



Royal College - Colombo 07

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය. 2022

General Certificate of Education (Adv.Level) Examination, 2022

සංයුක්ත ගණිතය	II
Combined Mathematics	II

10

S

III

22 A/L අයි [papers group]

ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. උත්තෝලකයකට (elevator) ලබාගත හැකි උපරිම ත්වරණයේ හා මන්දනයේ විශාලත්ව පිළිවෙලින් f_1 හා f_2 වේ. එය, නිශ්චලතාවයෙන් අරඹා h උසක් ගමන්කර නිශ්චලතාවයෙන් වලිනය අවසන් කරන අතර ලබාගන්නා උපරිම ප්‍රවේගය u වේ. වලිනය සඳහා ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්ථාරය ඇඳ උත්තෝලකය ගත කරන උපරිම කාලය $\sqrt{\frac{2h(f_1 + f_2)}{f_1 f_2}}$ බව පෙන්වන්න.

නිශ්චලතාවයෙන් අරඹා වෙනත් අවස්ථාවකදී ඉහත ත්වරණයෙන්ම ගමන් කරන උත්තෝලකය $\frac{u}{2}$ වන උපරිම ප්‍රවේගයකින් යම් කාලයක් ගමන්කර ඉහත අවස්ථාවේ මන්දනයෙන්ම නිශ්චලතාවය තෙක් වලිනය වේ. මෙම වලිනය සඳහා ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාරය ද ඉහත රූප සටහනෙහිම ඇඳ උත්තෝලකය ලබාගන්නා අවම කාලය $\frac{5}{4} \sqrt{\frac{2h(f_1+f_2)}{f_1+f_2}}$ බව ද පෙන්වන්න.

12. A, B, D හා E සමාන d km පරතරයකින් එකම සරල රේඛාවේ පිහිටි ගුවන් තොටුපල 4 කි. C , රූපයේ දැක්වෙන පරිදි B හා D සිට සමාන d දුරකින් පිහිටයි.

A ගුවන් නොටුවොලෙන් ගමන් ආරම්භ කරන P ගුවන් යානයක් B හරහා C වෙතද E ගුවන් නොටුවොලෙන් ගමන් ආරම්භ කරන Q ගුවන් යානයක් D හරහා C වෙතද ලඟා වේ.

$\overline{AE}$ ඔස්සේ ' චලිතයෙන් හමා යන සහන ඒකාකාර

සුළඟක් පවතින දිනක එකම මොහොතේ A හා E සිට

P හා Q ගුණිතයානා C වෙත ලඟාවීම සඳහා පිටත්වේ.

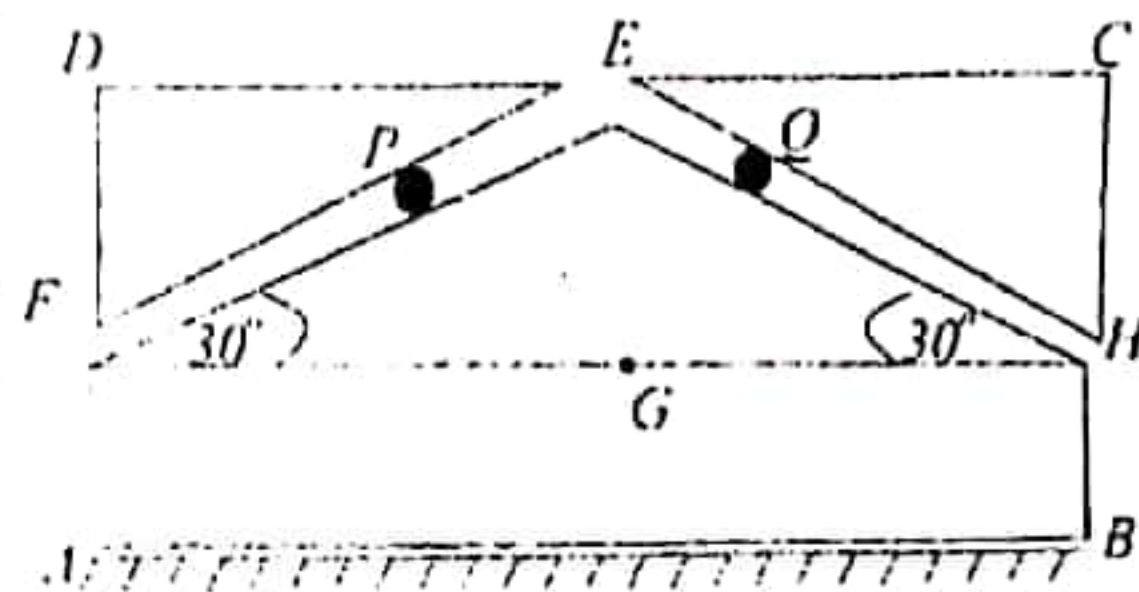
P හා Q හි වේග පිළිවෙළින් u හා $2u$ ($u > v$) වේ.

