

AL/2025/10/S-I

දකුණු පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
தென் மாகாணக் கல்வித் திணைக்களம்
Southern Provincial Department of Education

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය (නව විෂය නිර්දේශය)
General Certificate (Adv.Level) Examination (New Syllabus)

අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2025

12 ශ්‍රේණිය

සංයුක්ත ගණිතය - I
Combined Mathematics - I

පැය 03
03 hours

(අමතර කියවීම් කාලය මිනිත්තු 10)

විභාග අංකය										ශ්‍රේණිය		
නම												

අයදුම්කරුවන් සඳහා උපදෙස් :-

- ★ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ B කොටස (ප්‍රශ්න 11 - 17)
- ★ A කොටස :
සියලුම ප්‍රශ්න සඳහා පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකිය.
- ★ B කොටස :
ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- ★ නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රය, B කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාරදෙන්න.
- ★ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයේ B කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

I පත්‍රය	
II පත්‍රය	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු	
ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංකය	
උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ	1.
	2.
අධීක්ෂණය කළේ	

සංයුක්ත ගණිතය - දකුණු පළාත

[දෙවැනි පිටුව බලන්න.

A නොවස

1. $x^3 + 3x^2 - 1$ යන්න $(x - 1)$ හි තුන්වන මාත්‍රයේ බහුපදයක් ලෙස ප්‍රකාශ කිරීමෙන්, $\frac{x^3 + 3x^2 - 1}{(x - 1)^3}$ හි හිස්ත භාග ලබාගන්න.

[illegible]

2. $y = x - |2x - 1|$ ප්‍රස්ථාරය අඳින්න. ඒහයින්, $y = |x - |2x - 1||$ ප්‍රස්ථාරය වෙනම සටහනක අඳින්න. ඒහයින්, $|x - |2x - 1|| < \frac{1}{2}$ අසමානතාවය සත්‍යවන x හි අගය කුලකය සොයන්න.

This image shows a full page of primary-ruled paper. It features multiple horizontal rows of small, evenly spaced dots, designed to guide handwriting practice. The dots are arranged in straight lines across the width of the page, with consistent gaps between each row. There are no margins, text, or other markings present.

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and extend across the width of the page. There are no margins or other markings on the paper.

This image shows a full page of primary-ruled paper. It features 20 evenly spaced horizontal dotted lines across the entire width of the page, providing a guide for handwriting practice. The background is white, and there are no margins or other markings present.

$$q^2(a^2 + p^2) = (a^2 + bp)^2 \text{ බව පෙන්වන්න.}$$
This image shows a full page of primary-ruled paper. It features approximately 20 horizontal dotted lines spaced evenly apart, providing a guide for handwriting practice. The paper is otherwise blank, with no margins, text, or other markings.[illegible]

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the page.

[illegible]

දකුණු පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව

தென் மாகாணக் கல்வித் திணைக்களம்

Southern Provincial Department of Education

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය (නව විෂය නිර්දේශය)

General Certificate (Adv.Level) Examination (New Syllabus)

අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2025

සංයුක්ත ගණිතය - I

Combined Mathematics - I

10 S I

B කොටස

* ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (a) $f(x) = x^2 + 4x - k^2 - 4k, k \in \mathbb{R}$ යැයි ගනිමු. $f(x) = (x + a)^2 - b^2$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි a හා b යනු නිර්ණය කළ යුතු තාත්වික නියත වේ. ඒනයිත්, $y = f(x)$ ශ්‍රිතය අවමයක් බව පෙන්වා අවම අගය සොයන්න. එය ලැබෙන x අගයද දෙන්න. ඒනයිත්,

(i) $y = f(x)$ ප්‍රස්තාරය හා x අක්ෂය ස්පර්ශ කිරීම සඳහා k ට ගත හැක අගය සොයන්න.

(ii) $y = f(x)$ ප්‍රස්තාරය හා x අක්ෂය තැන් දෙකකදී ඡේදනය කිරීම සඳහා k හි අගය කුලකය සොයන්න.

(iii) $k = -2$ සඳහා ප්‍රස්තාරයේ ගුණ ප්‍රකාශ කරමින්, $y = f(x)$ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

(b) $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx - 2$ බහුපදය $(x - 1)$ න් බෙදූවිට ශේෂය -2 වේ. $f(x)$ බහුපදය $(x + 1)^2$ න් බෙදූවිට ශේෂය $2x - 1$ වේ. $a, b, c \in \mathbb{R}$ වේ. a, b, c සොයන්න.

