

13 ශ්‍රේණිය අවසාන වාර පරීක්ෂණය 2026

தரம் 13 ஆண்டிறுதிப் பரீட்சை-2026 / Grade 13 Final Term Test - 2026

සංයුක්ත ගණිතය - I  
Combined Mathematics - I

10

S

I

කාලය } පැය 03  
நேரம் } 03 Hours  
Time

නම }  
பெயர் }  
Name }

විභාග අංකය }  
கட்டிடலக்கம் }  
Index No. }

(අමතර කියවීමේ කාලය මිනිත්තු 10)  
Extra Reading Time - 10 Minutes

**අයදුම්කරුවන් සඳහා උපදෙස් :-**

- ★ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.  
A කොටස ( ප්‍රශ්න 1 - 10 ) සහ B කොටස ( ප්‍රශ්න 11 - 17 )
- ★ A කොටස :  
සියලුම ප්‍රශ්න සඳහා පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිතා කළ හැකිය.
- ★ B කොටස :  
ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- ★ නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රය, B කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාරදෙන්න.
- ★ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයේ B කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.

**පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.**

| (10) සංයුක්ත ගණිතය I |              |       |
|----------------------|--------------|-------|
| කොටස                 | ප්‍රශ්න අංකය | ලකුණු |
| A                    | 1            |       |
|                      | 2            |       |
|                      | 3            |       |
|                      | 4            |       |
|                      | 5            |       |
|                      | 6            |       |
|                      | 7            |       |
|                      | 8            |       |
|                      | 9            |       |
|                      | 10           |       |
| B                    | 11           |       |
|                      | 12           |       |
|                      | 13           |       |
|                      | 14           |       |
|                      | 15           |       |
|                      | 16           |       |
|                      | 17           |       |
| එකතුව                |              |       |
| ප්‍රතිශතය            |              |       |

|             |  |
|-------------|--|
| I පත්‍රය    |  |
| II පත්‍රය   |  |
| එකතුව       |  |
| අවසාන ලකුණු |  |

| අවසාන ලකුණු |  |
|-------------|--|
| ඉලක්කමෙන්   |  |
| අකුරින්     |  |

| සංකේත අංකය          |    |
|---------------------|----|
| උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක |    |
| පරීක්ෂා කළේ         | 1. |
|                     | 2. |
| අධීක්ෂණය කළේ        |    |















## B කොටස

★ ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (a)  $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$  වර්ගජ සමීකරණයේ මූල  $\alpha'$  හා  $\beta'$  නම්,  $\alpha' + \beta' = -\frac{b}{a}$  බවත්  $\alpha' \beta' = \frac{c}{a}$  බවත් සාධනය කරන්න.

$a, b, c > 0$  වන පරිදි තාත්වික සංඛ්‍යා වන  $\sqrt{a}x^2 - \sqrt{b}x + \sqrt{c} = 0$  වර්ගජ සමීකරණයේ මූලතාත්වික වේ.  $b \geq 4\sqrt{ac}$  බව පෙන්වන්න.

තවදුරටත්, දී ඇති වර්ගජ සමීකරණයේ මූල  $\alpha$  හා  $\beta$  නම්  $|\alpha - \beta| = \sqrt{\frac{b - 4\sqrt{ac}}{a}}$  බව පෙන්වන්න.

$|\alpha - \beta|$  හා  $|\alpha^2 - \beta^2|$  මූල ලෙස ඇති වර්ගජ සමීකරණය  $a^{\frac{1}{2}}x^2 - \sqrt{a}(\sqrt{a} + \sqrt{b})\sqrt{b - 4\sqrt{ac}}x + \sqrt{b}(b - 4\sqrt{ac}) = 0$  බව පෙන්වන්න.

ඒනයිත්, විචල්‍ය පරිණාමණය මගින් ඉහත වර්ගජ සමීකරණයේ මූල වල පරස්පර මූල වන වර්ගජ සමීකරණය ලබාගන්න.

- (b)  $ax^4 + bx^3 + cx^2 + 1$  බහුපදය  $(x - 1)$  හා  $(x - 1)^3$  න් බෙදූවිට පිළිවෙලින්  $-1$  හා  $x - 2$  වේ.  $a, b, c \in \mathbb{R}$  සොයන්න.

I

12. (a) AMARA, NAYANA යන වචන දෙකේ අක්ෂර සියල්ලම එකට ගෙන සෑදිය හැකි සංකරණ සංඛ්‍යාව සොයන්න.

i) AMARA යන වචනයේ අකුරු එකටත්, NAYANA යන වචනයේ අකුරු එකටත්, පවතිනසේ, අකුරු 11 ම උපයෝගී කරගෙන සෑදිය හැකි වචන සංඛ්‍යාව සොයන්න.

ii) AMARA වචනයේ A අකුරු තුන මුලටත්, NAYANA වචනයේ A අකුරු තුන අගටත් වන පරිදි අකුරු 11 ම උපයෝගී කරගෙන සෑදිය හැකි වචන සංඛ්‍යාව සොයන්න.

iii) AMARA වචනයේ M අකුරත්, NAYANA වචනයේ Y අකුරත්, ඉවත්කර ලැබෙන ඉතිරි අකුරු 9 න් අකුරු 4 ක් ගෙන සෑදිය හැකි සංකරණ හා සංයෝජන සංඛ්‍යාව සොයන්න.

- (b)  $r \in \mathbb{Z}^+$  සඳහා  $U_r = \frac{3r + 1}{(r + 1)(r + 2)(r + 3)}$  යැයි ගනිමු.

$U_r = \frac{A}{(r + 2)} - \frac{B}{(r + 1)(r + 2)} - \frac{A}{(r + 3)} + \frac{B}{(r + 2)(r + 3)}$  වන පරිදි A හා B නියත සොයන්න.

ඒනයිත්,  $U_r = 3(V_r - V_{r+1}) - (W_r - W_{r+1})$  වන පරිදි  $V_r$  හා  $W_r$  ශ්‍රිත සෙවීමෙන්,

$\sum_{r=1}^n U_r = \frac{5}{6} - \frac{3}{(n + 3)} + \frac{1}{(n + 2)(n + 3)}$  බව පෙන්වන්න. ශ්‍රේණිය අභිසාරීවේද ? ඔබේ ප්‍රතිඵලය සනාථ කරන්න.

$\sum_{r=n+1}^{2n} U_r = \frac{(3n + 5)}{(n + 2)(n + 3)} - \frac{(6n + 5)}{2(n + 1)(2n + 3)}$  බව අපෝහනය කරන්න.



13. (a)  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & -3 \end{pmatrix}$  හා  $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$  යැයි ගනිමු.

$\lambda$  අදිශයක් වන,  $\mathbf{A} + \lambda \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  යැයි දී ඇත.

$\lambda$  හි අගය සොයන්න.  $\mathbf{C} = (\mathbf{A} + \lambda \mathbf{B}) \mathbf{B}^T$  යැයි ගනිමු.  $\mathbf{C}$  න්‍යාසය සොයන්න.  $\mathbf{D}^T = (\mathbf{1} \ \mathbf{2})_{1 \times 2}$  යැයි ගනිමු.

$\mathbf{M} = \mathbf{CD}$  වන පරිදි  $\mathbf{M}$  න්‍යාසය සොයන්න.

(b)  $Z_1, Z_2 \in \mathbb{C}$  යැයි ගනිමු.

i)  $\overline{Z_1 + Z_2} = \overline{Z_1} + \overline{Z_2}$

ii)  $\overline{Z_1 Z_2} = \overline{Z_1} \overline{Z_2}$

iii)  $|Z_1|^2 = Z_1 \overline{Z_1}$

iv)  $Z_1 \overline{Z_2} + Z_2 \overline{Z_1} = 2\operatorname{Re}(Z_1 \overline{Z_2})$  බව පෙන්වන්න.

$Z_1 \neq -Z_2$  සඳහා  $\left| \frac{1 + Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} \right| = 1$  නම් ද  $|Z_1| = |Z_2| = 1$  ද වේ නම්,  $Z_1 Z_2 + \overline{Z_1} \overline{Z_2} = 2\operatorname{Re}(Z_1 \overline{Z_2})$  බව පෙන්වන්න.

(c)  $(\cos \theta + i \sin \theta)^4$  සඳහා ද'මුවාවර් ප්‍රමේයය හා ද්විපද ප්‍රමේය භාවිතයෙන්,

$\cos 4\theta \equiv \cos^4 \theta - 6 \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \sin^4 \theta$  බවත්,

$\sin 4\theta \equiv 4 \cos^3 \theta \sin \theta - 4 \cos \theta \sin^3 \theta$  බවත් පෙන්වා,

$\tan 4\theta \equiv \frac{4 \tan \theta - 4 \tan^3 \theta}{1 - 6 \tan^2 \theta + \tan^4 \theta}$  බව අපෝහනය කරන්න.

14. (a)  $x \neq -2$  සඳහා  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{(x + 2)^2}$  යැයි ගනිමු.

$x \neq -2$  සඳහා  $f'(x) = \frac{2(2x + 1)}{(x + 2)^3}$  බව පෙන්වන්න.

$f''(x) = \frac{2(1 - 4x)}{(x + 2)^4}$ ,  $x \neq -2$  යැයි දී ඇත. ස්පර්ශෝන්මුඛ, හැරුම් ලක්ෂ්‍යය හා නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යය

සොයමින්,  $y = f(x)$  හි ප්‍රස්තාරය කටුසටහන් කරන්න. ප්‍රස්තාරය  $x$  අක්ෂය සමග ඡේදන ලක්ෂ්‍ය ලකුණු කරන්න.

$y = f(x)$  අදින ලද ප්‍රස්තාරය භාවිතයෙන්,  $y = |f(x)|$  ප්‍රස්තාරය වෙනම සටහනක ඇඳීමෙන්,  $0 < |f(x)| < \frac{1}{3}$  පරාසය තුළ  $|f(x)| = k$ ,  $k \in \mathbb{R}^+$  සමීකරණයේ විසඳුම් ගණන ප්‍රකාශ කරන්න.

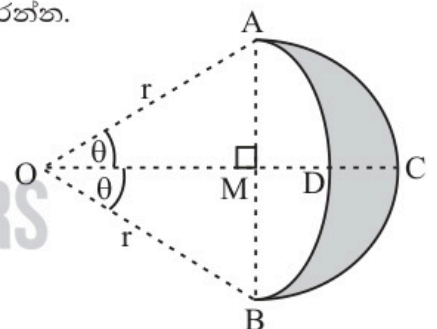
(b) OAB යනු අරය  $r$  හා කේන්ද්‍රික කෝණය  $2\theta$  වූ කේන්ද්‍රික බණ්ඩයකි.

ACB යනු AB විෂ්කම්භය හා කේන්ද්‍රය M වූ අර්ධ වෘත්තයකි. අඳුරු

කළ ලසඳේ වර්ගඵලය A නම්,  $\frac{dA}{d\theta} = \frac{r^2}{2} (\pi \sin 2\theta + 2 \cos 2\theta - 2)$

බව පෙන්වන්න.

ඒනයිත්,  $\theta = \cos^{-1} \left( \frac{2}{\sqrt{\pi^2 + 4}} \right)$  වනවිට වර්ගඵලය A අවම වන බව පෙන්වන්න.



15. (a)  $a$  හා  $b$  යනු ප්‍රතිත්ත තාත්වික සංඛ්‍යා වන විට,  $\int \frac{dx}{(ax^2 + b)(bx+a)}$  අගයන්න.

(b) සුදුසු ආදේශයක් හා කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන්  $\int_0^{\sqrt{\frac{\pi}{6}}} x^5 \cos x^2 dx$  අගයන්න.

(c)  $I = \int_0^a f(x) dx$  හා  $J = \int_0^a f(a-x) dx$  යැයි ගනිමු.  $I=J$  බව පෙන්වන්න.

$m$  නියතයක් නම්,  $I_m = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1 + \cot^m x}$  යැයි ගනිමු.  $I_m = \frac{\pi}{4}$  බව පෙන්වන්න.

ඒනයිත්,  $\int_0^{\pi} \frac{dx}{1 + \cot^m \left(\frac{x}{2}\right)} = \frac{\pi}{2}$  බව පෙන්වන්න.

16.  $y = m_1x + c_1$ ,  $y = m_2x + c_2$  හා  $y = m_3x + c_3$  රේඛා තුන සංගාමී වීම සඳහා  $m_1(c_2 - c_3) + m_2(c_3 - c_1) + m_3(c_1 - c_2) = 0$  විය යුතු බව පෙන්වන්න.

$y = 2x - 1$  හා  $y = 3x + 1$  රේඛා A හිදී ද,  $y = -3x + 4$  හා  $y = 4x - 2$  රේඛා B හි දී ද ඡේදනය වේ. ඉහත ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන් AB රේඛාවේ සමීකරණය ලබාගන්න.

දැන් A හා B ලක්ෂ්‍යවල බණ්ඩාංක සෙවීමෙන්, AB විෂ්කම්භය වන වෘත්තයේ සමීකරණය ලියා දක්වන්න.

AB විෂ්කම්භය වන වෘත්තය  $y = 2x - 1$  රේඛාව සමග ඡේදනය කරන ලක්ෂ්‍ය හරහා ගමන් කරමින්,  $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 1 = 0$  වෘත්තය සමග ප්‍රලම්බ වන වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

17. (a)  $\sin x + \cos x = R \cos(x - \theta)$  ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි  $R > 0$  හා  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  වේ.

$\cos x - \sin x = R \cos(x + \theta)$  බව අපෝහනය කරන්න.

ඒනයිත්, i)  $|\sin x \pm \cos x| \leq \sqrt{2}$  බවත්,

ii)  $\cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$  බවත්, පෙන්වන්න.

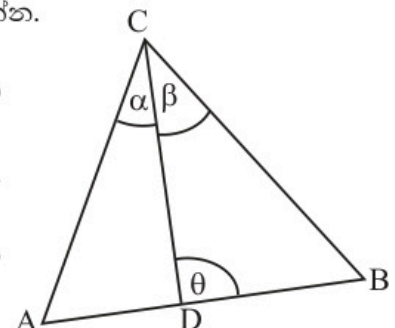
$\cos^2 2x - \sin^2 2x + \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$  සමීකරණය විසඳන්න.

(b) ඕනෑම ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සයිනස් සූත්‍රය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.

රූපයේ පෙන්වා ඇති ABC ත්‍රිකෝණයේ C ශීර්ෂයේ සිට, AB රේඛාවට

$\hat{CDB} = \theta$  වන පරිදි CD රේඛාව ඇඳ ඇත.  $\hat{ACD} = \alpha$  ද,  $\hat{DCB} = \beta$  ද වේ.

$AD : DB = m : n$  නම්, ADC හා BDC ත්‍රිකෝණ වලට සයිනස් සූත්‍රය යෙදීමෙන්,  $(m+n) \cot \theta = m \cot \alpha - n \cot \beta$  බව පෙන්වන්න.



(c)  $\tan^{-1}(\cos 2x) + \tan^{-1}(\sin x) = \frac{\pi}{4}$  සමීකරණය විසඳන්න.

13 ශ්‍රේණිය අවසාන වාර පරීක්ෂණය 2026

தரம் 13 ஆண்டிறுதிப் பரீட்சை-2026 / Grade 13 Final Term Test - 2026

සංයුක්ත ගණිතය - II  
Combined Mathematics - II

10

S

II

කාලය } පැය 03  
நேரம் } 03 Hours  
Time

නම }  
பெயர் }  
Name }

විභාග අංකය }  
கட்டிலக்கம் }  
Index No. }

(අමතර කියවීම් කාලය මිනිත්තු 10)  
Extra Reading Time - 10 Minutes

**අයදුම්කරුවන් සඳහා උපදෙස් :-**

- ★ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.  
A කොටස ( ප්‍රශ්න 1 - 10 ) සහ B කොටස ( ප්‍රශ්න 11 - 17 )
- ★ A කොටස :  
සියලුම ප්‍රශ්න සඳහා පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිතා කළ හැකිය.
- ★ B කොටස :  
ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- ★ නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රය, B කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාරදෙන්න.
- ★ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයේ B කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.

**පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.**

| (10) සංයුක්ත ගණිතය II |              |       |
|-----------------------|--------------|-------|
| කොටස                  | ප්‍රශ්න අංකය | ලකුණු |
| A                     | 1            |       |
|                       | 2            |       |
|                       | 3            |       |
|                       | 4            |       |
|                       | 5            |       |
|                       | 6            |       |
|                       | 7            |       |
|                       | 8            |       |
|                       | 9            |       |
|                       | 10           |       |
| B                     | 11           |       |
|                       | 12           |       |
|                       | 13           |       |
|                       | 14           |       |
|                       | 15           |       |
|                       | 16           |       |
|                       | 17           |       |
| එකතුව                 |              |       |
| ප්‍රතිශතය             |              |       |

|             |  |
|-------------|--|
| I පත්‍රය    |  |
| II පත්‍රය   |  |
| එකතුව       |  |
| අවසාන ලකුණු |  |

| අවසාන ලකුණු |  |
|-------------|--|
| ඉලක්කමෙන්   |  |
| අකුරින්     |  |

| සංකේත අංකය          |    |
|---------------------|----|
| උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක |    |
| පරීක්ෂා කළේ         | 1. |
|                     | 2. |
| අධීක්ෂණය කළේ        |    |



## A නොටස

01. සුමට තිරස් තලයක් මත ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් චලිත වන ස්කන්ධය  $2\text{ m}$  වූ A අංශුවක් එම තලය මත නිසලව ඇති ස්කන්ධය  $m$  වූ B අංශුවක් සමග සරල ලෙස ගැටේ. ගැටුමට පෙර A හි ප්‍රවේගය හා ගැටුමෙන් පසු B හි ප්‍රවේගය සමාන බව දී ඇත. ගැටුම සඳහා ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය  $\frac{1}{2}$  බව පෙන්වන්න. ගැටුම නිසා සිදුවන චාලක ශක්ති හානිය, ගැටුමෙන් පසු B හි චාලක ශක්තියෙන් අඩක් බව පෙන්වන්න.

[illegible]

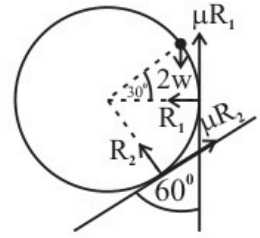
02. තිරස් බිමක වූ O ලක්ෂ්‍යයක සිට සිරස්ව h උසින් වූ ලක්ෂ්‍යයක සිට තිරසරව  $\theta$  කෝණයකින් ආනතව u ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපනය කරනු ලබන අංශුවක් O සිට a දුරින් තිරස් බිම මත පතිත විය.
- $$\tan^2 \theta - \frac{2u^2}{ga} \tan \theta + 1 - \frac{2u^2 h}{ga^2} = 0$$
- සමීකරණය  $\theta$  සඳහා තෘප්ත කරන බව පෙන්වන්න.
- $\theta$  සඳහා විය හැකි අගයන් දෙක  $\theta_1$  හා  $\theta_2$  නම්  $\tan \theta_1 + \tan \theta_2 = \frac{2u^2}{ga}$  බව පෙන්වන්න.

[illegible]



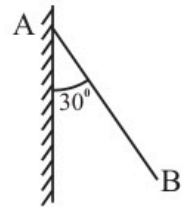


05. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි ස්ථම්භ සංගුණකය  $\mu$  වූ සිරස් හා සිරසට  $60^\circ$  කින් ආනත තල දෙකක් අතර ස්කන්ධය නොගැනිය හැකි තරම් කුඩා වූ වෘත්තාකාර වළල්ලක් එම තල ස්පර්ශ කරමින් තබා  $2w$  භාරයක් වළල්ලට බද්ධ කර ඇත.  $2w$  හා වළල්ලේ කේන්ද්‍රය යාකරන රේඛාව තිරසරව  $30^\circ$  කෝණයක් සාදන විට එය සීමාකාරී සමතුලිතතාවයේ පවතී. ආනත තලය මත අභිලම්භ ප්‍රතික්‍රියාව  $\frac{4w}{\sqrt{3}(\mu^2+1)}$  බව පෙන්වා සිරස් තලය මත ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

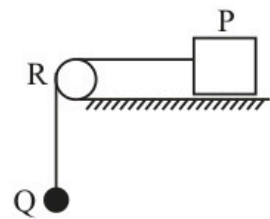


06. O මූලයක් අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින්  $(\underline{i} + \underline{j})$  හා  $(\underline{i} + 2\underline{j})$  වේ.  $\underline{i}$  හා  $\underline{j}$  සඳහා සුපුරුදු තේරුම් ඇත.  $\overrightarrow{AB}$  සොයන්න. A හරහා OB ට සමාන්තරව ඇති රේඛාව මත C පිහිටා ඇත. AC හා CB ලම්භක නම් C ලක්ෂ්‍යය A මත නොපිහිටන පරිදි  $\overrightarrow{OC}$ ,  $\underline{i}$  හා  $\underline{j}$  ඇසුරින් සොයන්න.

07. බර  $w$  වූ  $AB$  ඒකාකාර දණ්ඩක  $A$  කෙළවර සුමට සිරස් බිත්තියක් හා ගැටෙමින් දණ්ඩ මත  $B$  හි දී යෙදූ  $P$  බලයක් මගින් සමතුලිතව තබා ඇත. දණ්ඩමත යෙදෙන බල ලකුණුකර  $P$  බලය දණ්ඩ සමග සාදන කෝණය  $\tan^{-1} \frac{\sqrt{3}}{7}$  බව පෙන්වා  $P$  හි අගය සොයන්න.



08. ඝර්ෂණ සංගුණකය  $\mu$  වන රළු තිරස් තලයක් මත ඇති ස්කන්ධය  $m$  වූ  $P$  අංශුවට ඇඳූ සැහැල්ලු අවිනන්ය තන්තුවක් එම තලයේ කෙළවරට සවිකළ  $R$  සුමට කප්පියක් මගින් ගමන්කර අනෙක් කෙළවර  $Q$  අංශුවට ඇඳා ඇත. පද්ධතිය සිරුවෙන් මුදාහළ විට  $Q$  අංශුව සිරස්ව පහළට ගමන් කරයි. තන්තුවේ ආතතිය  $\frac{2mg}{3}(\mu+1)$  බව දී ඇත.  $Q$  අංශුවේ ස්කන්ධය  $m$  ඇසුරෙන් සොයන්න.





09. වෛද්‍ය සායනයක් සඳහා සහභාගී වූ 100 දෙනෙකු අතරින් 15 දෙනෙකු හදවත් රෝගීන් විය. 30 දෙනෙකු මත්ද්‍රව්‍ය සඳහා ඇබ්බැහි වූ අය විය. මත්ද්‍රව්‍ය භාවිත කළ අය අතරින් 6 දෙනෙකු හදවත් රෝගීන් විය. මෙම 100 දෙනාගෙන් එක් අයකු අහඹු ලෙස තෝරාගත් විට ඔහු මත්ද්‍රව්‍ය භාවිත කරයි නම් හදවත් රෝගියකු වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න. තෝරාගත් පුද්ගලයා හදවත් රෝගියකු හෝ මත්ද්‍රව්‍ය භාවිත කරන්නකු හෝ වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

10. ආරෝහණ පටිපාටියෙන් දක්වා ඇති ධන නිබ්ල හයක මාතය, මධ්‍යස්ථය හා මධ්‍යන්‍යය 5 බව දී ඇත. ව්‍යාප්තියට ඇත්තේ එක් මාතයක් පමණි. ව්‍යාප්තියේ විශාලම අගය 8 වන අතර එහි පරාසය 6 බව දී ඇත. ව්‍යාප්තියේ අපගමනයන්ගේ වර්ගවල මධ්‍යන්‍යය  $\frac{13}{3}$  වේ. සංඛ්‍යා 6 සොයන්න.

## B කොටස

★ ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

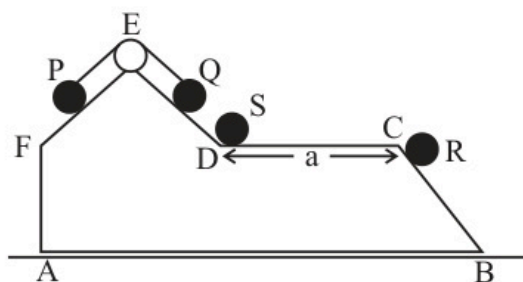
11. (a) තිරස් බිමක් මත වූ O ලක්ෂ්‍යයක සිට  $5u$  ප්‍රවේගයෙන් අංශුවක් ගුරුත්වය යටතේ සිරස්ව ඉහළට ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. එහි වේගය  $2u$  වන මොහොතේ තිරස් සිවිලිමක් හා සරල ලෙස ගැටී  $u$  වේගයෙන් පොලා පති. අංශුව නැවත O වෙත පැමිණ තිරස් බිම හා සරල ලෙස ගැටී පොලා පැන නැවතත් සිවිලිම වෙත යාත්‍රාමත් එළඹේ. දෙවනවරට සිවිලිම වෙත එළඹෙන තෙක් අංශුවේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්ථාරවල දළ සටහන අඳින්න.

සිවිලිමේ ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය සොයන්න. ඔබේ ප්‍රස්ථාරය භාවිතයෙන් තිරස් බිම හා සිවිලිම අතර සෘජු උස  $\frac{21u^2}{2g}$  බව පෙන්වන්න. දෙවන වරට O සිට සිවිලිම වෙත යාමට අංශුව ගත් කාලය  $\frac{\sqrt{21}u}{g}$  බව පෙන්වන්න. තිරස් බිම හා අංශුව අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය සොයන්න.

- (b) A කුරුල්ලකු පොළවට සාපේක්ෂව  $u$  ප්‍රවේගයෙන් නැගෙනහිර දිශාවට ද, B කුරුල්ලකු  $2\sqrt{2}u$  ප්‍රවේගයෙන් පොළවට සාපේක්ෂව නියත දිශාවක් ඔස්සේ ද පියාසර කරයි. සුළඟක් නියත  $u$  ප්‍රවේගයෙන් උතුරු දිශාවේ සිට හමා එයි. A ගේ සුළඟට සාපේක්ෂ දිශාව, B ගේ පොළවට සාපේක්ෂ දිශාවට ලම්බක බව දී ඇත. A ගේ සුළඟට සාපේක්ෂ ප්‍රවේගය සලකමින් එම චලිතය සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණය අඳින්න. B ගේ සුළඟට සාපේක්ෂ ප්‍රවේගය සලකමින් ඉහත ත්‍රිකෝණය මතම ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ ඇඳ එම චලිතය සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ දෙකක් පවතින බව පෙන්වන්න.

එමගින් සුළඟට සාපේක්ෂව A ගේ ප්‍රවේගය සොයන්න. එම සටහනෙහිම B ට සාපේක්ෂව A ගේ ප්‍රවේග දෛශික දක්වමින් ඒවායේ විශාලත්ව සොයන්න.

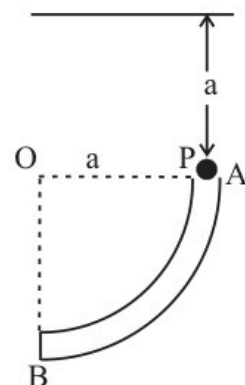
12. (a) ABCDEF සුමට මුහුණත් සහිත ස්කන්ධය  $4m$  වූ කුට්ටියක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය හරහා යන සිරස්කඩකි. එහි AB මුහුණත සුමට තිරස් තලයක් හා ගැටෙමින් තිබේ. BC, DE, FE මුහුණත් තිරසරව  $\frac{\pi}{3}$  කෝණ සාදයි. E හි සවිකල කුඩා සුමට කප්පියක් මතින් යන සැහැල්ලු අවිනතය තත්ත්වක දෙකෙළවරට ස්කන්ධය  $m$  හා  $2m$  වූ P, Q අංශු දෙකක්



සම්බන්ධ කර ඇති අතර ඒවා තත්ත්ව තදව FE හා ED මුහුණත් ස්පර්ශ කරමින් පවතී. CB මුහුණත මත ස්කන්ධය  $3m$  වූ R අංශුව වේ. CD මුහුණත මත D ආසන්නයේ ස්කන්ධය  $m$  වූ S අංශුව තබා ඇති අතර CD තිරස් වේ.  $CD = a$  බව දී ඇත. P, Q හා R අංශු සඳහා චලිතය විමට තරම් ප්‍රමාණවත් ඉඩ එම මුහුණත් මත ඇත. පද්ධතිය සිරුවෙන් මුදාහරිනු ලැබේ.

S අංශුව CD පෘෂ්ඨය හැරයන විට R අංශුව CB පෘෂ්ඨය මත ගමන්කල දුර සෙවීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලබාගන්න.

- (b) කේන්ද්‍රයේ කෝණය  $\frac{\pi}{2}$  වූ අරය  $a$  වන වෘත්ත වාපයක හැඩයෙන් යුත් අභ්‍යන්තර පෘෂ්ඨය සුමට කේන්ද්‍රය O වූ AB සිහින් තලයක් එහි A කෙළවර තිරස් සිවිලිමක සිට  $a$  පහළින් වන පරිදි සිරස් තලයක සවිකර ඇත. (රූපය බලන්න.)



එහි B කෙළවර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය  $\frac{5}{6}$  වූ වෘත්තාකාර පියනකින් වසා ඇත. A හි දී සිරස්ව පහළට  $2\sqrt{ga}$  ප්‍රවේගයෙන් ස්කන්ධය  $m$  වූ කුඩා P අංශුවක් තලය තුළට ප්‍රක්ෂේපණය කරයි.



OP රේඛාව යටිඅත් තිරස සමග  $\theta$  කෝණයකින් හැරී ඇතිවිට අංශුවේ ප්‍රවේගය  $V$  නම්  $V$  යන්න  $V^2 = 2ga(2 + \sin\theta)$  මගින් දෙනුලබන බව පෙන්වා එම මොහොතේ අංශුව මත නලය මගින් ඇතිකරන ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න. අංශුව B වෙත එළඹෙන විට එහි ප්‍රවේගය සොයා එය නැවත ආපසු චලිතය අරඹන ප්‍රවේගය සොයන්න.

පසු චලිතයේ දී අංශුව සිවිලිමේ ගැටෙන ප්‍රවේගය  $\sqrt{\frac{ga}{6}}$  බව පෙන්වන්න.

13.  $L_1$  හා  $L_2$  යනු ස්වාභාවික දිග  $l$  හා ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය පිළිවෙලින්  $mg$  හා  $2mg$  වූ ප්‍රත්‍යස්ථ දූනු දෙකකි. A හා B ලක්ෂ්‍ය සුමට තිරස් තලයක් මත  $6l$  පරතරයෙන් පිහිටා ඇත.  $L_1$  හි එක් කෙළවරක් A ට ද,  $L_2$  හි එක් කෙළවරක් B ට ද සම්බන්ධ කර ඒවායේ අනෙක් කෙළවරවල් ස්කන්ධය  $m$  වූ P අංශුවකට සම්බන්ධ කර ඇත. P අංශුව C හි දී සමතුලිතවේ.  $AC = \frac{11l}{3}$  බව පෙන්වන්න.

දැන් අංශුව සුමට තලය ඔස්සේ  $L_1$  හි ස්වාභාවික දිග තෙක් ගෙන සිරුවෙන් මුදාහරී.  $L_1$  හි දිග  $x$  ( $l < x < 5l$ ) වන විට අංශුවේ චලිත සමීකරණය ලියා දක්වා  $\ddot{x} + \frac{3g}{l} \left( x - \frac{11l}{3} \right) = 0$  බව පෙන්වන්න. හේතු දක්වමින් චලිතයේ දෝලන කේන්ද්‍රය හා විස්ථාරය සොයන්න.

$x^2 = \omega^2 (c^2 - x^2)$  සමීකරණය සලකමින් අංශුව  $L_2$  හි ස්වාභාවික දිගට එළඹෙන විට එහි ප්‍රවේගය සොයන්න. එම පිහිටීමට පැමිණීම සඳහා අංශුව ගත් කාලය  $\frac{2\pi}{3} \sqrt{\frac{l}{3g}}$  බව පෙන්වන්න.

අංශුව  $L_2$  හි ස්වාභාවික දිගට පැමිණීම මොහොතේ  $L_2$  දුන්න ඉවත් කරනු ලැබේ. දැන්  $L_1$  දුන්නේ විතනිය  $y$  ( $> 0$ ) විට අංශුවේ චලිත සමීකරණය ලබාගන්න. නව චලිතයේ විස්ථාරය සොයන්න.

මෙම චලිතය සඳහා  $\alpha, \beta$  හා  $\omega$  නියත වූ  $y = \alpha \cos \omega t + \beta \sin \omega t$  විසඳුම සලකමින්  $\omega$  හි අගය ලබාගන්න. තවදුරටත්  $\alpha = \beta$  බව පෙන්වා එනයිත් නව චලිතයේ දී අංශුව B වෙත එළඹීමට ගත් කාලය සොයන්න.