ගුවන්යානා හැරවීමේදී වේගය වෙනස් නොවේ යැයි,
උපකල්පනය කරමින්,



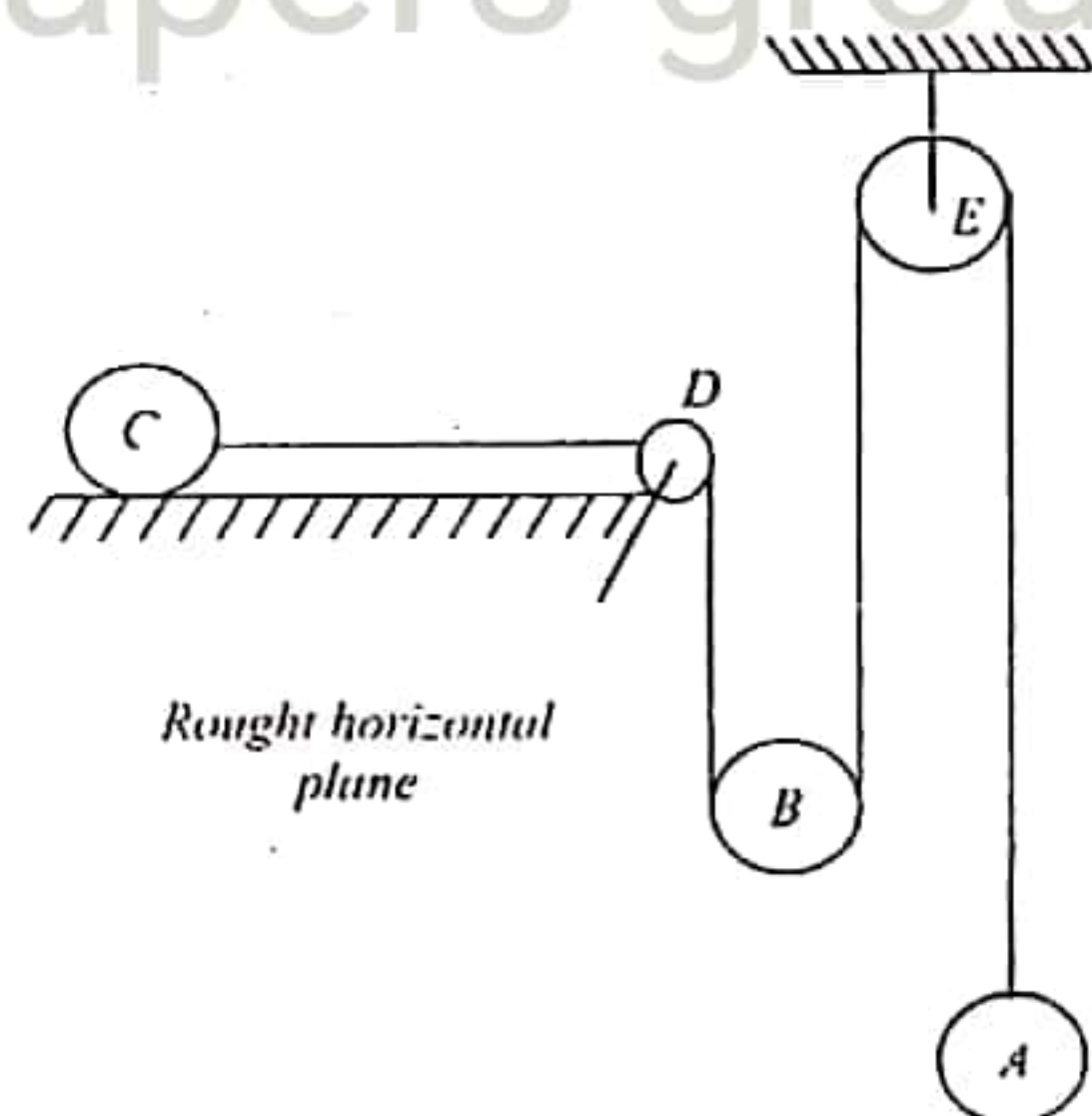
- i. P ගුවන්යානයට A සිට B ට යාමට ගතවන කාලය සොයන්න.
- ii. P හි B සිට C දක්වා චලිතය සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණය අඳින්න. එනමින්, BC චලිතය සඳහා P ට ගතවන කාලය $\frac{2d}{v + \sqrt{4u^2 - 3v^2}}$ බව පෙන්වන්න.
- iii. Q ගුවන්යානයට E සිට D හරහා C වෙත ඒමට ගතවන කාලය සොයන්න.
- iv. ඒනමින් තෝ අන්ත්‍රමයකින් ගුවන්යානා දෙකෙහි වේග සමාන නම් P ගුවන්යානය C වෙත පැමිණීමෙන් $\frac{(3 + 2\sqrt{3})d}{4u}$ කාලයකට පසු Q ගුවන්යානය C වෙත පැමිණෙන බව පෙන්වන්න.