$g(x) = 4x^4 - 4x + 10$ යැයි ගනිමු.

$F(x) = 4f(x) - g(x)$ ලෙස අර්ථ දක්වා ඇති බහුපදය $(x + \mu)(Ax^2 + Bx + C)$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි μ, A, B, C නිර්ණය කළ යුතු තාත්වික නියත වේ.

12. (a) $y = |2x - 1| + |x - 1| + x$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න. ඒනයිත්, $|2x - 1| + |x - 1| - 3x \geq 0$ වන x හි අගය කුලකය සොයන්න.

(b) $y = x^2 - 2x$ ප්‍රස්තාරය ඇඳීමෙන්, $y = |x^2 - 2x|$ ප්‍රස්තාරයේ කටු සටහන වෙනම සටහනක අඳින්න. එම සටහනේම $y = |2 - x|$ ප්‍රස්තාරය ඇඳීමෙන්, $|x^2 - 2x| > |2 - x|$ වන x හි අගයන් සොයන්න.

(c) ශේෂ ප්‍රමේයය නැවත නැවත යෙදීමෙන්, $x^4 + 2x^3 - 3x^2 - x + 1$ බහුපදය $(x - 1)^2(x + 2)$ න් බෙදූවිට ලබ්ධිය හා ශේෂය සොයන්න.

13. (a) $\frac{1}{x^2-1}$ හි භින්න භාග ලබාගන්න. ඒනයින්,

$$(i) \frac{1}{(x-1)^2(x+1)^2} \quad (ii) \frac{1}{(x-1)^3(x+1)} \quad (iii) \frac{1}{(x-2)(x+2)} \quad (iv) \frac{x}{x^2-1}$$

යන පරිමේය ශ්‍රිත විශේෂනය කරන්න.

(b) $c > 0$ හා $b < 0$ වන $x^2 + bx + c = 0$ වර්ගජ සමීකරණයේ මූල $\sqrt{\alpha}$ හා $\sqrt{\beta}$ වේ. මෙහි $\alpha, \beta > 0$ වේ. මූල α හා β වන වර්ගජ සමීකරණය $x^2 - (b^2 - 2c)x + c^2 = 0$ බව පෙන්වන්න. ඒනයින්, විචල්‍ය පරිණාමණය මගින්, මූල α^2 හා β^2 වන වර්ගජ සමීකරණය $x^2 + [2c^2 - (b^2 - 2c)^2]x + c^4 = 0$ බව සාධනය කරන්න. මූල $\alpha^{\frac{1}{4}}$ හා $\beta^{\frac{1}{4}}$ වන වර්ගජ සමීකරණය $x^2 - \sqrt{-b + 2\sqrt{c}} x + \sqrt{c} = 0$ බවද සාධනය කරන්න.

14. (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ බව සාධනය කරන්න.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x - \cos 6x}{4x - \pi} = -2 \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

(b) $f(x)$ යනු මාත්‍රය 4 වූ බහුපදයකි. $f(x)$ බහුපදය $(x - \alpha)$ ගෙන් x ගෙන් ස්වායත්ත ශේෂයක් ලැබෙනතුරු බෙදූවිට ලැබෙන ශේෂය $f(\alpha)$ බව පෙන්වන්න. $\alpha \in \mathbb{R}$ වේ.

$f(x)$ බහුපදය $(x - \alpha)^2$ න් බෙදූවිට ශේෂය $(x - \alpha)f'(\alpha) + f(\alpha)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි $f'(x)$ යනු $f(x)$ හි ප්‍රථම අවකලන සංගුණකයයි.

ඒනයින්, $x^4 + x^3 + 2x^2 - x + 1$ බහුපදය $(x - 2)^2$ න් බෙදූවිට ශේෂය සොයන්න.

$x^4 + x^3 + 2x^2 - 52x + 72$ හි සාධකයක් $(x - 2)^2$ බව පෙන්වා, අනෙක් වර්ගජ සාධකයද සොයන්න.