14. (a) අවල O මූලයක් අනුබද්ධයෙන් P, Q හා R ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින්  $(7\mathbf{i} + 10\mathbf{j})$ ,  $(3\mathbf{i} + 12\mathbf{j})$ ,  $(-\mathbf{i} + 4\mathbf{j})$  වේ.  $\mathbf{i}$  හා  $\mathbf{j}$  සඳහා සුපුරුදු තේරුම් ඇත.  $\overrightarrow{QP}$  හා  $\overrightarrow{QR}$  සොයා ඒවා එකිනෙකට ලම්බක බව පෙන්වන්න. T යනු  $PT : TR = 1 : 2$  වන පරිදි PR මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකි. QR ට සමාන්තරව P හරහා ඇඳී රේඛාවක් දික්කල QT ත් හමුවන ලක්ෂ්‍යය S වේ.  $\overrightarrow{QS}$  සැලකීමෙන් හෝ වෙනත් ආකාරයකින් හෝ  $QT : TS = 2 : 1$  බව පෙන්වන්න.

S හි පිහිටුම් දෛශිකය සොයන්න.

PQRS ත්‍රැපීසියමක් බව පෙන්වන්න.

- (b) ABCDEF යනු පාදයක දිග  $a$  වූ සවිධි ඡඩ්‍රස්‍යකි. එහි AB හා AE දිශාවලට ඒකක දෛශික  $\mathbf{i}$  හා  $\mathbf{j}$  ලෙස අර්ථ දැක්වේ.  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{ED}, \overrightarrow{FE}$  පාද ඔස්සේ පිළිවෙලින් නිව්ටන් P, 7P, 8P, 7P, 3P බල ක්‍රියාකරයි. එක් එක් බලය  $\mathbf{i}, \mathbf{j}$  හා P ඇසුරින් දක්වන්න.

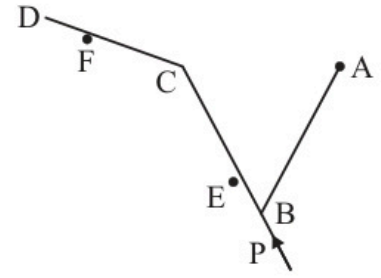
දී ඇති පද්ධතිය BC ට සමාන්තර  $R = 2P(\mathbf{i} + \sqrt{3}\mathbf{j})$  තනි බලයකට තුල්‍ය බව පෙන්වන්න.

R හි ක්‍රියාරේඛාව දික්කරන ලද DE හා AF පාදවල ඡේදන ලක්ෂ්‍යය හරහා යන බව පෙන්වන්න.

A හරහා යන R සමග බල යුග්මයකට තුල්‍ය බලයක් පද්ධතියට යොදනු ලැබේ. බල යුග්මයේ සූර්ණය හා එහි දිශාව සොයන්න.



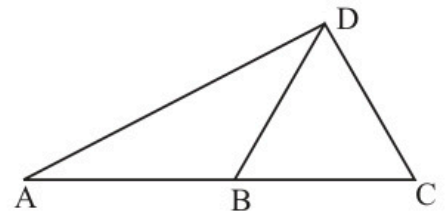
15. (a) දිග  $4a$  හා බර  $w$  බැගින් වූ සමාන ඒකාකාර  $AB$ ,  $BC$  හා  $CD$  දඬු තුනක්  $B$  හා  $C$  හි දී සුමටව සන්ධි කර  $A$  අවල ලක්ෂ්‍යයක සුවල ලෙස අසව් කර  $BE = DF = a$  වන පරිදි  $E$  හා  $F$  සුමට නාදැති දෙකක් මත තබා  $B$  හිදී  $BC$  දණ්ඩ ඔස්සේ  $P$  බලයක් යෙදීමෙන් පද්ධතිය සමතුලිතව තබා ඇත. මෙම පිහිටීමේ දී  $AB$  හා  $BC$  දඬු තිරසර  $60^\circ$  ආනතව ද  $CD$  දණ්ඩ තිරසර  $30^\circ$  ක් ආනතව ද පවතී.  $A$  හා  $C$  එකම තිරස් මට්ටමේ පිහිටයි.



$C$  සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය,  $F$  නාදැත්ත මගින්  $CD$  දණ්ඩ මත ඇතිකරන ප්‍රතික්‍රියාවට සමාන බව පෙන්වා  $C$  සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාවේ දිශාව සොයන්න.

$E$  හි නාදැත්ත මගින් දණ්ඩ මත ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව  $w$  බව පෙන්වා  $P$  බලයේ විශාලත්වය සොයන්න.

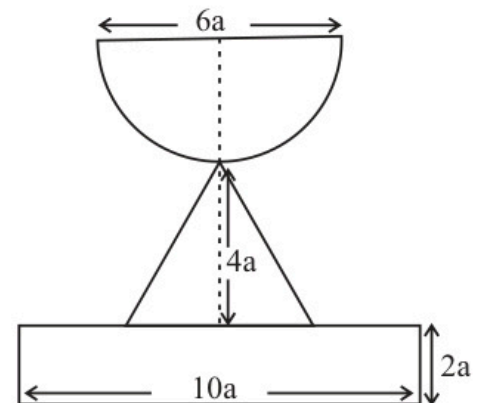
- (b)  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  හා  $DB$  දිග සමාන සැහැල්ලු දඬු 4 හා  $AD$  තවත් සැහැල්ලු දණ්ඩක් රූපයේ දැක්වෙන පරිදි සුමටව සන්ධි කිරීමෙන් සකස් කළ රාමුසැකිල්ල  $A$  හි දී අවල ලක්ෂ්‍යයකට සුවල ලෙස අසව්කර  $B$  හි දී සිරස්ව යෙදූ  $P$  බලයක් හා  $C$ ,  $D$  හි පිළිවෙලින්  $w$  හා  $2w$  බර යොදා  $ABC$  තිරස් වන පරිදි පද්ධතිය සමතුලිතව සිරස් තලයක තිබේ.



බල අවකාශ දක්වමින් සැහැල්ලු දඬු රාමු සැකිල්ල සඳහා ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් අඳින්න. එමගින් එක් එක් දණ්ඩේ ප්‍රත්‍යාබල ආතති හෝ තෙරපුම් ලෙස දක්වමින් සොයන්න.  $P$  හි අගය සොයා  $A$  අසව්වේ ප්‍රතික්‍රියාව සිරස්ව පහළට  $2w$  බව පෙන්වන්න.

16. අරය  $a$  වන ඒකාකාර අර්ධ වෘත්ත බණ්ඩයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි සමමිතික අක්ෂය මත කේන්ද්‍රයේ සිට  $\frac{4a}{3\pi}$  දුරින් පිහිටන බව හා අරය  $a$  හා උස  $h$  වන කුහර කේතුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි ශීර්ෂයේ සිට සමමිතික අක්ෂය මත  $\frac{2h}{3}$  දුරින් පිහිටන බව අනුකලනය භාවිතයෙන් පෙන්වන්න.

විෂ්කම්භය  $10a$  හා උස  $2a$  වන පතුල රහිත ඒකාකාර කුහර සිලින්ඩරයකට, විෂ්කම්භය  $6a$  හා උස  $4a$  වූ ඒකාකාර කුහර කේතුවක් සමමිතිකව දෘඩ ලෙස සවිකර, කේතුවේ ශීර්ෂයට විෂ්කම්භය  $6a$  වූ ඒකාකාර තල අර්ධ වෘත්ත ආස්තරයක් එහි විෂ්කම්භය තිරස් වන පරිදි දෘඪ ලෙස සවිකර සෑදූ කුසලානයක් රූපයේ දැක්වේ. කුසලානය නිමවා ඇති සියළු කොටස් එකම වර්ගඵල ඝනත්වය සහිත ද්‍රව්‍ය වේ.



කුසලානයේ පතුලේ සිට එහි සමමිතික අක්ෂය මත  $\frac{(321\pi - 36)a}{129\pi}$  දුරින් ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය පිහිටන බව පෙන්වන්න.

දැන් මෙම කුසලානය තිරසර  $\alpha$  කෝණයකින් ආනත සර්ෂණ සංගුණකය  $\mu$  වූ රළු තලයක් මත තබනු ලැබේ.  $(321\pi - 36)\tan \alpha \leq 645\pi$  හා  $\tan \alpha \leq \mu$  නම් කුසලානය සමතුලිතව පවතින බව පෙන්වන්න.

17. (a) P නම් පෙට්ටියක පාවිත් හැර අන් සියල්ල සමාන බෝල 10 ක් තිබේ. ඉන් 5 ක් කළු ද, 3 ක් සුදු ද, 2 ක් රතු ද වේ. P පෙට්ටියේ ඇති බෝල හා සමාන බෝල 9 ක් Q පෙට්ටියේ තිබේ. ඉන් 4 කළු ද, 2 ක් සුදු ද, 3 ක් රතු ද වේ.

- P පෙට්ටියෙන් අහඹු ලෙස බෝලයක් ගෙන Q පෙට්ටියට දමා Q පෙට්ටියෙන් අහඹු ලෙස බෝලයක් ගනු ලැබේ. බෝල දෙකම රතුපාට වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
- Q පෙට්ටියෙන් ගත් බෝලය P පෙට්ටියට දමා නැවත P පෙට්ටියෙන් අහඹු ලෙස බෝලයක් ගනු ලැබේ. බෝල තුනම රතුපාට වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
- ඉහත ක්‍රියාවේ දී බෝල තුනම කළුපාට වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(b) මාර්ග ධාවන තරගයක් සඳහා සහභාගි වූ තරගකරුවන් 40 දෙනෙකු තරගය නිම කිරීමට ගත් කාලය ගණනය කරන ලදී. එක් එක් තරගකරු ගත් කාලය මිනිත්තු  $t$  නම්  $\frac{t-10}{2}$  ලෙස කේත කර එම දත්ත වගුවේ දැක්වේ.

| කේත කල කාලය<br>(මිනිත්තු) | තරගකරුවන් ගණන<br>(සංඛ්‍යාතය) |
|---------------------------|------------------------------|
| 0 - 2                     | 2p                           |
| 2 - 4                     | q                            |
| 4 - 6                     | $\frac{3q}{2}$               |
| 6 - 8                     | 2p                           |
| 8 - 10                    | p                            |

කේත කල කාලයෙහි මධ්‍යන්‍යය මිනිත්තු 4.4 බව දී ඇත. p හා q හි අගයන් 2 හා 12 බව පෙන්වන්න.

දී ඇති දත්ත වල සම්මත අපගමනය හා මාතය සොයන්න.

දැන් එක් එක් තරගකරු තරගය නිම කිරීමට ගත් සැබෑ කාලයන්හි මධ්‍යන්‍යය, සම්මත අපගමනය හා මාතය නිමානය කරන්න.







(04)  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{(\sin 4x - \sin 2x)(\sqrt{x} - \sqrt{\pi})}{(\pi - x)^2} = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{2 \cos 3x \sin x (\sqrt{x} - \sqrt{\pi})}{(\pi - x)(\pi - x)} \quad (5)$

$= -2 \lim_{x \rightarrow \pi} \cos 3x \cdot \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin(\pi - x)}{\pi - x} \cdot \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{x^{1/2} - \pi^{1/2}}{x - \pi} \quad (5)$

$= -2 \cos 3\pi \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \pi^{-1/2} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \quad (25)$

(05)  $x^2 - y^2 = 1$

$2x - 2y \frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{x}{y} \Rightarrow \frac{dy}{dx} \Big|_A = \frac{\sec \theta}{\tan \theta}$

අනි මූලාශ්‍රයක් සමීකරණය  $\frac{\sec \theta}{\tan \theta} = \frac{y - \tan \theta}{x - \sec \theta} \quad (5)$

$x \sec \theta - \sec^2 \theta = y \tan \theta - \tan^2 \theta \Rightarrow x \sec \theta - y \tan \theta = \sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1 \quad (1)$

$(\sqrt{2}, 1)$  ලක්ෂ්‍යයේ  $\theta = \frac{\pi}{4}$ ,  $(1) \Rightarrow x \sec \frac{\pi}{4} - y \tan \frac{\pi}{4} = 1 \Rightarrow \sqrt{2}x - y = 1 \quad (5)$

$(\sqrt{2}, 1)$  ලක්ෂ්‍යයේ මූලාශ්‍රයක් සමීකරණය

මෙම මූලාශ්‍රය මත  $\left( \frac{1+t^2}{1-t^2}, \frac{2t}{1-t^2} \right)$  භාවිත කරමින්,

$\sqrt{2} \left( \frac{1+t^2}{1-t^2} \right) - \frac{2t}{1-t^2} = 1 \Rightarrow \sqrt{2} + \sqrt{2}t^2 - 2t = 1 - t^2 \quad (5)$

$(\sqrt{2}+1)t^2 - 2t + \sqrt{2}-1 = 0 \quad (5)$

$t^2 - \frac{2(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}t + \frac{(\sqrt{2}-1)^2}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = 0$

$t^2 - 2(\sqrt{2}-1)t + (\sqrt{2}-1)^2 = 0 \Rightarrow [t - (\sqrt{2}-1)]^2 = 0$

$\therefore t = \sqrt{2}-1 \quad (5)$  නිසි ප්‍රතිච්ඡේදය

(25)

(06)  $(\sqrt{x} + \sqrt{2})^8 = \sum_{r=0}^8 {}^8C_r x^{\frac{8-r}{2}} \sqrt{2}^r \quad (5)$ ,  ${}^8C_r = \frac{8!}{r!(8-r)!}$

$x^m$  හි සංගුණකය  $\frac{8-r}{2} = m \quad (5)$ ,  $m=0,1,2,3,4$  වන විට  $r=8,6,4,2,0$  වේ.

$x^m$  හි සංගුණකය වල එකතුව  $= {}^8C_8 \sqrt{2}^8 + {}^8C_6 \sqrt{2}^6 + {}^8C_4 \sqrt{2}^4 + {}^8C_2 \sqrt{2}^2 + {}^8C_0 \sqrt{2}^0 \quad (5)$

$= 16 + 28(8) + 70(4) + 28(2) + 1$

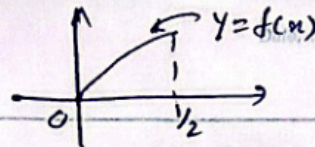
$= 16 + 224 + 280 + 56 + 1 \quad (5)$

$x^m$  හි සංගුණකය වල එකතුව  $= 577$

(25)



(07)  $0 < x < 1$  සඳහා  $y = \sqrt{\frac{x}{1-x}} > 0$



ඉඳිම =  $\int_0^{1/2} \pi \left( \frac{x}{1-x} \right) dx$  (5)

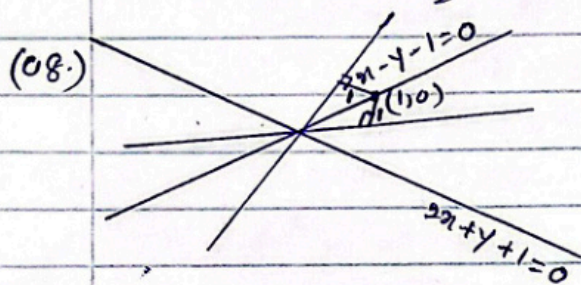
$= -\pi \int_0^{1/2} \frac{x}{x-1} dx = -\pi \int_0^{1/2} \frac{(x-1)+1}{x-1} dx$  (5)

$= -\pi \int_0^{1/2} \left[ 1 + \frac{1}{x-1} \right] dx = -\pi \left[ x + \ln|x-1| \right]_0^{1/2}$  (5)

$= -\pi \left[ \frac{1}{2} + \ln \frac{1}{2} - (0 + \ln 1) \right] = -\pi \left[ \frac{1}{2} - \ln 2 \right]$

ඉඳිම =  $\frac{\pi}{2} (2 \ln 2 - 1)$  (5)

[25]



(08.)

දෙකේ ඛණ්ඩාංක  $2x+y+1+\lambda(x-y-1)=0$  සමතුලිත.

$(2+\lambda)x + (1-\lambda)y + 1-\lambda = 0$  — (A)

මෙම ඛණ්ඩාංක (1,0) හිදී සත්‍ය වේ.

$\frac{|2+\lambda+1-\lambda|}{\sqrt{(2+\lambda)^2 + (1-\lambda)^2}} = 1$  (5)

$3^2 = (2+\lambda)^2 + (1-\lambda)^2$

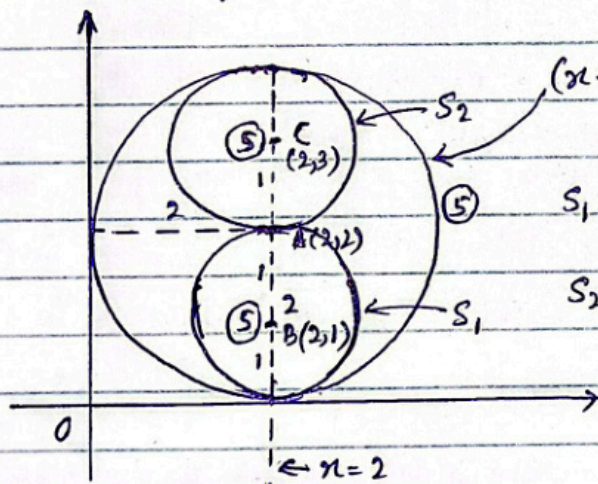
$2\lambda^2 + 2\lambda - 4 = 0 \Rightarrow \lambda^2 + \lambda - 2 = 0$  (5)

$(\lambda-1)(\lambda+2) = 0 \Rightarrow \lambda = 1 \text{ හෝ } \lambda = -2$

$\lambda = 1, (A) \Rightarrow$  සමීකරණය,  $3x = 0 \Rightarrow x = 0$   
 $\lambda = -2, (A) \Rightarrow$  දෙවන සමීකරණය,  $3y + 3 = 0 \Rightarrow y = -1$  (5)

[25]

(09.)