13. $ABCD$ යනු සුමට සහකාහයක G ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය තරහා ගත් සිරස් කඩකි. E යනු DC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වේ. EF හා EH යනු සුමට සිලින්ඩරාකාර සිදුරු දෙකකි. සිදුරු සහිත සහකාහයෙහි ස්කන්ධය $3m$ වේ. ස්කන්ධ පිළිවෙලින් $2m$ සහ m වන P හා Q අංශුව දෙකක් E සිට සිදුරු තුළට එකවර මුදාහරී. P අංශුව EF දිගේ ද Q අංශුව EH දිගේ ද චලනය වී පිළිවෙලින් F හා H වලින් පිටව යයි. $EF = EH = a$ වන අතර $\widehat{EFG} = \widehat{EHG} = 30^\circ$ වේ. සහකාහය සුමට තිරස් පොළොව මත ඒකාකාර ත්වරණයෙන් චලනය වේ.



- සහකාහයේ හා P, Q අංශුවල ත්වරණ සෙවීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලියා දක්වන්න. ඒනසින් සහකාහයේ ත්වරණය $\frac{\sqrt{3}g}{15}$ බව පෙන්වන්න.
- P අංශුවට F සිදුරෙන් පිටවීමට ගත වන කාලය සොයන්න. එම කාලය තුළ සහකාහය ගමන් කළ දුර $\frac{\sqrt{3}a}{9}$ බව පෙන්වන්න.

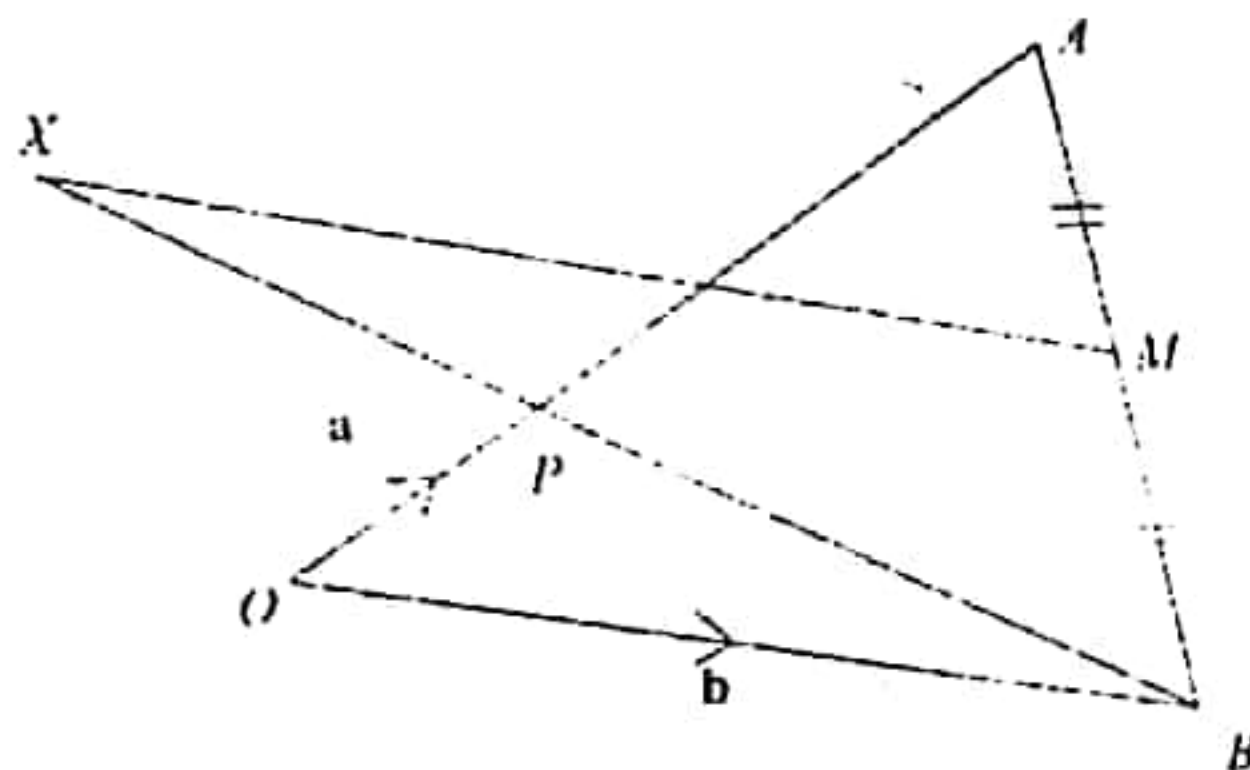
- b. A, B, C වස්තූන් වල ස්කන්ධ පිළිවෙලින් m, M සහ $2m$ වේ. D හා E යනු අවල සුමට කප්පි වන අතර CD තිරස්වද කප්පි වටා යන තන්තු කොටස් හැර ඉතිරි තන්තු කොටස් සිරස්වද තබා පද්ධතිය නිශ්චලතාවයෙන් මුදාහරී. C වස්තුව සර්ෂන සංගුණකය $\frac{1}{2}$ වන රළු තිරස් අවල තිරස් තලයක් මත චලනය වෙයි.