15. (a) ප්‍රමුල ධර්ම මගින් $\cos \sqrt{x}$, x විෂයයෙන් අවකලනය කරන්න.

$$(b) f(x) = \frac{2x^2}{(x+1)^3}, x \neq -1 \text{ යැයි ගනිමු.}$$

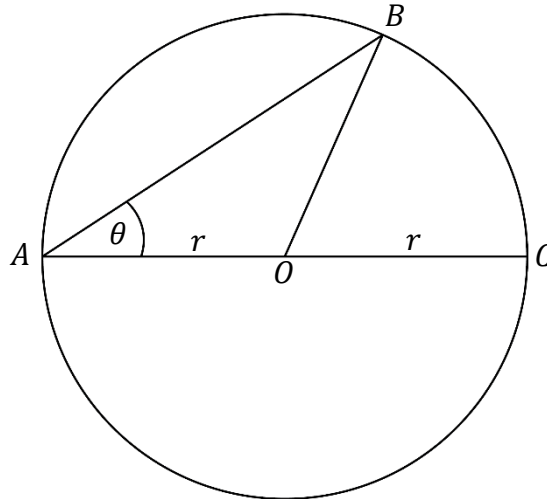
$$f'(x) = \frac{2x(2-x)}{(x+1)^4}, x \neq -1 \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$y = f(x)$ ශ්‍රිතයේ හැරුම් ලක්ෂ්‍ය, ස්පර්ශෝන්මුඛ සොයමින් ප්‍රස්තාරයේ කටු සටහන අඳින්න.

ශ්‍රිතය අඩුවන හා වැඩිවන ප්‍රාන්තර නිවැරදිව ලියා දක්වන්න.

$f''(x) = \frac{4(x^2-4x+1)}{(x+1)^5}$, $x \neq -1$ බව පෙන්වා, නතිවර්තන ලක්ෂ්‍ය දෙකක් පවතින බව පෙන්වා, ඒවායේ x ධනාත්මක සොයන්න.

- (c) අරය r හා කේන්ද්‍රය O වූ වෘත්ත ආස්තරයකින් රූපයේ පරිදි කපා ගත හැකි AOB ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලයට ලැබිය හැකි උපරිම වර්ගඵලය සොයන්න. AC තිරස් විෂ්කම්භයකි. $\angle AOB = \theta$ වේ. මෙහි $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ද වේ.



16. (a) $\sin(A + B)$ හා $\cos(A + B)$ සූත්‍ර ලියා දක්වා, ඒනිසේ, $\tan(A + B) \equiv \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$ සූත්‍රය සාධනය කරන්න.

$\tan(A - B)$ සඳහා සූත්‍රයක් අපෝහනය කරන්න. ඒනිසේ,

$$\tan(A + B) - \tan(A - B) \equiv \frac{2 \tan B (1 + \tan^2 A)}{1 - \tan^2 A \tan^2 B} \text{ බව පෙන්වා, } \tan 3\theta - \tan \theta \equiv \frac{2 \tan \theta (1 + \tan^2 \theta)}{1 - 3 \tan^2 \theta}$$

බව අපෝහනය කරන්න. ඒනිසේ, $\tan 3\theta = \tan \theta$ සම්බන්ධයේ සාධාරණ විසඳුම් සොයන්න.

- (b) $\sin 4x + \sin 6x + \sin 8x \equiv (1 + 2 \cos 2x) \sin 6x$ බව පෙන්වන්න. ඒනිසේ,

$\sin x (\sin 4x + \sin 6x + \sin 8x) \equiv \sin 3x \sin 6x$ බව පෙන්වන්න. $\sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ බව අපෝහනය කරන්න.

$\cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ බවද දී ඇත්නම්, $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$ බව පෙන්වන්න.

17. (a) සුපුරුදු අංකනයෙන් ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා කෝසයින් සූත්‍රය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න. සම්මත අංකනය අනුව, ඕනෑම ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා $a = b \cos C + c \cos B$ බවද සාධනය කරන්න. ඒනයින්,

$$(i) \frac{\cos A}{c \cos B + b \cos C} + \frac{\cos B}{a \cos C + c \cos A} + \frac{\cos C}{a \cos B + b \cos A} = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2abc} \text{ බවත්,}$$

$$(ii) a(b \cos C - c \cos B) = b^2 - c^2 \text{ බවත් පෙන්වන්න.}$$

- (b) $\sin 2\theta$, $\cos 2\theta$ සූත්‍ර $\sin \theta$ හා $\cos \theta$ මගින් ප්‍රකාශ කරන්න. $\sin 3\theta$ සූත්‍රය $\sin \theta$ මගින්ද, $\cos 3\theta$ සූත්‍රය $\cos \theta$ මගින්ද ප්‍රකාශ කරන්න.