$(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$

දෙකේ ඛණ්ඩාංක සමීකරණ

$S_1: (x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$  (5)

$S_2: (x-2)^2 + (y-3)^2 = 1$  (5)

[25]

(10)  $\cos^2 x - \sin^2 x + 2 \sin x \cos x = 0$  — (A)

$\cos 2x + \sin 2x = 0 \Rightarrow \tan 2x = -1 = \tan(-\pi/4)$  (5)

$2x = n\pi - \frac{\pi}{4}, n \in \mathbb{Z}$  — (B)

$(0, \pi)$  තුළ විසඳුම්,  $\frac{3\pi}{8}, \frac{7\pi}{8}$  (5)

$x = 2n\pi$  හිදී (A)  $\Rightarrow \cos^2 2x - \sin^2 2x + 2 \sin 2x \cos 2x = 0$

(5)

සමීකරණය (B) දෙකේදී  $4x = n\pi - \frac{\pi}{4}$  වේ.

$(0, \pi)$  තුළ විසඳුම්,

$x = \frac{3\pi}{16}, \frac{7\pi}{16}, \frac{11\pi}{16}$  වේ.

(5)

[25]



පිටුපස.

(11) (a)  $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$  — (1)

මෙහි මූල  $\alpha'$  හි  $\beta'$  නිසා ධ්‍රැවක සමීකරණය  $a(x - \alpha')(x - \beta') = 0$  ලෙස ලියමු.

$$a(x^2 - (\alpha' + \beta')x + \alpha'\beta') = 0 \quad (2) \quad (5)$$

(1)  $\equiv$  (2) බැවින් සමතුල්කණය කරමු.

$$x: b = -a(\alpha' + \beta') \quad (5) \Rightarrow \alpha' + \beta' = -\frac{b}{a}$$

$$x: c = a\alpha'\beta' \quad (5) \Rightarrow \alpha'\beta' = \frac{c}{a} \quad [25]$$

$$\sqrt{a}x^2 - \sqrt{b}x + \sqrt{c} = 0, a, b, c > 0$$

මූල තත්ත්වය වීම  $\Delta \geq 0$  විය යුතුය. (5)

$$b - 4\sqrt{a}c \geq 0 \quad (5) \Rightarrow b \geq 4\sqrt{ac}$$

$$\alpha + \beta = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}, \quad \alpha\beta = \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{a}} \quad (5) \quad [10]$$

$$(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha\beta = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = \frac{b}{a} - 4\frac{\sqrt{c}}{\sqrt{a}} \quad (5)$$

$$(\alpha - \beta)^2 = \frac{b - 4\sqrt{ac}}{a} \Rightarrow |\alpha - \beta| = \sqrt{\frac{b - 4\sqrt{ac}}{a}} \quad (5) \quad [20]$$

$$|\alpha^2 - \beta^2| = |\alpha - \beta||\alpha + \beta| = \sqrt{\frac{b - 4\sqrt{ac}}{a}} \cdot \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{b^2 - 4b\sqrt{ac}}}{a} \quad (5)$$

මූල  $|\alpha - \beta|$  හි  $|\alpha^2 - \beta^2|$  හි ඉහත සමීකරණය

$$(x - |\alpha - \beta|)(x - |\alpha^2 - \beta^2|) = 0 \quad (5)$$

$$x^2 - (|\alpha - \beta| + |\alpha^2 - \beta^2|)x + |\alpha - \beta||\alpha^2 - \beta^2| = 0 \quad (5)$$

$$(5) \quad x^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{a}}\sqrt{b - 4\sqrt{ac}} + \frac{1}{a}\sqrt{b^2 - 4b\sqrt{ac}}\right)x + \sqrt{\frac{b - 4\sqrt{ac}}{a}} \cdot \frac{\sqrt{b^2 - 4b\sqrt{ac}}}{a} = 0$$

$$(5) \quad a^{3/2}x^2 - \sqrt{a}(\sqrt{b - 4\sqrt{ac}} + \sqrt{b^2 - 4b\sqrt{ac}})x + \sqrt{b}(b - 4\sqrt{ac}) = 0$$

$$a^{3/2}x^2 - \sqrt{a}(\sqrt{b - 4\sqrt{ac}} + \sqrt{b} \sqrt{b - 4\sqrt{ac}})x + \sqrt{b}(b - 4\sqrt{ac}) = 0$$

$$(5) \quad a^{3/2}x^2 - \sqrt{a}(\sqrt{a} + \sqrt{b})\sqrt{b - 4\sqrt{ac}}x + \sqrt{b}(b - 4\sqrt{ac}) = 0 \quad (6) \quad [30]$$

මෙහි මූල  $x$  හි  $y$  නම්,  $x = y$  හි  $x = \frac{1}{y}$ .

$$මූල  $\frac{1}{y}$  හි  $\frac{1}{y}$  හි ඉහත සමීකරණයේ වෙනුවෙන්  $y$  නම්,  $y = \frac{1}{y}$  හි  $y = \frac{1}{y}$  (5)$$

$$y = \frac{1}{x} \text{ හි } y = \frac{1}{x} \quad (5) \therefore x = \frac{1}{y} \text{ හි } x = \frac{1}{y} \text{ හි } x = \frac{1}{y} \quad (5)$$

$$\therefore x = \frac{1}{y} \text{ හි } (6) \Rightarrow a^{3/2} \cdot \frac{1}{y^2} - \sqrt{a}(\sqrt{a} + \sqrt{b})(b - 4\sqrt{ac}) \cdot \frac{1}{y} + \sqrt{b}(b - 4\sqrt{ac}) = 0$$

$$\sqrt{b}(b - 4\sqrt{ac})y^2 - \sqrt{a}(\sqrt{a} + \sqrt{b})(b - 4\sqrt{ac})y + a^{3/2} = 0 \quad (5) \quad [25]$$



(b)  $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + 1$

$f(1) = a + b + c + 1 = -1$  (5)

$a + b + c = -2$  — (1)

$f(x)$ ,  $(x-1)^3$  ന്റെ ഏതെങ്കിലും ഘാതം  $\phi(x)$  ആണെന്ന്  $x-2$  ന്റെ

$f(x) \equiv (x-1)^3 \phi(x) + x-2$  (5)

$ax^4 + bx^3 + cx^2 + 1 \equiv (x-1)^3 \phi(x) + x-2$

$\frac{d}{dx} \Rightarrow 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx \equiv (x-1)^3 \phi'(x) + \phi(x) \cdot 3(x-1)^2 \cdot 1 + 1$  (5)

$x=1 \Rightarrow 4a + 3b + 2c = 1$  — (2) (5)

$\frac{d}{dx} \Rightarrow 12ax^2 + 6bx + 2c \equiv (x-1)^3 \phi''(x) + \phi'(x) \cdot 3(x-1)^2 \cdot 1 + 3(x-1)^2 \phi'(x) + 3\phi(x) \cdot 2(x-1) \cdot 1$  (5)

$x=1 \Rightarrow 12a + 6b + 2c = 0$  — (3) (5)

$6a + 3b + c = 0$  — (3)

(3) - (2)  $\Rightarrow 8a + 3b = -1$  — (4)

(3) - (1)  $\Rightarrow 5a + 2b = 2$  — (5)

(4)  $\times 2$  - (5)  $\times 3 \Rightarrow a = -2 - b \Rightarrow a = -8$   
 (5)  $\Rightarrow 2b = 2 - 5(-8) \Rightarrow b = 21$   
 (1)  $\Rightarrow c = -2 + 8 - 21 \Rightarrow c = -15$  } 300  
 (10) 20 (5) 40

(12) (a) A-6, M-1, R-1, N-2, Y-1 =

എല്ലാ കോഡുകളുടെയും സമാനതയുടെ എണ്ണം =  $\frac{11}{16 \cdot 12 \cdot 10} = 27720$  (5) 15

(i) AMARA യുടെ കോഡുകളുടെ എണ്ണം NAYANA യുടെ കോഡുകളുടെ എണ്ണത്തിന് തുല്യമാകാൻ

എത്ര കോഡുകൾ കഴിയും  $= 12 = 2$  (5)

AMARA യുടെ കോഡുകളുടെ എണ്ണം  $= \frac{15}{12} = 20$  (5)

NAYANA യുടെ കോഡുകളുടെ എണ്ണം  $= \frac{16}{12 \cdot 13} = 60$  (5)

$\therefore$  മൊത്തം കോഡുകളുടെ എണ്ണം  $= 2 \times 20 \times 60 = 2400$  (5) 20

(ii) മൊത്തം A-കോഡുകളുടെ എണ്ണം  $= \frac{15}{12} = 60$  (5)

- AAA (എണ്ണം 5) AAA

മൊത്തം A-കോഡുകളുടെ എണ്ണം  $= 1$  (5)

മൊത്തം കോഡുകളുടെ എണ്ണം  $= 60 \times 1 = 60$  (5) 15

(iii) A-6, R-1, N-2  
 എല്ലാ കോഡുകളുടെയും സമാനതയുടെ എണ്ണം = 3  
 കോഡുകളുടെ എണ്ണം  $= 4$  കോഡുകളുടെ എണ്ണം  $= 1$   
 കോഡുകളുടെ എണ്ണം  $= 3$  കോഡുകളുടെ എണ്ണം  $= 2$   
 കോഡുകളുടെ എണ്ണം  $= 2$  കോഡുകളുടെ എണ്ണം  $= 1$   
 കോഡുകളുടെ എണ്ണം  $= 2$  കോഡുകളുടെ എണ്ണം  $= 2$   
 കോഡുകളുടെ എണ്ണം  $= 0$   
 കോഡുകളുടെ എണ്ണം  $= 6$  കോഡുകളുടെ എണ്ണം  $= 39$  (5) 30



(b)

$$\frac{3r+1}{(r+1)(r+2)(r+3)} = \frac{A}{(r+2)} - \frac{B}{(r+1)(r+2)} - \frac{A}{(r+3)} + \frac{B}{(r+2)(r+3)}$$

$$= A \left( \frac{1}{r+2} - \frac{1}{r+3} \right) - B \left( \frac{1}{(r+1)(r+2)} - \frac{1}{(r+2)(r+3)} \right)$$

$$\frac{3r+1}{(r+1)(r+2)(r+3)} = \frac{A}{(r+2)(r+3)} - \frac{2B}{(r+1)(r+2)(r+3)} \quad (5)$$

$$3r+1 = A(r+1) - 2B$$

$$r: A=3 \quad (5), \quad r^0: 1 = \frac{A}{3} - 2B \Rightarrow B=1 \quad (5)$$

15

$$\therefore U_r = \frac{3}{(r+2)} - \frac{1}{(r+1)(r+2)} - \frac{3}{(r+3)} + \frac{1}{(r+2)(r+3)} \quad (5)$$

$$U_r = 3 \left( \frac{1}{r+2} - \frac{1}{r+3} \right) - \left( \frac{1}{(r+1)(r+2)} - \frac{1}{(r+2)(r+3)} \right)$$

$$U_r = 3(V_r - V_{r+1}) - (W_r - W_{r+1}) \quad \therefore V_r = \frac{1}{r+2} \quad (5) \quad V_r, W_r \text{ series}$$

$$r=1 \Rightarrow U_1 = 3(V_1 - V_2) - (W_1 - W_2) \quad (5)$$

$$r=2 \Rightarrow U_2 = 3(V_2 - V_3) - (W_2 - W_3) \quad (5)$$

$$\vdots$$

$$r=n-1 \Rightarrow U_{n-1} = 3(V_{n-1} - V_n) - (W_{n-1} - W_n) \quad (5)$$

$$r=n \Rightarrow U_n = 3(V_n - V_{n+1}) - (W_n - W_{n+1}) \quad (5)$$

$$\sum_{r=1}^n U_r = 3(V_1 - V_{n+1}) - (W_1 - W_{n+1}) \quad (5)$$

$$= 3 \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{n+3} \right) - \left( \frac{1}{6} - \frac{1}{(n+2)(n+3)} \right)$$

$$\sum_{r=1}^n U_r = 1 - \frac{1}{6} - \frac{3}{n+3} + \frac{1}{(n+2)(n+3)} \quad (5) = \frac{5}{6} - \frac{3}{n+3} + \frac{1}{(n+2)(n+3)} \quad (30)$$

අනුක්‍රමය අසීමිත වේ.

(5)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{r=1}^n U_r = \frac{5}{6} - \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3}{n+3} + \frac{1}{(n+2)(n+3)} \right) \quad (5)$$

$$= \frac{5}{6} - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+8}{(n+2)(n+3)} = \frac{5}{6} - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3/n+8/n^2}{(1+2/n)(1+3/n)}$$

$$\sum_{r=1}^{\infty} U_r = \frac{5}{6} - 0 = \frac{5}{6} \quad (5)$$

එනම් අනුක්‍රමය අනුරේඛනීය වේ. එනම් අනුක්‍රමය අසීමිත වේ.

15



$$\sum_{r=1}^{2n} U_r = \sum_{r=1}^{2n} U_r - \sum_{r=1}^n U_r \quad (5)$$

$$= \frac{5}{6} - \frac{3}{(2n+3)} + \frac{1}{(2n+2)(2n+3)} - \left[ \frac{5}{6} - \frac{3}{(n+3)} + \frac{1}{(n+2)(n+3)} \right] \quad (5)$$

$$\sum_{r=1}^{2n} U_r = \frac{-6n-6+1}{2(n+1)(2n+3)} + \frac{3n+6-1}{(n+2)(n+3)}$$

$$\sum_{r=1}^{2n} U_r = \frac{-(6n+5)}{2(n+1)(2n+3)} + \frac{(3n+5)}{(n+2)(n+3)} = \frac{(3n+5)}{(n+2)(n+3)} - \frac{(6n+5)}{2(n+1)(2n+3)}$$

10

(13) (a)

$$A + \lambda B = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & -3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$(5) \begin{pmatrix} 1+2\lambda & 2+2\lambda & 3+2\lambda \\ -1+2\lambda & -2+2\lambda & -3+2\lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

සමීකරණ 6ට 0  
(10) නැත 0  $\left\{ \begin{array}{l} 1+2\lambda=4, 2+2\lambda=5, 3+2\lambda=6 \\ -1+2\lambda=2, -2+2\lambda=1, -3+2\lambda=0 \end{array} \right\} \lambda = \frac{3}{2} \quad (5)$

25

$$C = (A + \lambda B) B^T = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$C = \begin{pmatrix} 30 & 30 \\ 6 & 6 \end{pmatrix}_{2 \times 2} \quad (5)$$

10

$$D^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow D = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}_{2 \times 1} \quad (5)$$

$$M = C D = \begin{pmatrix} 30 & 30 \\ 6 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$M = \begin{pmatrix} 90 \\ 18 \end{pmatrix}_{2 \times 1} \quad (5)$$

15



(b)  $z_1 = x_1 + iy_1$ ,  $x_1, y_1 \in \mathbb{R}$ ,  $z_2 = x_2 + iy_2$ ,  $x_2, y_2 \in \mathbb{R}$  and conjugate.

$$(i) \quad z_1 + z_2 = (x_1 + x_2) + i(y_1 + y_2)$$

$$\overline{z_1 + z_2} = (x_1 + x_2) - i(y_1 + y_2) \quad (5)$$

$$= (x_1 - iy_1) + (x_2 - iy_2)$$

$$\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2} \quad (5)$$

10

$$(ii) \quad z_1 z_2 = (x_1 + iy_1)(x_2 + iy_2) = x_1 x_2 + \underbrace{i^2}_{-1} y_1 y_2 + i(x_1 y_2 + y_1 x_2)$$

$$z_1 z_2 = (x_1 x_2 - y_1 y_2) + i(x_1 y_2 + y_1 x_2)$$

$$\overline{z_1 z_2} = (x_1 x_2 - y_1 y_2) - i(x_1 y_2 + y_1 x_2)$$

$$= (x_1 - iy_1)(x_2 - iy_2)$$

$$\overline{z_1 z_2} = \overline{z_1} \overline{z_2} \quad (5)$$

10

$$(iii) \quad |z_1| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} = \sqrt{(x_1 + iy_1)(x_1 - iy_1)}$$

$$|z_1|^2 = (x_1 + iy_1)(x_1 - iy_1) \quad (5)$$

$$|z_1|^2 = z_1 \overline{z_1} \quad (5)$$

10

$$(iv) \quad z_1 \overline{z_2} + z_2 \overline{z_1} = (x_1 + iy_1)(x_2 - iy_2) + (x_2 + iy_2)(x_1 - iy_1)$$

$$= x_1 x_2 - \underbrace{i^2}_{-1} y_1 y_2 + i(y_1 x_2 - x_1 y_2) + x_1 x_2 - \underbrace{i^2}_{-1} y_1 y_2 + i(y_2 x_1 - x_2 y_1)$$

$$z_1 \overline{z_2} + z_2 \overline{z_1} = 2(x_1 x_2 + y_1 y_2) = 2 \operatorname{Re}(z_1 \overline{z_2}) \quad (5)$$