- වලිත වීම ආරම්භ වීමෙන් පසු තන්තුවේ ආතතිය $T = \frac{7Mmg}{3M + 8m}$ බව පෙන්වන්න.
- B වස්තුවේ ත්වරණය සොයා $M:m=2:1$ නම්, B ඒකාකාර වේගයෙන් චලනය වන බව පෙන්වන්න.

- 14.a. O මූලයක් අනුබද්ධයෙන් A, B හා P ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $3a, b$ හා a වේ. AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය M වේ.

- $\overrightarrow{BP}, \overrightarrow{AB}$ සහ $\overrightarrow{MB}$ දෛශික a හා b ඇසුරින් ප්‍රකාශ කරන්න.
- $\overrightarrow{BX} = k\overrightarrow{BP}$ ලෙස ගෙන, $\overrightarrow{MX}$ දෛශිකය a, b හා k ඇසුරින් ලියා දක්වන්න.
- $\overrightarrow{MX}$ හා $\overrightarrow{BO}$ පාද එකිනෙකට සමාන්තර නම් k හි අගය සොයන්න.



- b. $\overrightarrow{OA} = \mathbf{a}$ හා $\overrightarrow{OB} = \mathbf{b}$ වන විට BA රේඛා ඛණ්ඩය $m:n$ අනුපාතයට බෙදෙන R ලක්ෂ්‍යයෙහි පිහිටුම් දෛශිකය O මූලය අනුබද්ධයෙන්, $\frac{ma + nb}{m + n}$ බව පෙන්වන්න.

$OACB$ යනු O මූලය වන පරිදි වූ සමාන්තරාස්‍රයකි. O අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ වේ. E යනු $BE:EC = 1:2$ වන පරිදි BC මත වූ ලක්ෂ්‍යයකි.

$\triangle AOB$ කෝණයෙහි සමච්ඡේදකය P හිදී AE හමුවන අතර දික්කල BP F හිදී AC හමුවේ.