$$\cos 5\theta = \cos(3\theta + 2\theta) \text{ යැයි ලිවීමෙන්, } \cos 5\theta = \cos \theta (16\cos^4 \theta - 20\cos^2 \theta + 5) \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$$0 < \theta < \pi \text{ සඳහා } \cos 5\theta = 0 \text{ සමීකරණය විසඳන්න.}$$

ඒනයින්, $16\cos^4 \theta - 20\cos^2 \theta + 5 = 0$ සමීකරණයේ මූල, $\cos \frac{\pi}{10}$, $\cos \frac{3\pi}{10}$, $\cos \frac{7\pi}{10}$ හා $\cos \frac{9\pi}{10}$ බව පෙන්වන්න.

$$\cos \frac{\pi}{10} + \cos \frac{3\pi}{10} + \cos \frac{7\pi}{10} + \cos \frac{9\pi}{10} \text{ හි අගය සොයන්න.}$$

$$\cos^2 \frac{\pi}{10} + \cos^2 \frac{3\pi}{10} \text{ හි අගය සෙවීම සඳහා } 16\cos^4 \theta - 20\cos^2 \theta + 5 = 0 \text{ සමීකරණය භාවිතා කරන්න.}$$

AL/2025/10/S-II

දකුණු පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
தென் மாகாணக் கல்வித் திணைக்களம்
Southern Provincial Department of Education

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය (නව විෂය නිර්දේශය)
General Certificate (Adv.Level) Examination (New Syllabus)

අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2025

12 ශ්‍රේණිය

සංයුක්ත ගණිතය - II
Combined Mathematics - II

පැය 03
03 hours

(අමතර කියවීම් කාලය මිනිත්තු 10)

විභාග අංකය								ශ්‍රේණිය	
නම									

අයදුම්කරුවන් සඳහා උපදෙස් :-

- ★ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ B කොටස (ප්‍රශ්න 11 - 17)
- ★ A කොටස :
සියලුම ප්‍රශ්න සඳහා පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකිය.
- ★ B කොටස :
ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- ★ නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රය, B කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාරදෙන්න.
- ★ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයේ B කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය II		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

I පත්‍රය	
II පත්‍රය	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු	
ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංකය	
උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ	1.
	2.
අධීක්ෂණය කළේ	

සංයුක්ත ගණිතය - දකුණු පළාත

[දෙවැනි පිටුව බලන්න.

A කොටස

- සරල රේඛීය මාර්ගයක A ලක්ෂ්‍යයක සිට B ලක්ෂ්‍යයකට ගමන් කරන මෝටර් රථයක්, A හිදී $u \text{ ms}^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරමින්, $a \text{ ms}^{-2}$ ඒකාකාර මන්දනයකින් යුක්තව, B හිදී $v \text{ ms}^{-1}$ ප්‍රවේගයක් ලබාගනී. එම මෝටර් රථය B ට එන මොහොතේදීම තවත් මෝටර් රථයක් B සිට A දක්වා ගමන් කිරීම අරඹන අතර, B ලක්ෂ්‍යයේදී එම මෝටර් රථය $v \text{ ms}^{-1}$ ප්‍රවේගයක් ලබා තිබුණි. පළමු මෝටර් රථය A සිට B දක්වා ගමන් කළ කාලයෙන් හරි අඩකදී දෙවන මෝටර් රථය A හිදී $u \text{ ms}^{-1}$ ප්‍රවේගය ලබාගනී. එම මෝටර් රථය ඒකාකාර ත්වරණයකින් ගමන් කළේ යැයි සලකමින්, මෝටර් රථ දෙකේ චලිත සඳහා ප්‍රවේග - කාල වක්‍ර එකම සටහනේ ඇඳීමෙන්, දෙවන මෝටර් රථයේ ත්වරණය $2a \text{ ms}^{-2}$ බව පෙන්වන්න.

2. $ABCD$ රෝම්බසයකි. $\overline{AB}$, $\overline{CB}$, $\overline{CD}$, $\overline{AD}$ දිශාවලට පිළිවෙළින්, නිව්ටන, $3, P, 4, 5$ බල ක්‍රියා කරයි. බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තය A හරහා ගමන්කරයි නම්, P හි අගය සොයන්න. $4N$ හා PN බල දෙකේ සම්ප්‍රයුක්ත බලය $\overline{CA}$ ඔස්සේ ක්‍රියා කරන බව පෙනේවා, එහි විශාලත්වය සොයන්න. ඒනයිත්, බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තය AC ට ලම්බකව A හරහා ක්‍රියාකරන බව පෙන්වන්න. $\widehat{BAD} = 2\alpha$ වේ.