10

$z_1 \neq -z_2$  then  $\left| \frac{1 + z_1 z_2}{z_1 + z_2} \right| = 1$ ,  $|z_1| = |z_2| = 1$

$$\left| \frac{1 + z_1 z_2}{z_1 + z_2} \right|^2 = 1 \Rightarrow \left( \frac{1 + z_1 z_2}{z_1 + z_2} \right) \left( \frac{\overline{1 + z_1 z_2}}{\overline{z_1 + z_2}} \right) = 1 \quad (5)$$

$$\left( \frac{1 + z_1 z_2}{z_1 + z_2} \right) \left( \frac{1 + \overline{z_1} \overline{z_2}}{\overline{z_1} + \overline{z_2}} \right) = 1 \quad (5)$$

$$1 + \overline{z_1} \overline{z_2} + z_1 z_2 + \overline{z_1} \overline{z_2} z_1 z_2 = \overline{z_1} \overline{z_1} + \overline{z_2} \overline{z_2} + z_2 \overline{z_1} + z_1 \overline{z_2}$$

$$1 + \overline{z_1} \overline{z_2} + \underbrace{z_1 z_2}_1 \underbrace{z_1 z_2}_1 = \underbrace{|z_1|^2}_1 + \underbrace{|z_2|^2}_1 + \underbrace{(z_2 \overline{z_1} + z_1 \overline{z_2})}_{2 \operatorname{Re}(z_1 \overline{z_2})} \quad (5)$$

$$2 + z_1 z_2 + \overline{z_1} \overline{z_2} = 2 + 2 \operatorname{Re}(z_1 \overline{z_2})$$

$$\therefore z_1 z_2 + \overline{z_1} \overline{z_2} = 2 \operatorname{Re}(z_1 \overline{z_2}) \quad (5)$$

25



(c) 1' වන ප්‍රකාරයෙන්,  
 $(\cos \theta + i \sin \theta)^4 = \cos^4 \theta + 4 \cos^3 \theta \cdot i \sin \theta + 6 \cos^2 \theta \cdot i^2 \sin^2 \theta + 4 \cos \theta \cdot i^3 \sin^3 \theta + i^4 \sin^4 \theta$   
 $(\cos \theta + i \sin \theta)^4 = \cos^4 \theta + \sin^4 \theta - 6 \sin^2 \theta \cos^2 \theta + i(4 \sin \theta \cos^3 \theta - 4 \cos \theta \sin^3 \theta)$  — (1)

2' වන ප්‍රකාරයෙන්,  
 $(\cos \theta + i \sin \theta)^4 = \cos 4\theta + i \sin 4\theta$  — (2)

(1) = (2)  $\Rightarrow$  තනන්න කොටස් සමාන කිරීමෙන්  $\Rightarrow$

(b) —  $\cos 4\theta = \cos^4 \theta + \sin^4 \theta - 6 \sin^2 \theta \cos^2 \theta$  (5)

දකුණින් කොටස් සමාන කිරීමෙන්,

(a) —  $\sin 4\theta = 4 \sin \theta \cos^3 \theta - 4 \cos \theta \sin^3 \theta$  (5)

(a)/(b)  $\Rightarrow \tan 4\theta = \frac{4 \sin \theta \cos^3 \theta - 4 \cos \theta \sin^3 \theta}{\cos^4 \theta + \sin^4 \theta - 6 \sin^2 \theta \cos^2 \theta}$  (5)  

$$= \frac{4 \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \cos^3 \theta - 4 \cos \theta \sin^3 \theta}{\cos^4 \theta + \sin^4 \theta - 6 \sin^2 \theta \cos^2 \theta}$$
 (5)  

$$= \frac{4 \sin \theta \cos^2 \theta - 4 \cos \theta \sin^3 \theta}{\cos^4 \theta + \sin^4 \theta - 6 \sin^2 \theta \cos^2 \theta}$$
 (5)

$\tan 4\theta = \frac{4 \tan \theta - 4 \tan^3 \theta}{\tan^4 \theta + 1 - 6 \tan^2 \theta}$  (5)

$\tan 4\theta = \frac{4 \tan \theta - 4 \tan^3 \theta}{\tan^4 \theta + 1 - 6 \tan^2 \theta}$  (5) [35]

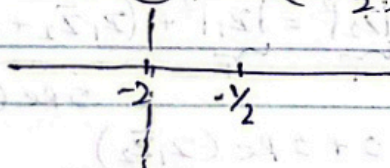
(14) (a)  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{(x+2)^2}, x \neq -2$

$f'(x) = \frac{(x+2)^2 \cdot 2x - (x^2 - 1) \cdot 2(x+2) \cdot 1}{[(x+2)^2]^2}$  (10) or 0

$f'(x) = \frac{2x(x+2) - 2(x^2 - 1)}{(x+2)^3} = \frac{2(x^2 + 2x - x^2 + 1)}{(x+2)^3}$  (5)

$f'(x) = \frac{2(2x+1)}{(x+2)^3}, x \neq -2$  [15]

$f'(x) = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$  (5),  $x = -\frac{1}{2}$  වන විට  $y = f(x) = \frac{\frac{1}{4} - 1}{(2 - \frac{1}{2})^2} = -\frac{1}{3}$   
 හරි අගය  $(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{3})$  (5)



$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} f(x) = 1$

$\therefore y = 1$  හිස් අවර්ණයක් වේ.

$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \infty$

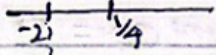
$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \infty \therefore x = -2$  උර්ධ්ව අවර්ණයක් වේ. (5)



$$f''(x) = \frac{2(1-4x)}{(x+2)^4}, \quad x \neq -2$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow 1-4x=0 \Rightarrow x = \frac{1}{4} \quad (5)$$

$$x = \frac{1}{4} \text{ නි } y = -\frac{15}{81} \therefore \left(\frac{1}{4}, -\frac{15}{81}\right) \text{ නිශ්චල ලක්ෂ්‍යයකි.} \quad (5)$$



|              | $-\infty < x < -2$ | $-2 < x < -\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{2} < x < \infty$ |
|--------------|--------------------|-------------------------|-----------------------------|
| $f'(x)$ ලකුණ | (+)                | (-)                     | (+)                         |
| $f(x)$       | එකඟවන බැවින්       | එකඟවන අඩුවීම            | එකඟවන බැවින්                |

(15)

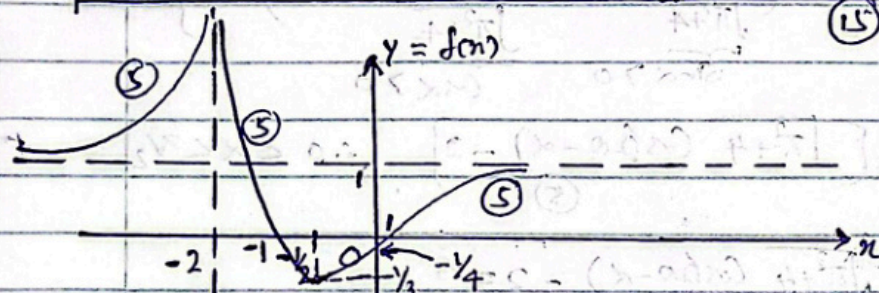
$$\therefore x = -\frac{1}{2} \text{ නි } y = -\frac{1}{3} \text{ අවමයකි. අවම ලක්ෂ්‍යය } \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}\right)$$

|               | $-\infty < x < -2$ | $-2 < x < \frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4} < x < \infty$ |
|---------------|--------------------|------------------------|----------------------------|
| $f''(x)$ ලකුණ | (+)                | (+)                    | (-)                        |
| අවම ලක්ෂ්‍යය  | ක්‍රියාත්මක        | ක්‍රියාත්මක            | අවම අවම                    |

(15)

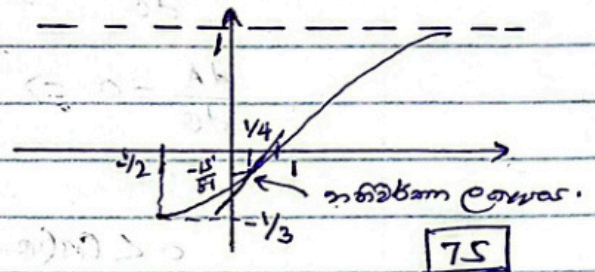
$x = \frac{1}{4}$  හි අවම ලක්ෂ්‍යයක් බවට පත්වන ලක්ෂ්‍යයකි.

$\therefore$  නිශ්චල ලක්ෂ්‍යය  $\left(\frac{1}{4}, -\frac{15}{81}\right)$  වේ.

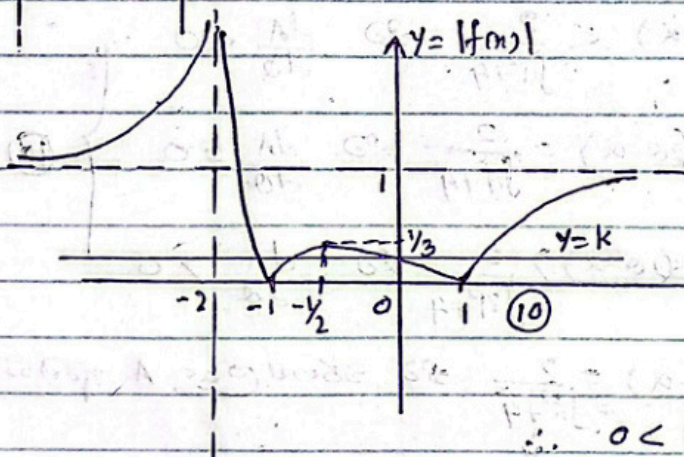


$$y = f(x) = 0$$

$$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$



75



$$|f(x)| = k$$

$$y = k$$

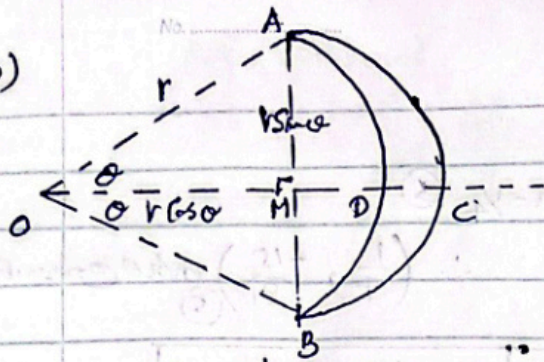
$$0 < |f(x)| < \frac{1}{3} \text{ වන විට } y = k \text{ හා } y = f(x) \text{ හි ඡේදන ලක්ෂ්‍ය 4 කි.} \quad (5)$$

$$\therefore 0 < |f(x)| < \frac{1}{3} \text{ වල } |f(x)| = k, k \in \mathbb{R}^+ \text{ සම්බන්ධයෙන් විසඳුම් හතරක් ඇත.}$$

15



(b)



$$\begin{aligned} \text{AOB } \Delta \text{ වල } &= \frac{1}{2} r \sin 2\alpha \cdot r \cos \alpha \\ &= r^2 \sin \alpha \cos \alpha \end{aligned}$$

$$\text{OAB කෝණය } \alpha \text{ ව. } = \frac{1}{2} r^2 \cdot 2\alpha = r^2 \alpha$$

$$\text{ACB දූර්ව චාපයේ වර්ගය } = \frac{\pi r^2 \sin^2 \alpha}{2}$$

$$\text{ලෙස ඇති වර්ගය } = \text{ACB ව.} - (\text{OAB කෝණය} - \text{AOB } \Delta \text{ ව.})$$

$$A = \frac{\pi r^2 \sin^2 \alpha}{2} - r^2 \alpha + r^2 \sin \alpha \cos \alpha \quad (5)$$

$$A = \frac{r^2}{2} (\pi \sin^2 \alpha - 2\alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha)$$

$$\frac{dA}{d\alpha} = \frac{r^2}{2} (\pi \cdot 2 \sin \alpha \cos \alpha - 2 + 2 \cos 2\alpha)$$

$$\frac{dA}{d\alpha} = \frac{r^2}{2} (\pi \sin 2\alpha + 2 \cos 2\alpha - 2) \quad (5)$$

$$\frac{dA}{d\alpha} = \frac{r^2}{2} \left[ \sqrt{\pi^2 + 4} \left( \frac{\pi}{\sqrt{\pi^2 + 4}} \sin 2\alpha + \frac{2}{\sqrt{\pi^2 + 4}} \cos 2\alpha \right) - 2 \right]$$

$$\frac{dA}{d\alpha} = \frac{r^2}{2} \left[ \sqrt{\pi^2 + 4} \cos(2\alpha - \alpha) - 2 \right], \quad \therefore 0 < \alpha < \pi/2 \quad (5)$$

$$\frac{dA}{d\alpha} = 0 \Rightarrow \sqrt{\pi^2 + 4} \cos(2\alpha - \alpha) - 2 = 0$$

$$\cos(2\alpha - \alpha) = \frac{2}{\sqrt{\pi^2 + 4}} \quad (5)$$

$$0 < \cos(2\alpha - \alpha) < \frac{2}{\sqrt{\pi^2 + 4}} \quad \text{එවිට } \frac{dA}{d\alpha} < 0$$

$$\cos(2\alpha - \alpha) = \frac{2}{\sqrt{\pi^2 + 4}} \quad \text{එවිට } \frac{dA}{d\alpha} = 0 \quad (10)$$

$$\cos(2\alpha - \alpha) > \frac{2}{\sqrt{\pi^2 + 4}} \quad \text{එවිට } \frac{dA}{d\alpha} > 0$$

$$\text{එනම්, } \cos(2\alpha - \alpha) = \frac{2}{\sqrt{\pi^2 + 4}} \quad \text{එවිට වර්ගය } A \text{ ඉවත්.}$$

$$\cos(2\alpha - \alpha) = \cos \alpha$$

$$2\alpha - \alpha = \alpha \quad (5)$$

$$\alpha = \alpha \quad \therefore \alpha = \cos^{-1} \frac{2}{\sqrt{\pi^2 + 4}} \quad \text{එවිට } A \text{ ඉවත්.} \quad \boxed{35}$$



$$(15) (a) \int \frac{dx}{(ax^2+b)(bx+a)}$$

$$a=0 \text{ m } b \neq 0 \Rightarrow \int \frac{dx}{(ax^2+b)(bx+a)} = \int \frac{dx}{b^2x} = \frac{1}{b^2} \ln|x| + C_1 \quad (5) \quad [10]$$

$$b=0 \text{ m } a \neq 0 \Rightarrow \int \frac{dx}{(ax^2+b)(bx+a)} = \int \frac{dx}{a^2x} = -\frac{1}{a^2x} + C_2 \quad (5) \quad [10]$$

$a \neq 0 \text{ m } b \neq 0 \Rightarrow$

$$\frac{1}{(ax^2+b)(bx+a)} = \frac{Ax+B}{ax^2+b} + \frac{C}{bx+a} \quad (5)$$

$$1 = (Ax+B)(bx+a) + C(ax^2+b)$$

$$x^2: 0 = Ab + aC \Rightarrow A = -\frac{a}{b}C$$

$$x: 0 = aA + bB \Rightarrow A = -\frac{b}{a}B$$

$$x^0: 1 = Ba + bC \Rightarrow 1 = Ba + \frac{b}{a}(-bA)$$

$$(5) B = \frac{a^2}{a^3+b^3}, \quad A = -\frac{b}{a} \cdot \frac{a^2}{(a^3+b^3)} = -\frac{ab}{a^3+b^3} \quad (5)$$

$$C = -\frac{b}{a} \cdot \frac{(-ab)}{(a^3+b^3)} = \frac{b^2}{a^3+b^3} \quad (5)$$

$$\frac{1}{(ax^2+b)(bx+a)} = \frac{a}{(a^3+b^3)} \left[ \frac{-bx+a}{ax^2+b} + \frac{b^2}{(a^3+b^3)(bx+a)} \right] \quad (5)$$

$$\int \frac{dx}{(ax^2+b)(bx+a)} = \frac{a}{(a^3+b^3)} \left[ \int \frac{-bx+a}{ax^2+b} dx + \frac{b^2}{(a^3+b^3)} \int \frac{dx}{(bx+a)} \right]$$

$$= \frac{a}{(a^3+b^3)} \left[ \frac{-b}{2a} \int \frac{2ax}{ax^2+b} dx + \int \frac{dx}{x^2 + \left(\frac{b}{a}\right)^2} \right] + \frac{b}{(a^3+b^3)} \int \frac{dx}{bx+a} \quad (5)$$

$$\int \frac{dx}{(ax^2+b)(bx+a)} = \frac{a}{(a^3+b^3)} \left[ \frac{-b}{2a} \ln|ax^2+b| + \frac{1}{\sqrt{b}} \tan^{-1}\left(x\sqrt{\frac{a}{b}}\right) \right] + \frac{b}{(a^3+b^3)} \ln|bx+a| + C \quad (5)$$