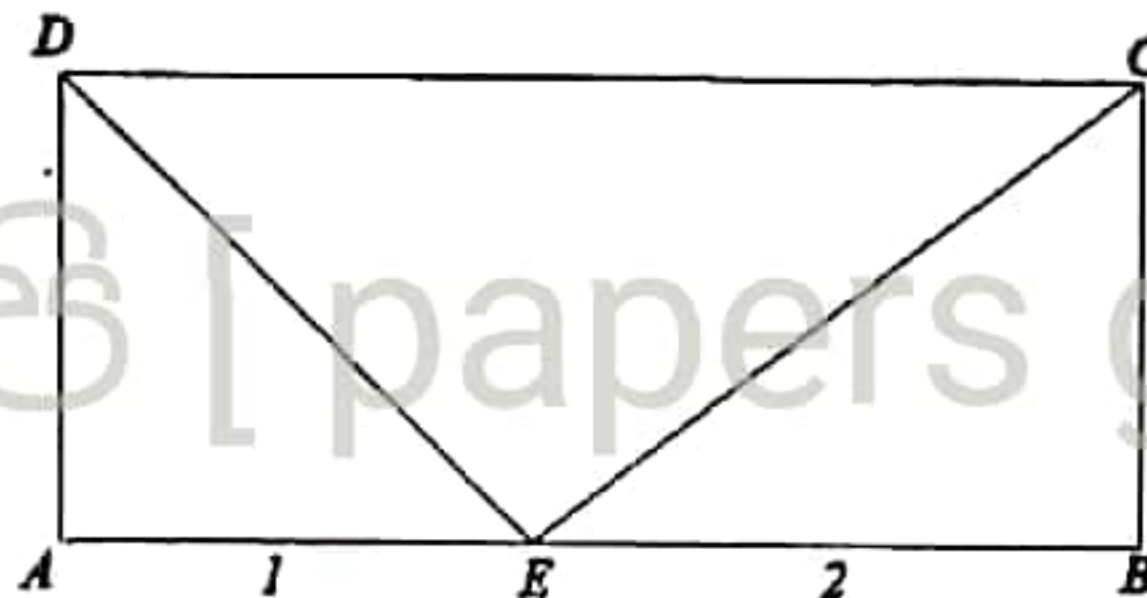
i. $\overrightarrow{OE} = \frac{1}{3}\mathbf{a} + \mathbf{b}$ බව පෙන්වන්න.

ii. P හි පිහිටුම් දෛශිකය $\lambda \left(\frac{\mathbf{a}}{|\mathbf{a}|} + \frac{\mathbf{b}}{|\mathbf{b}|} \right)$ ආකාරයෙන් දැක්විය හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි λ නියතයක් වේ.

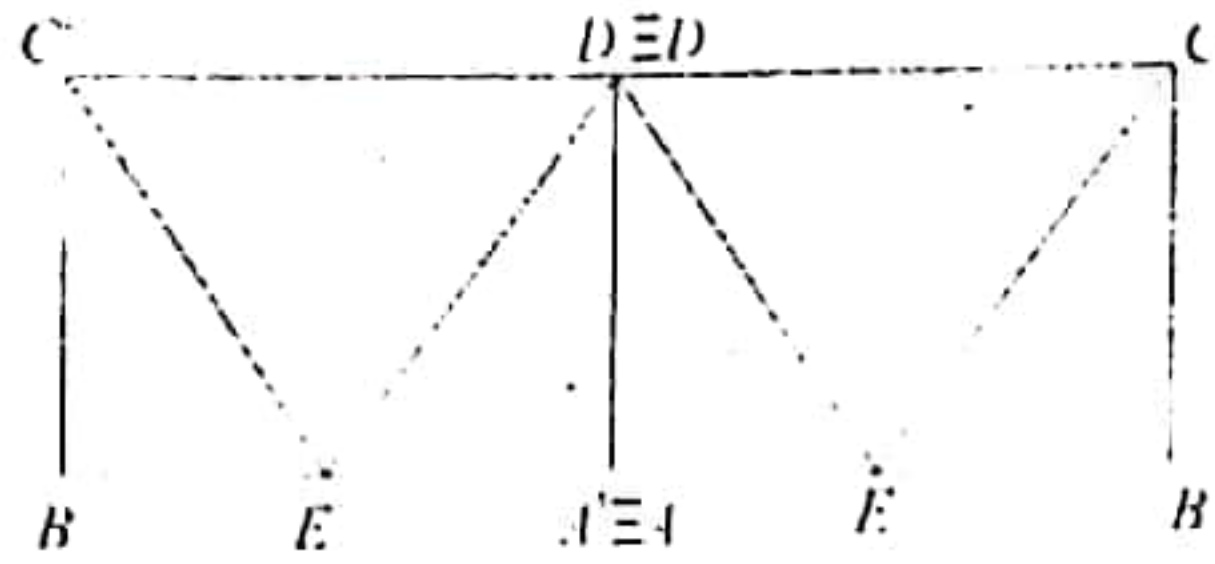
iii. $AP:PE = 1:\mu$ නම් P හි පිහිටුම් දෛශිකය $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ හා μ ඇසුරින් ප්‍රකාශ කරන්න. ඒනැයිත්,

iv. $\overrightarrow{OP} = \frac{3|\mathbf{a}||\mathbf{b}|}{3|\mathbf{b}| + 2|\mathbf{a}|} \left(\frac{\mathbf{a}}{|\mathbf{a}|} + \frac{\mathbf{b}}{|\mathbf{b}|} \right)$ බව පෙන්වන්න.