දකුණු පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව

தென் மாகாணக் கல்வித் திணைக்களம்

Southern Provincial Department of Education

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය (නව විෂය නිර්දේශය)

General Certificate (Adv.Level) Examination (New Syllabus)

අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2025

සංයුක්ත ගණිතය - II

Combined Mathematics - II

10 S II

B කොටස

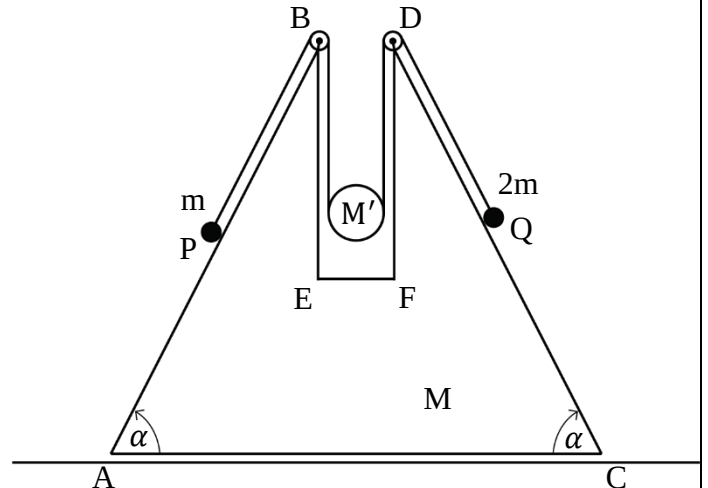
* ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11.(a) තිරසය $\alpha \left(> \frac{\pi}{6} \right)$ ආනතියක් සහිතව u ප්‍රවේගයෙන් ගුරුත්වය යටතේ ප්‍රක්ෂේපණය කරන ලද අංශුවක තිරස්පරාසය R නම්, $R = \frac{u^2}{g} \sin 2\alpha$ බව පෙන්වන්න. ඒනයිත්, $\frac{R}{2} < S < R$ පරාසය තුළ S දුරකදී අංශුව කුරැල්ලෙන්විසින් බැහැර ගනී නම්ද, එවිට අංශුව පිහිටි ලක්ෂ්‍යයට අංශුවේ ආරම්භක පිහිටීමේ සිට තිරසය දක්වන ආනතිය $\frac{\pi}{6}$ නම්ද අංශුවේ සිරස් උස h යන්න, $\frac{u^2}{2\sqrt{3}g} \sin 2\alpha < h < \frac{u^2}{\sqrt{3}g} \sin 2\alpha$ සපුරාලන බවත්, $\tan \alpha > \frac{2}{\sqrt{3}}$ බවත්, පෙන්වන්න. $S = \frac{3R}{4}$ නම්, ආරම්භක පිහිටීමේ සිට අංශුව බැහැරගන්නා ලද ලක්ෂ්‍යය දක්වා අංශුවේ විස්ථාපනය $\frac{\sqrt{3}R}{2}$ බවද පෙන්වන්න.(b) ඛස්නාහිර-නැගෙනහිර හා දකුණු-උතුරු මාර්ග දෙකක්, O සන්ධියේදී හමුවේ. A, B යතුරුපැදි දෙකක්, $t = 0$ වේලාවේදී $u \text{ kmh}^{-1}$ හා $\sqrt{3}u \text{ kmh}^{-1}$ ප්‍රවේග වලින් O දෙසට ඛස්නාහිර හා දකුණේ වන P, Q ලක්ෂ්‍ය වල සිට වලිඟ වෙමින් ඇත. $OP = a \text{ km}, OQ = b \text{ km}$ වේ. $b > a$ වේ.(i) A ට සාපේක්ෂව B ගේ ප්‍රවේගයේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න.(ii) A ට සාපේක්ෂව B ගේ පෙත ලකුණු කරන්න.(iii) A හා B අතර කෙටිම දුර, $\frac{|\sqrt{3}a-b|}{2}$ බව පෙන්වන්න.12.(a) $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ යන දෛශික දෙකක තීන්තූණිතය අර්ථ දක්වන්න. $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයක $\overrightarrow{AC} = \underline{a}$ ද, $\overrightarrow{BD} = \underline{b}$ ද, $\angle ADB = \theta$ ද නම්, $\cos \theta = \frac{|\underline{a}|^2 - |\underline{b}|^2}{|\underline{a}-\underline{b}||\underline{a}+\underline{b}|}$ බව පෙන්වන්න.(b) $2\underline{i}, -3\underline{i} + 2\underline{j}, \underline{i} + 2\underline{j}, -2\underline{i} - 5\underline{j}, -5\underline{j}$ යනු A, B, C, D, E ලක්ෂ්‍ය වල පිහිටුම් දෛශික වේ. එම ලක්ෂ්‍ය වලදී ක්‍රියාකරන ඒකතල බල පද්ධතියක් පිළිවෙළින්, $2\underline{i} + 3\underline{j}, -5\underline{i} + 7\underline{j}, 4\underline{i} - 2\underline{j}, 3\underline{j}, -2\underline{i}$ වේ. බලය මගින් ඒකකය නිව්ටන වන අතර දුර මගින් ඒකකය මීටර වේ. අදාල යෙදුම් ලක්ෂ්‍ය වල ඛණ්ඩාංක දක්වමින්, එක් එක් බල සංරචක ආකාරයෙන් නිරූපණය සටහනක ලකුණු කරන්න. බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වයත්, දිශාවත්, ක්‍රියා රේඛාවට X අක්ෂය හමුවන ලක්ෂ්‍යයත් සොයන්න. ඒනයිත්, ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය $11x + y + 31 = 0$ බව පෙන්වන්න.