[65]



(b)

$$\int_0^{\sqrt{\pi/6}} x^5 \cos x^2 dx = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/6} t^2 \cos t dt \quad (5)$$

$$(5) \quad x^2 = t \Rightarrow x=0 \text{ so } t=0 \\ 2x \frac{dx}{dt} = 1 \quad x=\sqrt{t} \text{ so } t=\frac{\pi}{6}$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^{\pi/6} t^2 \frac{d}{dt}(\sin t) dt \quad x \frac{dx}{dt} = \frac{1}{2} (5)$$

$$= \frac{1}{2} \left[ t^2 \sin t \Big|_0^{\pi/6} - \int_0^{\pi/6} \sin t \cdot 2t dt \right] (5)$$

$$= \frac{1}{2} \left[ \frac{\pi^2}{36} \sin \frac{\pi}{6} - 0 + 2 \int_0^{\pi/6} t \frac{d}{dt}(-\cos t) dt \right] (5)$$

$$= \frac{\pi^2}{144} + t \cos t \Big|_0^{\pi/6} - \int_0^{\pi/6} \cos t \frac{d}{dt}(t) dt (5)$$

$$= \frac{\pi^2}{144} + \frac{\pi}{6} \cos \frac{\pi}{6} - 0 - \sin t \Big|_0^{\pi/6}$$

$$= \frac{\pi^2}{144} + \frac{\sqrt{3}\pi}{12} - (\sin \frac{\pi}{6} - 0)$$

$$\int_0^{\sqrt{\pi/6}} x^5 \cos x^2 dx = \frac{\pi^2}{144} + \frac{\sqrt{3}\pi}{12} - \frac{1}{2} (5)$$

**35**

(c)

$$I = \int_0^a f(x) dx = - \int_a^0 f(a-y) dy (5)$$

$$x=a-y \Rightarrow x=0 \text{ so } y=a \\ \frac{dx}{dy} = -1 \quad x=a \text{ so } y=0$$

$$I = \int_0^a f(a-y) dy = - \int_a^0 f(a-x) dx = J$$

**10**

$$I_m = \int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1 + \cot^m(x)} \quad (1)$$

$$I_m = \int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1 + \cot^m(\frac{\pi}{2}-x)} (5) = \int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1 + \tan^m x} = \int_0^{\pi/2} \frac{\cot^m x}{1 + \cot^m x} dx (2)$$

$$(1) + (2) \Rightarrow 2I_m = \int_0^{\pi/2} dx = x \Big|_0^{\pi/2} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow I_m = \frac{\pi}{4} (5)$$

**10**

$$\int_0^{\pi} \frac{dx}{1 + \cot^m(\frac{x}{2})} = 2 \int_0^{\pi/2} \frac{dy}{1 + \cot^m y} (5)$$

$$= 2I_m \\ = 2 \cdot \frac{\pi}{4}$$

$$\int_0^{\pi} \frac{dx}{1 + \cot^m(\frac{x}{2})} = \frac{\pi}{2}$$

$$(5) \begin{cases} \frac{x}{2} = y \text{ so } x=0 \text{ so } y=0 \\ x=\pi \text{ so } y=\pi/2 \\ \frac{dx}{dy} = 2 \end{cases}$$

सबको सम।

**10**



$$(16.) \quad y = m_1x + C_1 \quad \text{--- (1)} \quad y = m_2x + C_2 \quad \text{--- (2)} \quad y = m_3x + C_3 \quad \text{--- (3)}$$

$$\textcircled{1} = \textcircled{2} \Rightarrow m_1x + C_1 = m_2x + C_2$$

$$x = \frac{C_2 - C_1}{m_1 - m_2}, \quad m_1 \neq m_2 \quad \text{එවිට } y = \frac{m_1(C_2 - C_1)}{m_1 - m_2} + C_1$$

$$y = \frac{m_1C_2 - m_2C_1}{m_1 - m_2} \quad \textcircled{5}$$

① ම ② ට එකිනෙක සමාන  $\left( \frac{C_2 - C_1}{m_1 - m_2}, \frac{m_1C_2 - m_2C_1}{m_1 - m_2} \right)$  හි. එකම ලක්ෂ්‍යයක්

එවිට, ඔබ සමාන ③ ටම වෙනස් කරන්න.

$$\therefore \frac{m_1C_2 - m_2C_1}{(m_1 - m_2)} = \frac{m_3(C_2 - C_1)}{(m_1 - m_2)} + C_3 \quad \textcircled{5}$$

$$m_1C_2 - m_2C_1 = m_3(C_2 - C_1) + C_3(m_1 - m_2)$$

$$m_1(C_2 - C_3) + m_2(C_3 - C_1) + m_3(C_1 - C_2) = 0 \quad \text{--- (A)}$$

⑤

20

AB එකම  $y = m_3x + C_3$  ගත් ගණිත.

$y = 2x - 1$ ,  $y = 3x + 1$  ම  $y = m_3x + C_3$ , AB එකම ගත් ගණිත,

$$\textcircled{5} \quad m_1 = 2, m_2 = 3, m_3 = m_3, C_1 = -1, C_2 = 1, C_3 = C_3 \quad \text{මෙහි (A) } \Rightarrow$$

$$2(1 - C_3) + 3(C_3 + 1) + m_3(-1 - 1) = 0 \quad \textcircled{5}$$

$$C_3 - 2m_3 = -5 \quad \text{--- (1)}$$

$y = -3x + 4$ ,  $y = 4x - 2$  ම  $y = m_3x + C_3$ , B එකම ගත් ගණිත

$$\textcircled{5} \quad m_1 = -3, m_2 = 4, m_3 = m_3, C_1 = 4, C_2 = -2, C_3 = C_3 \quad \text{මෙහි (A) } \Rightarrow$$

$$-3(-2 - C_3) + 4(C_3 - 4) + m_3(4 + 2) = 0 \quad \textcircled{5}$$

$$7C_3 + 6m_3 = 10 \quad \text{--- (2)}$$

$$\textcircled{1} \times 3 + \textcircled{2} \Rightarrow 10C_3 = -5 \Rightarrow C_3 = -\frac{1}{2} \quad \textcircled{1} \Rightarrow 2m_3 = -\frac{1}{2} + 5 = \frac{9}{2}$$

⑤

$$m_3 = \frac{9}{4} \quad \textcircled{5}$$

$$\therefore \text{AB එකම ගත් ගණිතය } y = \frac{9}{4}x - \frac{1}{2} \Rightarrow 9x - 4y - 2 = 0 \quad \textcircled{5} \quad \boxed{35}$$

$$y = 2x - 1 \quad \text{--- (1)} \quad y = 3x + 1 \quad \text{--- (2)}$$

$$y = -3x + 4 \quad \text{--- (3)} \quad y = 4x - 2 \quad \text{--- (4)}$$

$$\textcircled{1} = \textcircled{2} \Rightarrow 2x - 1 = 3x + 1$$

$$\textcircled{3} = \textcircled{4} \Rightarrow -3x + 4 = 4x - 2$$

$$x = -2 \quad \text{එවිට } y = -5$$

$$7x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{7}$$

$$\therefore A(-2, -5) \quad \textcircled{5}$$

$$x = \frac{6}{7} \quad \text{එවිට } y = -\frac{18}{7} + 4 = \frac{10}{7}$$

$$\therefore B\left(\frac{6}{7}, \frac{10}{7}\right) \quad \textcircled{5}$$

AB වක්‍රයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයේ සමීකරණය  $(x+2)(x-\frac{6}{7}) + (y+5)(y-\frac{10}{7}) = 0$

$$x^2 + \frac{8}{7}x - \frac{12}{7} + y^2 + \frac{25}{7}y - \frac{50}{7} = 0 \quad \textcircled{5}$$

$$7x^2 + 7y^2 + 8x + 25y - 62 = 0$$

20



AB වෘත්තයේ මධ්‍යස්ථය  $S = 7x^2 + 7y^2 + 8x + 25y - 62 = 0$   
 $l = 2x - y - 1 = 0$

$S=0$  and  $l=0$  හි ඛණ්ඩාංක ලබා ගැනීම සඳහා වෘත්තය

$S + \lambda l = 0$  ලෙස ගනිමු. (10)

$7x^2 + 7y^2 + 8x + 25y - 62 + \lambda(2x - y - 1) = 0$

(5)  $7x^2 + 7y^2 + (8+2\lambda)x + (25-\lambda)y - 62 - \lambda = 0$  — (8)

(5)  $x^2 + y^2 + \frac{2}{7}(4+\lambda)x + \frac{1}{7}(25-\lambda)y - \frac{1}{7}(62+\lambda) = 0$  — (B)

(5)  $g_1 = \frac{1}{7}(4+\lambda)$ ,  $f_1 = \frac{1}{14}(25-\lambda)$ ,  $c_1 = -\frac{1}{7}(62+\lambda)$

$x^2 + y^2 + 2x - 2y + 1 = 0$  — (C)

$g_2 = 1$ ,  $f_2 = -1$ ,  $c_2 = 1$  (10)

(B) and (C) යුගලයෙන්,

$2g_1g_2 + 2f_1f_2 = c_1 + c_2$  ව්‍යාප්තිය (10)

$\frac{2}{7}(4+\lambda) \cdot 1 + \frac{2}{14}(25-\lambda) \cdot (-1) = -\frac{1}{7}(62+\lambda) + 1$  (10)

$8 + 2\lambda - 25 + \lambda = -62 - \lambda + 7$

$4\lambda = -38 \Rightarrow \lambda = -\frac{19}{2}$  (5)

$\therefore$  අවසාන වෘත්තයේ සමීකරණය  $\lambda = -\frac{19}{2}$  ලෙස (8)  $\Rightarrow$

(5)  $7x^2 + 7y^2 + (8-19)x + (25+\frac{19}{2})y - 62 + \frac{19}{2} = 0$

$14x^2 + 14y^2 - 22x + 69y - 105 = 0$

[75]

(17) (a)

$\sin x + \cos x = \sqrt{2} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \sin x + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos x \right)$

$= \sqrt{2} \left( \sin \frac{\pi}{4} \sin x + \cos \frac{\pi}{4} \cos x \right)$  (5)

$\sin x + \cos x = \sqrt{2} \cos \left( x - \frac{\pi}{4} \right)$  (5)  $= R \cos(x - \theta)$ ,  $R = \sqrt{2}$ ,  $\theta = \frac{\pi}{4}$   
 $(R > 0, 0 < \theta < \pi/2)$  (5) නිසාවට

$x = -x \Rightarrow \sin(-x) + \cos(-x) = \sqrt{2} \cos \left( -x - \frac{\pi}{4} \right)$  (5)

[15]

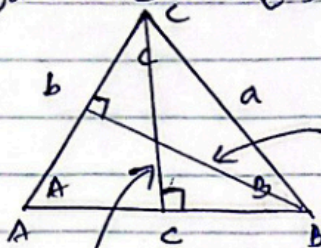
$-\sin x + \cos x = \sqrt{2} \cos \left( x + \frac{\pi}{4} \right)$

$\cos x - \sin x = \sqrt{2} \cos \left( x + \frac{\pi}{4} \right) = R \cos(x + \theta)$

[10]



ABC ත්‍රිකෝණයේ  $\Delta$  වල ඇතුළත



$$a \sin C = b \sin A$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \quad (2)$$

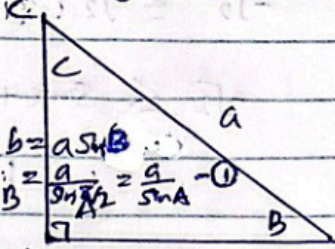
$$b \sin A = a \sin B$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \quad (1)$$

(5)

ABC ත්‍රිකෝණයේ  $\Delta$  වල ඇතුළත

ABC ත්‍රිකෝණයේ  $\Delta$  වල ඇතුළත



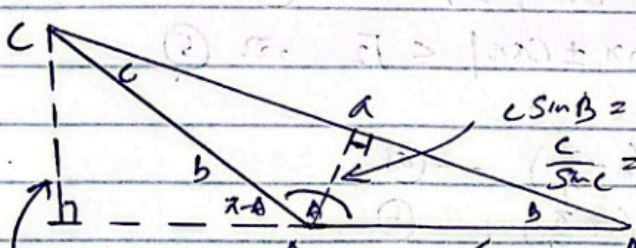
$$b = a \sin B$$

$$\frac{b}{\sin B} = \frac{a}{\sin A} \quad (1)$$

(5)

$$c = a \sin C$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C} \quad (2)$$



$$c \sin B = b \sin C$$

$$\frac{c}{\sin C} = \frac{b}{\sin B} \quad (2)$$

$$b \sin(A-A) = a \sin B$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \quad (1)$$

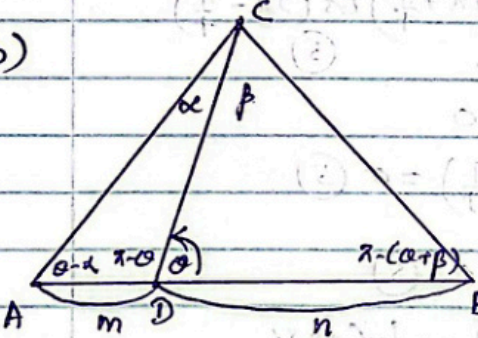
(5)

(1) and (2) give

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

[15]

(b)



$$\Delta ADC \Rightarrow \frac{DC}{\sin(\theta - \alpha)} = \frac{AD}{\sin \alpha} \quad (1)$$

(5)

$$\Delta BDC \Rightarrow \frac{DC}{\sin[\pi - (\alpha + \beta)]} = \frac{DB}{\sin \beta}$$

(5)

$$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin(\theta - \alpha)} = \frac{(AD)}{(DB)} \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$$

$$\begin{aligned} AD &= mk \\ DB &= nk \\ \frac{AD}{DB} &= \frac{m}{n} \end{aligned}$$

$$\frac{\sin \theta \cos \beta + \cos \theta \sin \beta}{\sin \theta \cos \alpha - \cos \theta \sin \alpha} = \frac{m}{n} \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \quad (5)$$

$$n \sin \alpha \sin \theta \cos \beta + n \sin \alpha \cos \theta \sin \beta = m \sin \beta \sin \theta \cos \alpha - m \sin \beta \cos \theta \sin \alpha$$

$$(m+n) \frac{\sin \alpha \cos \theta \sin \beta}{\sin \alpha \sin \theta \sin \beta} = \frac{m \sin \beta \sin \theta \cos \alpha}{\sin \alpha \sin \theta \sin \beta} - \frac{n \sin \alpha \sin \theta \cos \beta}{\sin \alpha \sin \theta \sin \beta}$$

(5)

$$(m+n) \cot \theta = m \cot \alpha - n \cot \beta$$

[20]



(i)  $-1 \leq \cos\left(\pi - \frac{\pi}{9}\right) \leq 1$

$$-\sqrt{2} \leq \sqrt{2} \cos\left(n - \frac{\pi}{4}\right) \leq \sqrt{2} \quad (5)$$

$$-\sqrt{2} \leq \sin x + \cos x \leq \sqrt{2} \quad (5)$$

$$\therefore |\sin x + \cos x| \leq \sqrt{2} \quad \text{--- (1)}$$

$$-1 \leq \cos\left(n + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1$$

$$-\sqrt{2} \leq \sqrt{2} \cos\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) \leq \sqrt{2}$$

$$-\sqrt{2} \leq \sin x - \cos x \leq \sqrt{2} \quad (5)$$

$$\therefore |\sin n - \cos n| \leq \sqrt{2} \quad \text{--- (2)}$$

① and ② ඉදිරිපත්  $|\sin x \pm \cos x| \leq \sqrt{2}$  නම් ⑤

20

(ii)  $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$  — (a)

$$-\sin n + \cos n = \sqrt{2} \cos\left(n + \frac{\pi}{4}\right) \quad \text{--- (b)}$$

$$(a) \times (b) \Rightarrow (\sin x + \cos x)(-\sin x + \cos x) = 2 \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \quad (5)$$

$$\cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \quad (5)$$

$$\textcircled{5} \quad \cos^2 2\pi - \sin^2 2\pi = 2\cos\left(2\pi + \frac{\pi}{4}\right)\cos\left(2\pi - \frac{\pi}{4}\right) \quad \textcircled{5}$$

$$\cos^2 2x - \sin^2 2x + \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

$$2 - \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \quad (5)$$

$$\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \left[2\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + 1\right] = 0 \quad (5)$$

$$\cos\left(2\pi + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \quad \text{and} \quad \cos\left(2\pi - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{2} = \cos 2\pi/3$$

$$2n + \frac{\pi}{4} = 2n\pi \pm \frac{\pi}{2}$$

$$2\pi - \frac{\pi}{4} = 2m\pi \pm \frac{2\pi}{3}$$

(5)  $x = n\pi + \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{8}, n \in \mathbb{Z}$

$$(5) \quad x = m\pi \pm \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{8}, m \in \mathbb{Z}.$$

