ලැබේ.

(i) B පෙට්ටියෙන් ඉවතට ගනු ලැබූ බෝලය රතුපාට වීමේ,

(ii) B පෙට්ටියෙන් ඉවතට ගනු ලැබූ බෝලය රතුපාට බව දී ඇතිවිට A පෙට්ටියෙන් B පෙට්ටිය තුළට රතු බෝල 1 ක් හා නිල් බෝල 2 ක් දැමීමේ,

සම්භාවිතාව සොයන්න.

(b) ආයතනයක සේවකයන් 40 දෙනෙකුට එක්තරා දිනයකදී ලැබුණ අතිකාල දීමනාවන් එම එක් එක් දීමනාවයෙන් 1000ක් අඩුකර එය 10 න් බෙදීම මගින් කේත කරන ලදි.

අදාළ දත්තයන්හි සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය පහත දී ඇත.

කේත කළ දීමනා (රුපියල්වලින්)	සංඛ්‍යාතය
1 - 3	4
3 - 5	*a*
5 - 7	15
7 - 9	b
9 - 11	5

කේත කළ දීමනාවල මාතය $\frac{43}{7}$ බව දී ඇත. $a = 7$ හා $b = 9$ බව පෙන්වන්න.

කේත කළ දීමනාවල මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය නිමානය කරන්න.

දැන්, සැබෑ දීමනාවල මාතය, මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය නිමානය කරන්න.