15. $ABCD$ සෘජුකෝණාස්‍රයෙහි $AB = 3m$ හා $AD = 1m$ වේ. E යනු $AE = 1m$ වන පරිදි AB මත වූ ලක්ෂ්‍යයකි. නිව්ටන් $10, 14, P, Q, 7\sqrt{2}$ සහ $3\sqrt{5}$ වන බල BA, CB, DC, AD, ED සහ EC පාද ඔස්සේ අතුරු අනුපිළිවෙලින් දැක්වෙන දිශාවටම ක්‍රියාකරයි.



- පද්ධතිය කිසි විටෙක සමතුලිත නොවන බව පෙන්වන්න.
- පද්ධතිය ප්‍රශ්මයකට උග්‍රතනය වන්නේ නම් P හා Q බල වල විශාලත්වය ද ප්‍රශ්මයේ සූර්ණයේ අතද සොයන්න.
- $P = 7\text{ N}$ හා $Q = 8\text{ N}$ බව දී ඇත්නම් පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තය සොයා එය ED රේඛාවට සමාන්තර වන බව පෙන්වන්න. තවද සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාව DC රේඛාව ඡේදනය කරන ලක්ෂ්‍යය සොයන්න.
- සූර්ණය M වන අමතර ප්‍රශ්මයක් පද්ධතියට එක් කල විට පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තය C හරහා ගමන් කරයි නම් M හි සූර්ණයේ විශාලත්වය හා අත සොයන්න.
- ඉහත බලපද්ධතියට සර්ව සම වූ එහි ප්‍රතිබිම්බ $A'B'C'D'$ බල පද්ධතියක් AD හා $A'D'$ සමපාත වන පරිදි පද්ධතියට එක් කරන ලදී.



නව බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තය සොයන්න.

16. O අවල ලක්ෂ්‍යයක සිට තිරසර $\tan^{-1} \frac{2}{3}$ කෝණයක් ආනතව $10\sqrt{13} \text{ ms}^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් අංශුවක් ගුරුත්වය යටතේ නිදහසේ ප්‍රක්ෂේපනය කරයි. O මූලය ලෙසද ප්‍රක්ෂේපන ප්‍රවේගයේ තිරස් හා සිරස් දිශා පිළිවෙලින් x අක්ෂයෙන් y අක්ෂයෙන් ධන දිශා ලෙස ද ගත්විට පථයේ කාටිසිය සමීකරණය $y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{180}x^2$ බව පෙන්වන්න. x හා y හි ඒකක මීටර් වලින් වේ. මෙහි $\frac{dy}{dx}$ ද ලබාගන්න.
- $y = 15$ වන විට පථය මත ලක්ෂ්‍ය දෙක A හා B වේ. එම ලක්ෂ්‍ය දෙක අතර තිරස් දුර සොයා A සිට B තෙක් යාමට ගතවන කාලය ද ලබාගන්න.
 - පථය මත (x, y) ලක්ෂ්‍යයේ දී ඇඳි ස්පර්ශකයේ අනුක්‍රමණය සැලකීමෙන් $x = 10$ වන විට අංශුව තිරසර $\tan^{-1} \left(\frac{5}{9} \right)$ කෝණයක් ආනතව වලික වන බව පෙන්වන්න.
 - අංශුවේ තිරස් විස්ථාපනය x වන විට එම මොහොතේ ප්‍රවේගය $\frac{dx}{dt}$ මගින් දැක්වේ. $\frac{dx}{dt}$ හි අගය ලියා දක්වන්න. ඒනයින් (ii) හා (i) හි ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන් සිරස් විස්ථාපනය y වන විට ප්‍රවේගය $\frac{50}{3} \text{ ms}^{-1}$ බව පෙන්වන්න.

මෙම මොහොතේ සිට උපරිම උසට ළඟා වීමට තව කොපමණ සිරස් උසක් ගමන් කළ යුතු දැයි සොයන්න.

22 A/L අපි [papers group]