30

(b) താഴെ ABC ത്രികോണത്തിൽ ചുറ്റും ചേർത്ത ചുരുക്കം കാണുക

अनुपात  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$  (5)

05



$$(c) \tan^{-1}(\cos 2x) + \tan^{-1}(\sin x) = \frac{\pi}{4}$$

$$\underbrace{\quad}_{\alpha} \quad \underbrace{\quad}_{\beta}$$

$$\tan \alpha = \cos 2x, \quad \tan \beta = \sin x, \quad -\frac{\pi}{2} < \alpha, \beta < \frac{\pi}{2}$$

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{4} \quad (5)$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \tan \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = 1 \Rightarrow \tan \alpha + \tan \beta = 1 - \tan \alpha \tan \beta \quad (5)$$

$$\cos 2x + \sin x = 1 - \cos 2x \sin x$$

$$1 - 2\sin^2 x + \sin x = 1 - \sin x(1 - 2\sin^2 x)$$

$$4\sin^2 x - 2\sin x = 0$$

$$2\sin x(2\sin x - 1) = 0 \quad (5)$$

$$\sin x = 0 \quad \text{or} \quad \sin x = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6}$$

$$x = n\pi$$

$$x = m\pi + (-1)^m \frac{\pi}{6}$$

(5)

$n \in \mathbb{Z}$

,  $m \in \mathbb{Z}$

(5)

25



ଉତ୍କଳ ପଢ଼ାଳୟ ମହାବିଦ୍ୟାଳୟ  
 13 ଶ୍ରେଣୀର ଉଚ୍ଚ ମହାବିଦ୍ୟାଳୟ - 2026  
 ଶାସ୍ତ୍ରମାନ ଗ୍ରନ୍ଥ - II  
 ଉତ୍କଳ ବିଜ୍ଞାନ ପରୀକ୍ଷା

A - ଶେଷଦର୍ଶନ

①

$\xrightarrow{u} \xrightarrow{0}$

$\textcircled{2m} \textcircled{m}$   
 A B

$\xrightarrow{v} \xrightarrow{u}$

ପ୍ରକାଶ A ଓ ପ୍ରକାଶ B ଉପରେ ଲାଗୁ.

⑤ ପ୍ରକାଶ B ଓ A ଓ ପ୍ରକାଶ V ଉପରେ ଲାଗୁ.

ଉପରୋକ୍ତ ଦିଆଯାଇଥିବା

କି.ପ୍ର. ନିମ୍ନଲିଖିତ ଗୋଟିଏ

$$2mv + mu = 2mu \quad ⑤$$

$$v = \frac{u}{2}$$

$$v - u = -e(u - 0) \quad ⑤$$

$$\frac{u}{2} - u = -eu$$

$$e = \frac{1}{2}$$

$$\text{ଆବେଗ କି.ପ୍ର.} = \frac{1}{2} \cdot 2m \cdot u^2 - \frac{1}{2} \cdot 2m \cdot \frac{u^2}{4} - \frac{1}{2} m u^2 \quad ⑤$$

$$= \frac{1}{2} m u^2 (2 - \frac{1}{2} - 1)$$

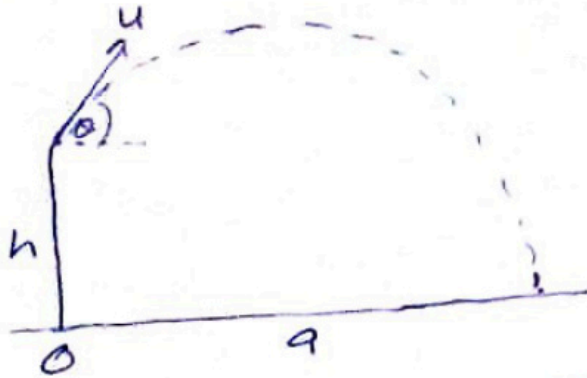
$$= \frac{1}{2} m u^2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$= (\text{ପ୍ରକାଶ B ଓ A ଓ ପ୍ରକାଶ V ଉପରେ ଲାଗୁ}) \cdot \frac{1}{2} \quad ⑤$$

25



2



$$s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$a = u \cos \theta \cdot t + 0$$

$$t = \frac{a}{u \cos \theta} \quad (5)$$

$$-h = u \sin \theta \cdot \frac{a}{u \cos \theta} - \frac{1}{2}g \cdot \frac{a^2}{u^2 \cos^2 \theta} \quad (5)$$

$$-h = a \tan \theta - \frac{ga^2(1 + \tan^2 \theta)}{2u^2}$$

$$-\frac{2u^2 h}{ga^2} = \frac{2u^2}{ga} \tan \theta - 1 - \tan^2 \theta$$

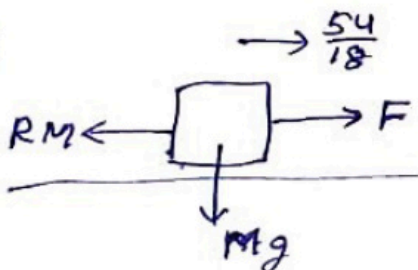
$$\tan^2 \theta - \frac{2u^2}{ga} \tan \theta + 1 - \frac{2u^2 h}{ga^2} = 0 \quad (5)$$

2 eqns in  $\tan \theta$  and  $\tan \theta_2$   
 $\tan \theta$  and  $\tan \theta_2$  are roots of eqn.

$$\tan \theta + \tan \theta_2 = \frac{2u^2}{ga} \quad (5)$$

25

3



$$F = ma \rightarrow$$

$$F - RM = M \cdot 0$$

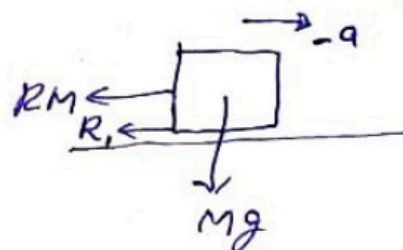
$$F = RM \quad (5)$$

$$H = PV$$

$$1000P = RM \cdot \frac{54}{18} \quad (5)$$

$$\frac{3600P}{Mu} = R$$

$$4 \text{ km h}^{-1} = \frac{4 \times 1000}{3600} = \frac{54}{18} \text{ m s}^{-1} \quad (5)$$



$$\rightarrow F = ma$$

$$-R_1 - MR = M(-a)$$

$$a = \frac{R_1 + MR}{M} \quad (5)$$

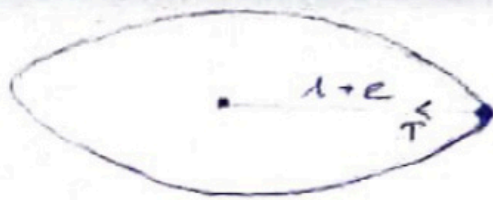
$$\rightarrow v^2 = u^2 + 2as$$

$$0 = \frac{25u^2}{324} - 2 \cdot 5 \left( \frac{R_1 + MR}{M} \right)$$

$$R_1 = \frac{5u^2 M}{648} - \frac{3600P}{4} \quad (5)$$

25

(4)



$$\theta = \omega t$$

$$2\pi n = \omega t \quad (5)$$

$$\omega = 2\pi n$$

$$\leftarrow F = m a$$

$$T = m(l+e)\omega^2 \quad (5)$$

$$\frac{2e}{l} = m(l+e)4\pi^2 n^2$$

$$(2 - 4\pi^2 n^2 l^2 m) e = 4\pi^2 n^2 l^2 m$$

$$e = \frac{4\pi^2 n^2 l^2 m}{2 - 4\pi^2 n^2 m l} //$$

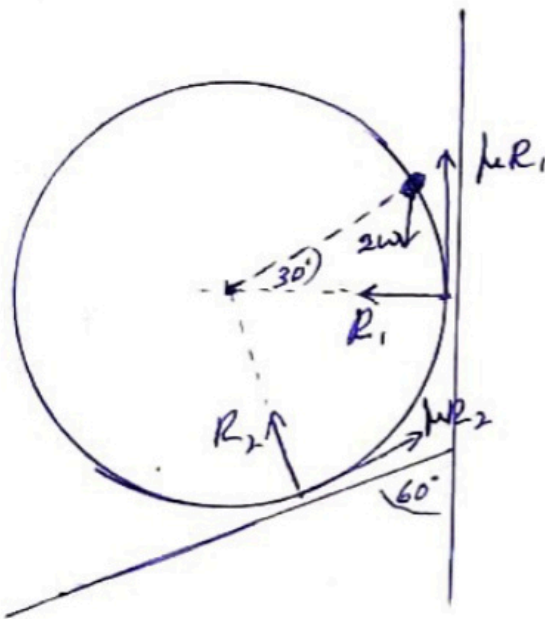
$$T = 2 \frac{e}{l}$$

$$= \frac{2}{l} \cdot \frac{4\pi^2 n^2 l^2 m}{2 - 4\pi^2 n^2 m l} \quad (5)$$

$$T = \frac{4\pi^2 n^2 l m a}{2 - 4\pi^2 n^2 m l} \quad (5)$$

25

(5)



$$\rightarrow \mu R_2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - R_2 \cdot \frac{1}{2} - R_1 = 0 \quad (5)$$

$$R_2 (\sqrt{3}\mu - 1) = 2R_1 \quad (1)$$

$$\uparrow \mu R_1 - 2W + R_2 \frac{\sqrt{3}}{2} + \mu R_2 \cdot \frac{1}{2} = 0 \quad (5)$$

$$2\mu R_1 + R_2 (\sqrt{3} + \mu) = 4W \quad (2)$$

$$\mu R_2 (\sqrt{3}\mu - 1) + R_2 (\sqrt{3} + \mu) = 4W$$

$$R_2 (\sqrt{3}\mu^2 + \sqrt{3}) = 4W$$

$$R_2 = \frac{4W}{\sqrt{3}(\mu^2 + 1)} \quad (5)$$

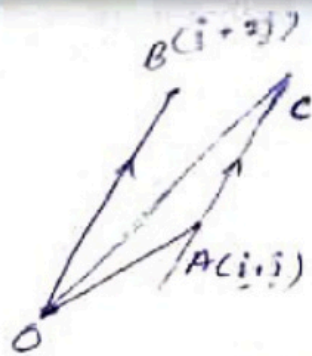
$$\textcircled{1} \times 2R_1 = \frac{4W}{\sqrt{3}(\mu^2 + 1)} \cdot (\sqrt{3}\mu - 1) \quad (5)$$

$$R_1 = \frac{2W(\sqrt{3}\mu - 1)}{\sqrt{3}(\mu^2 + 1)} \quad (5)$$

25



6



$$\vec{AB} = i+2j - (i+j) = j \quad (5)$$

$$\vec{AC} = 2\vec{OB} = 2i + 2j$$

$$\begin{aligned} \vec{OC} &= \vec{OA} + \vec{AC} \\ &= i+j + 2i+2j \\ &= (1+2)i + (1+2)j \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \vec{CB} &= \vec{CO} + \vec{OB} \\ &= -(1+2)i - (1+2)j + i+2j \\ &= -2i + (1-2)j \end{aligned}$$

$$\vec{OC} = \frac{7}{5}i + \frac{9}{5}j \quad (5)$$

AC ⊥ CB then

$$\vec{AC} \cdot \vec{CB} = 0 \quad (5)$$

$$(2i+2j) \cdot (-2i + (1-2)j) = 0$$

$$-2^2 + 2(1-2) = 0$$

$$-5 + 2(1-2) = 0$$

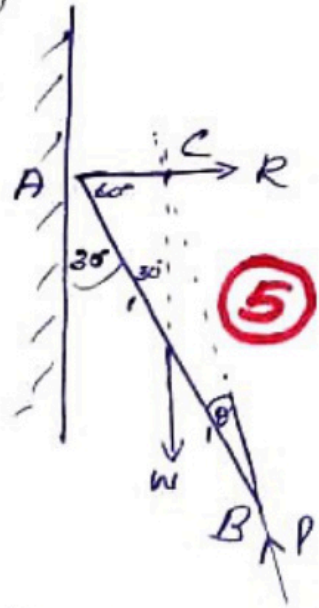
C in A or B or C

$$a = 0 \text{ or } a = 2/5$$

$$a = 2/5 \quad (5)$$

25

7



Let the weight W act downwards from P. The weight W is perpendicular to the hypotenuse BC. The weight W is perpendicular to the hypotenuse BC.

P is a point on the hypotenuse BC. The weight W is perpendicular to the hypotenuse BC.

ABC is a right-angled triangle. The weight W is perpendicular to the hypotenuse BC.

Let the weight W act downwards from P. The weight W is perpendicular to the hypotenuse BC.

$$\cot \theta - \cot 60^\circ = 2 \cot 30^\circ \quad (5)$$

$$\cot \theta = 2\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\cot \theta = \frac{7}{\sqrt{3}} \quad (5)$$

$$A \uparrow = 0$$

$$P \cdot 2 \sin \theta - W \cdot 4 \sin 30^\circ = 0 \quad (5)$$

$$2P \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{W}{2} = 0$$

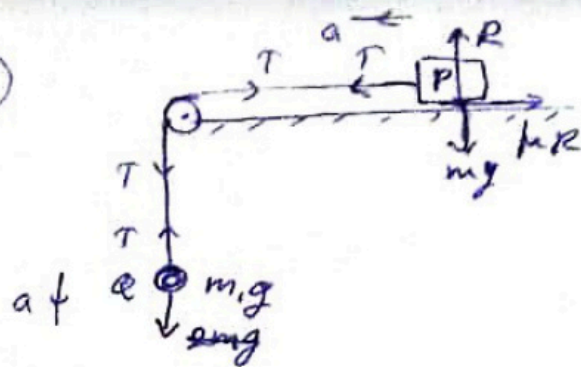
$$P = \frac{\sqrt{3} W}{2\sqrt{3}} \quad (5)$$

$$\tan \theta = \frac{\sqrt{3}}{7}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{\sqrt{3}}{7}$$

25

8



$$T = \frac{2mg(\mu+1)}{3}$$

PO ↑  $F = ma$   
 $R - mg = m \cdot 0$   
 $R = mg$

PO ←  $T - \mu R = ma$  — (1) PO ↓  $mg - T = m_1 a$  — (2)

①  
②  $\frac{\frac{2mg(\mu+1)}{3} - \mu mg}{mg - \frac{2mg(\mu+1)}{3}} = \frac{\mu}{m_1}$  T  $\mu < \mu_0$

$$\frac{2\mu(\mu+1) - 3\mu}{3m_1\mu - 2m\mu(\mu+1)} = \frac{1}{m_1}$$

$$m_1(2 - \mu) = 3m_1 - 2m(\mu+1)$$

$$-m_1(\mu+1) = -2m(\mu+1)$$

$$m_1 = 2m$$

25

9)  $P(A) = \frac{15}{100} = \frac{3}{20}$

$P(B) = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$

$$P(A \cap B) = \frac{6}{100} = \frac{3}{50}$$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$= \frac{3/50}{3/10} = \frac{1}{5}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{3}{20} + \frac{3}{10} - \frac{3}{50}$$

$$= \frac{39}{100}$$

25



⑩ a b c d e f

$$\frac{c+d}{2} = 5 \quad f = 8 \quad a = 2 \quad (5)$$

$$c+d = 10 \quad (5)$$

since 5 and  $c=5$  and  $d=5$  surya (5)