13. (a) AB හා BC යනු දිග $2a$ වූ ඒකාකාර දඬු දෙකකි. B හිදී සුවල ලෙස සන්ධි කර ඇති අතර, AB හි බර W හා BC හි බර $2W$ වෙයි. A හා C කෙළවරවල් තිරස් රළු තලයක් මත පිහිටන සේද, ABC සෘජුකෝණයක් වන පරිදිද මෙම දඬු දෙක සිරස් තලයක නිශ්චලව ඇත. BC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයට, BC ට ලම්බකව ඉන් ඉවතට යෙදූ $\sqrt{2}W$ බලයක් යටතේ සමතුලිතව පවතී නම්, ඝර්ෂණ සංගුණකයට ගත හැකි අවම අගය 1 බව පෙන්වන්න.

(b) $ABCD$ චතුරස්‍රයේ $DM:MC = 3:1$ වන පරිදි M ලක්ෂ්‍යය DC මත පිහිටයි. AC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය E වේ. EM හා BC රේඛා සමාන්තර වේ. $\overrightarrow{BC} = \underline{b}$ ද, $\overrightarrow{CD} = \underline{a}$ ද නම්, ECM හා ABC ත්‍රිකෝණ වලට දෛශික ත්‍රිකෝණ නීතිය යෙදීමෙන්, $\overrightarrow{AB} = (2\lambda - 1)\underline{b} - \frac{1}{2}\underline{a}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි λ ධන අදිශයකි. AD රේඛාවේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය N නම්ද, CN හා BA රේඛා සමාන්තර නම්ද, $\overrightarrow{AB} = \mu \left(\lambda \underline{b} - \frac{3}{4}\underline{a} \right)$ බව තවදුරටත් පෙන්වන්න. මෙහි μ ධන අදිශයකි. ඒනයිත්, λ හා μ සොයා $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}(\underline{b} - \underline{a})$ බව පෙන්වන්න.

14. (a) $ABEFDC$ යනු ස්කන්ධය M වූ කුඤ්ඤයක සිරස් හරස්කඩකි. $\hat{BAC} = \hat{DCA} = \alpha$ වේ. $BEFD$ යනු BE හා DF සිරස් වන පරිදිද EF තිරස් වන පරිදිද භාරා ඇති සිදුරකි. කුඤ්ඤය මත B හා D ලක්ෂ්‍යවලදී සවිකරන ලද කප්පි දෙකක් මතින් දමා ඇති ලුහු අවිතහ්‍ය තන්තුව දෙකෙළවරට, ස්කන්ධ m හා $2m$ වන P හා Q අංශු දෙකක් සම්බන්ධ කර ඒවා AB හා DC තලයන් මත තබා ඇත. තන්තුව M' ස්කන්ධය සහිත සවල කප්පිය මතින්ද යන අතර, එම සවල කප්පියට සම්බන්ධ තන්තු කොටස් සිරස්ව පිහිටයි. (රූපය බලන්න.)



කුඤ්ඤය AC පෘෂ්ඨය සුමට තිරස් තලයක් මත තබා නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හැරියේ නම්, චලිතයේදීද M' සවල කප්පියට සම්බන්ධ තන්තු කොටස් සිරස් යැයි සලකමින්, කුඤ්ඤයේ ත්වරණයත්, P, Q අංශු දෙකේ ත්වරණත් M' සවල කප්පියේ ත්වරණයත්, තන්තුවේ ආතතියත් සෙවීමට ප්‍රමාණවත් සම්කරණ ලියා දක්වන්න.

(b) A, B, C චුකලි අරයන් සමාන ඒකාකාර සිලින්ඩර තුනකි. A හා B සිලින්ඩර වල බර $2W$ වන අතර C සිලින්ඩරයේ බර W වේ. අක්ෂ්‍ය තිරස් ලෙස පිහිටමින්, එකිනෙක ගැටෙන සේ A, B සිලින්ඩර, සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා, ඒමත C සිලින්ඩරය සමමිතික ලෙස තබනු ලැබේ. සිලින්ඩර වල අක්ෂ්‍යයන්ට ලම්බකව සිලින්ඩර වටා එක්වරක් ඔතා ඇති තන්තුවක් මඟින් පද්ධතිය සමතුලිතතාවයේ තබා ඇති විට, A හා B සිලින්ඩර අතර ස්පර්ශය නොකඩවා පවත්වා ගැනීමට තන්තුවේ ආතතිය $\frac{W}{2\sqrt{3}}$ ට වඩා අඩු නොවිය යුතු බව පෙන්වන්න.

15. (a) ගොඩනැගිල්ලක ඉහළම මහලේ සිට ඔසොවිටක් පහළ බසී. එය ආරම්භයේදී නිසලතාවයේ සිට ගමන් අරඹා උසෙන් පළමු තුනෙන් පංගුව ඒකාකාර ත්වරණයෙන් පහළ බසී. ඊළඟ තුනෙන් පංගුව ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන්ද, අවසාන කොටස ඒකාකාර මන්දනයෙන්ද යුතුව චලිත වී, බිම් මහලේදී ඔසොවිට නිසලතාවයට පත්වේ. ඔසොවිට පහළ බසින කාලය, එය පහළ බසින උසමෙන් හතර ගුණයක උසක් ගුරුත්වය යටතේ නිදැල්ලේ වැටීමට ගතවන කාලයට සමාන වෙයි. ඔසොවිටේ චලිතයට ප්‍රවේග-කාල වක්‍රයක් අඳින්න.

මිනිසෙක් ඔසොවිට මත නිටගෙන සිටී නම්, පළමු කොටසේදී ඔසොවිටේ බිම සහ මිනිසා අතර ප්‍රතික්‍රියාව, ඔහුගේ බර මෙන් $\frac{23}{48}$ ගුණයක් බව පෙන්වන්න.

(b) තිරස සමඟ θ කෝණයක් සාදන සරල රේඛාවක් ඔස්සේ ඉහළට u නියත ප්‍රවේගයකින් කුරුල්ලෙක් පියඹා යයි. කුරුල්ලා ගුවනේ X ලක්ෂ්‍යයක් පසුකර යනවිට, X ට හරි කෙළින් d දුරක් පහළින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක සිට තිරසට $\left(\frac{\pi}{6} + \theta\right)$ කෝණයක් ආනතව V ප්‍රවේගයකින් වෙඩිල්ලක් තබනු ලැබේ. වෙඩිල්ල කුරුල්ලාගේ වදි නම්, $\tan \theta = \sqrt{3} - \frac{2u}{V}$ සහ $V > 2\sqrt{2gd}$ බව පෙන්වන්න.

16. (a) $A(a, b)$ ලක්ෂ්‍යයේදී ක්‍රියාකරන F බලයක් සුදුසු පරිදි තෝරාගත් ලක්ෂ්‍යයකදී ක්‍රියාකරන විච්ඡේදන F බලයකට හා G යුග්මයකට තුල්‍ය වන බව පෙන්වන්න.

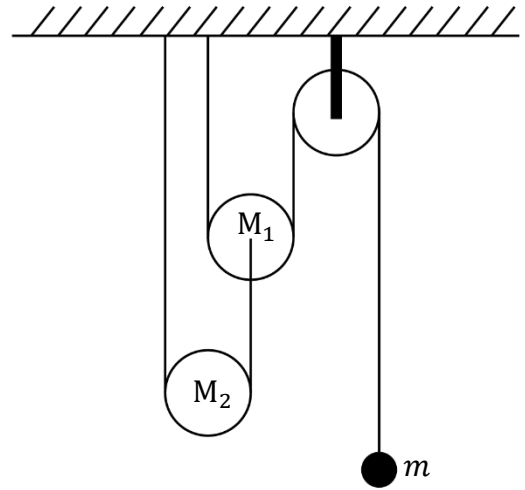
$O(0, 0), A(2, 0), B(4, 2), C\left(0, 2 + \frac{4\sqrt{3}}{3}\right)$ වෙයි. $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}$ හා $\overrightarrow{CO}$ ඔස්සේ ක්‍රියා කරන ඒකතල බල පද්ධතියක් පිළිවෙළින් නිව්ටන් වලින්, $4, 2\sqrt{2}, 2\sqrt{3}$ හා $\sqrt{3}$ වෙයි. දුර මනින ඒකකය මීටර වේ. බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය, දිශාව හා ක්‍රියාරේඛාව X අක්ෂය හමුවන ලක්ෂ්‍යය M නම්, OM දුර සොයන්න. දැන් M හිදී $\overrightarrow{MO}$ දිශාවට $3N$ ක අතිරේක බලයක් යොදනු ලැබූයේ නම්, නව පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය, දිශාව හා පිහිටීම සොයන්න. නව සම්ප්‍රයුක්ත බලය O මූලයේදී ක්‍රියා කරන විච්ඡේදන බලයකින් හා G යුග්මයකින් ප්‍රතිස්ථාපනය කළේ නම්, එම යුග්මයේ විශාලත්වය හා අත සොයන්න.

(b) a හා b යනු එකිනෙකට සමාන්තර නොවන අභිමුහුර්ත නොවන දෛශික දෙකක් නම්, $\alpha a + \beta b = 0$ දෛශික සමීකරණය විසඳිය හැක්කේ, $\alpha = 0$ හා $\beta = 0$ වන පරිදි α හා β අදිශ පවතී නම්ම පමණක් බව සාධනය කරන්න.

$ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයකි. $BE:EC = 3:2$ හා $AF:FD = 4:1$ වන පරිදි BC මත E ලක්ෂ්‍යයද AD මත F ලක්ෂ්‍යයද පිහිටයි. AE හා BF රේඛා M හිදී ඡේදනය වේ. $AM:ME = 4:3$ බවත් $BM:MF = 3:4$ බවත් සාධනය කරන්න.

17. (a) M_1 හා M_2 ස්කන්ධ සහිත සවල කප්පි දෙකකින් සමන්විත කප්පි පද්ධතියක් රූපයේ දක්වා ඇත. M_1 හා M_2 ට සම්බන්ධ ලුහු අච්ඡාදන තන්තු දෙකේ ආතතීන් T_1 හා T_2 යැයි දී ඇත. M_1 ට සම්බන්ධ ලුහු අච්ඡාදන තන්තුවේ හිඳහස් කෙළවර m ස්කන්ධයක් දරයි. සියළුම තන්තු කොටස් සිරස් වේ. තදනන්තර වලිඟයේදී,

$$T_1 \left[\frac{1}{3m} + \frac{10}{3M_1} \right] = T_2 \left[\frac{5}{3M_1} + \frac{4}{M_2} \right] \text{ බව සාධනය කරන්න.}$$



- (b) බර $2W$ හා අරය a වූ ඒකාකාර ඝන අර්ධ ගෝලයක් එහි තල ආධාරකය ඝර්ෂණ සංගුණකය μ වූ රළු තිරස් තලයක් සමඟ ස්පර්ශව පවතිනසේ තබා, දිග $2a$ හා බර W වූ ඒකාකාර AB දණ්ඩක් A කෙළවර රළු තිරස් තලයට අසවිකර, AB මත ලක්ෂ්‍යයක් අර්ධ ගෝලයේ වක්‍ර පෘෂ්ඨය ස්පර්ශ වන පරිදි තිරසර $\pi/6$ ක කෝණයක් ආනතව තබා තිබේ. අර්ධ ගෝලයේ තල ආධාරකයට, රළු තිරස් තලය ඔස්සේ, දණ්ඩෙන් ඉවත්වන දිශාවට P යෝජිත බලයක් ලබාදුන්විට, අර්ධ ගෝලය සමතුලිතව තිබීම සඳහා

$$P \leq \frac{W}{4} [(8 + \sqrt{3})\mu - 1] \text{ වියයුතු බව සාධනය කරන්න.}$$