2, 6, 5, 5, e, 8

b = 3 or 4 { e = 6 or 7 } surya

2, 3, 5, 5, 6, 8 or ~~surya~~ surya

① — 2, 3, 5, 5, 7, 8 or surya 5 or (5)

b = 4 and e = 6 or 5 or

surya or surya

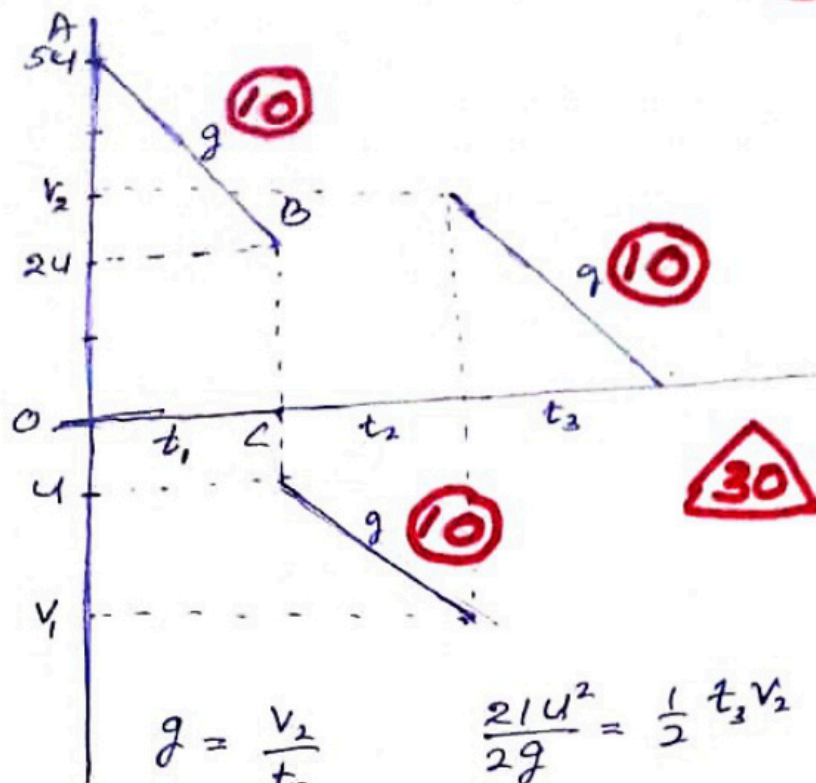
$$\textcircled{1} \text{ surya } \frac{9+4+0+0+4+9}{6} = \frac{26}{6} = \frac{13}{3} \quad (5)$$

surya 6

2, 3, 5, 5, 7, 8 or //



11(a)



5) ~~2000~~  $e = \frac{1}{2}$   
(mean velocity and  
total area under  
graph)

$$g = \frac{34}{t_1}$$

$$t_1 = \frac{34}{g} \quad 5$$

$$\begin{aligned} \text{Area} &= \text{OABCD} \\ &= \frac{1}{2} \cdot 74 \cdot \frac{34}{g} \\ &= \frac{214^2}{2g} \quad 5 \end{aligned}$$

15

$$g = \frac{v_2}{t_3}$$

$$\frac{214^2}{2g} = \frac{1}{2} t_3 v_2$$

$$t_3 = \frac{v_2}{g} \quad 5$$

$$\begin{aligned} \frac{214^2}{2g} &= \frac{1}{2} t_3 \cdot g \cdot t_3 \\ t_3 &= \frac{\sqrt{214}}{g} \quad 5 \end{aligned}$$

10

2000  $e = \frac{1}{2}$   $\Rightarrow$   $\frac{v_1 - u}{t_2} = \frac{1}{2} (v_1 + u) \frac{(v_1 - u)}{g}$

$$v_2 = e v_1$$

$$g = \frac{v_1 - u}{t_2}$$

$$\frac{214^2}{2g} = \frac{1}{2} (v_1 + u) \frac{(v_1 - u)}{g}$$

$$g t_3 = e v_1$$

$$t_2 = \frac{v_1 - u}{g} \quad 5$$

$$\frac{214^2}{2g} = \frac{v_1^2 - u^2}{2g} \quad 5$$

$$g \cdot \frac{\sqrt{214}}{g} = e v_1 \quad 5$$

$$224^2 = v_1^2 - u^2$$

$$e = \frac{\sqrt{214}}{v_1}$$

$$e = \frac{\sqrt{214}}{\sqrt{224}}$$

$$e = \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{22}} \quad 5$$

20



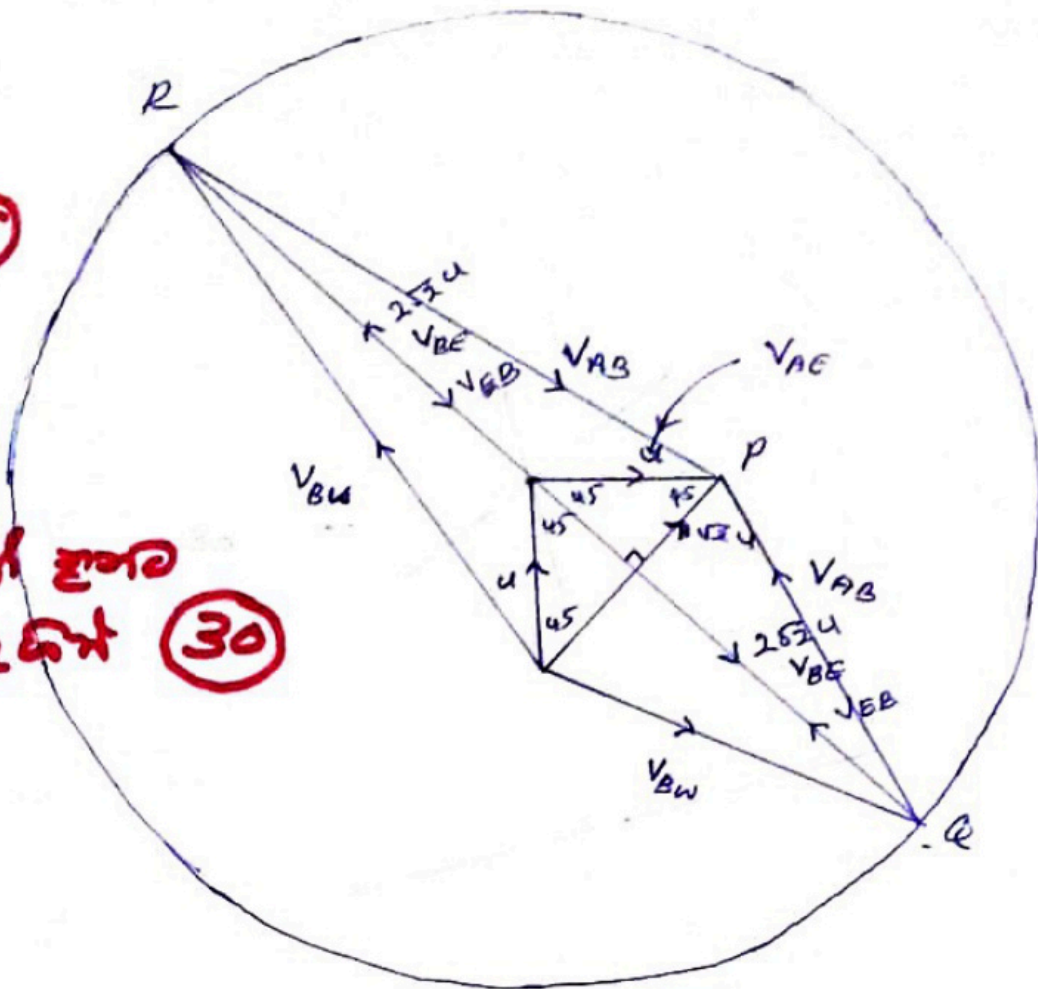
11 (b)

$$V_{AE} = \rightarrow u$$

$$V_{BE} = 2\sqrt{2}u \quad (5)$$

$$V_{WE} = \uparrow u$$

કોષ્ટકોના જવાબ  
10 માર્ક્સ (30)



$$V_{AW} = V_{AE} + V_{EW}$$

$$= \rightarrow u + \uparrow u \quad (5)$$

$$V_{BW} = V_{BE} + V_{EW}$$

$$= 2\sqrt{2}u + \uparrow u \quad (5)$$

બ ના કોષ્ટકોના જવાબ  
અલગ કોષ્ટકોના જવાબ  
આપો

$$V_{AW} = \sqrt{2}u \quad (5)$$

$$V_{AB} = V_{AE} + V_{EB} \quad (5)$$

$$V_{AB} = \overrightarrow{QP}$$

$$= \sqrt{[(2\sqrt{2}u)^2 + u^2 - 2 \cdot 2\sqrt{2}u \cdot u \cdot \cos 45^\circ]}^{1/2}$$

$$= (9u^2 - 4u^2)^{1/2} \quad (10)$$

$$= \sqrt{5}u //$$

$$V_{AB} = \overrightarrow{RP}$$

$$= \sqrt{[(2\sqrt{2}u)^2 + u^2 - 2 \cdot 2\sqrt{2}u \cdot u \cdot \cos 135^\circ]}^{1/2}$$

$$= (9u^2 + 4u^2)^{1/2} \quad (10)$$

$$= \sqrt{13}u //$$

75

150

The diagram shows a system of three particles, P, Q, and R, connected by strings. Particle P is on the left, Q is in the middle, and R is on the right. A pulley is located at point E. The forces acting on the particles are as follows:

- Particle P:** Tension  $T$  along the string PE, tension  $T$  along the string PQ, weight  $mg$  acting vertically downwards, and a horizontal force  $f_2$  acting to the right.
- Particle Q:** Tension  $T$  along the string QP, tension  $T$  along the string QE, weight  $2mg$  acting vertically downwards, and a horizontal force  $f_1$  acting to the right.
- Particle R:** Tension  $T$  along the string RE, tension  $T$  along the string RQ, weight  $3mg$  acting vertically downwards, and a horizontal force  $f_1$  acting to the right.

The diagram also shows reaction forces  $R_1$  at P,  $R_2$  at Q, and  $R_3$  at R. A horizontal force  $F$  acts to the left at point F. A vertical force  $4mg$  acts upwards at point A. The angle between the strings PE and QE is  $60^\circ$ . The horizontal distance between Q and R is  $a$ .

ભલે - 10  
 સ્વચ્છ - 10

$$Q2 \rightarrow 2mg \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - T = 2m(f_2 - \frac{F}{2}) \quad \text{--- (2)}$$

$$R_D \rightarrow 3mg \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3m(g, -\frac{1}{2})$$

$$RD \rightarrow 3mg \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3m(f_1 - \frac{f_2}{2}) \quad (4)$$

$$RD \rightarrow 3mg \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3m(F - \frac{f_2}{2})$$

$$0 = 4mF + m(F - \frac{f_2}{2}) + 2m(F - \frac{f_2}{2}) + 3m(F - \frac{f_2}{2}) \quad (4)$$

←  $0 = 4mF + m(F - \frac{1}{2}) + 2m$  (5) (5) (5) (5)  
 S 70% ହୃଦୟର ସାବଧାନ 9 ଡିଗ୍ରୀ ଘଟାଇବା ବା ହୃଦୟ  
 ଗୋଟିଏ ସାବଧାନ 9 ଡିଗ୍ରୀ ଘଟାଇବା. (5)  
 100%

$s = ut + \frac{1}{2}at^2$   
 $a = \frac{1}{2}Ft^2$

$$a = \frac{1}{2} F \cdot t^2$$

$$R0 \rightarrow S = \frac{1}{2} \cdot f_1 \cdot \frac{2q}{F} \text{ (5)}$$

RS

ନ: 25. ଶେଷର

$$\frac{1}{2}mv^2 - mg \cdot 9 \sin \theta = \frac{1}{2}m \cdot 4.94 + 0$$

$$v^2 = 2ga(2 + \sin\theta)$$

←  $F = ma$

$$R - mg \sin \alpha = \frac{m}{a} \cdot 2ga(2 + \sin \alpha)$$

$$\textcircled{5} R = mg(4 + 3 \cos \theta)$$

20



$$\theta = \frac{\pi}{2} \text{ ને યોગ્ય B ના નજરે } (5)$$

$$\text{અહીં } v^2 = 2ga(2 + \sin \frac{\pi}{2}) (5)$$

$$v = \sqrt{6ga} (5)$$

$$\text{જોઈએ તો યથા પ્રમાણ } \frac{5\sqrt{6ga}}{6} = 5\sqrt{\frac{ga}{6}} (5)$$

અહીં બંનેનાં સ્થાન A ને B ને બેઝાલેટનાં સપાટ  
B ની પ્રમાણ  $v_1$  ને

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m \cdot \frac{25ga}{6} - mga (5)$$

$$v_1^2 = \frac{13ga}{6} (5)$$

A નો સ્થાન

$$v^2 = u^2 + 2as$$

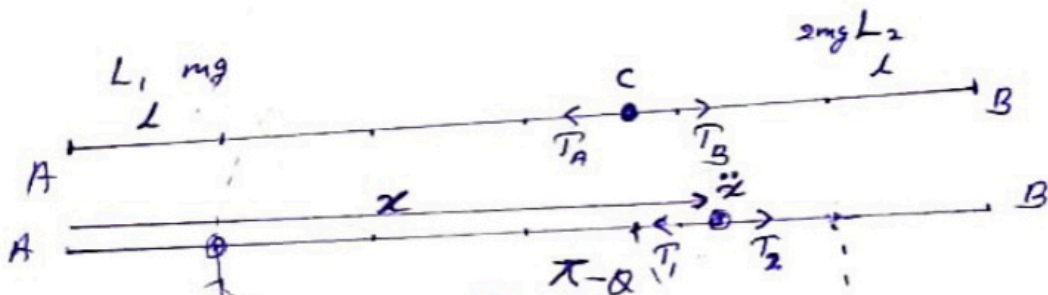
$$v^2 = \frac{13ga}{6} + 2ga (5)$$

$$v = \sqrt{\frac{25ga}{6}} (5)$$

45

150

13



(5)

$$\rightarrow F = ma$$

$$T_2 - T_1 = m\ddot{x} (5)$$

$$\frac{2mg(5l-x)}{l} - \frac{mg(x-l)}{l} = m\ddot{x} (5)$$

$$-\frac{3g}{l}x + 11g = \ddot{x} (5)$$

$$\ddot{x} + \frac{3g}{l}(x - \frac{11l}{3}) = 0 // (5)$$

અહીંથી

$$T_A = T_B (5)$$

$$\frac{mg(AC-l)}{l} = \frac{2mg(6l-AC-l)}{l} (5)$$

$$3AC = 11l (5)$$

$$AC = \frac{11l}{3} (5)$$

25

દેખીએ તો અહીંથી મળે છે  
અને જોઈએ તો અહીંથી મળે છે  
જેમ કે  $\ddot{x} = 0$   $x = \frac{11l}{3}$  (5)

විකේන්ද්‍ර භ්‍රමණයේදී උපරිම වේගය සොයා ගැනීම  
 විකේන්ද්‍ර භ්‍රමණයේදී උපරිම වේගය සොයා ගැනීම  
 විකේන්ද්‍ර භ්‍රමණයේදී උපරිම වේගය සොයා ගැනීම

$$\dot{x}^2 = \omega^2 (L^2 - x^2)$$

$$\dot{x}^2 = \frac{3g}{2} \left( \frac{64L^2}{9} - \frac{16L^2}{9} \right)$$

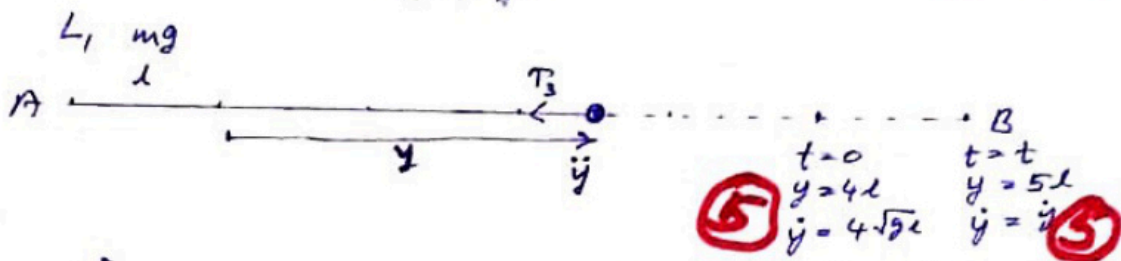
$$\dot{x}^2 = 16Lg$$

$$\dot{x} = 4\sqrt{Lg}$$

$$\begin{aligned}
 \text{පරිමාණය} \quad \omega C = \frac{\pi - \theta}{\omega} \\
 = \frac{2\pi}{3} \sqrt{\frac{L}{3g}}
 \end{aligned}$$

$$\cos \theta = \frac{4^{1/3}}{8^{1/3}} = \frac{1}{2}$$

$$\theta = \pi/3$$



$$\begin{aligned}
 \Rightarrow F = ma \\
 -T_2 = m\ddot{y}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 -\frac{mg y}{L} = m\ddot{y} \\
 \ddot{y} + \frac{g}{L} y = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 L_2 \text{ හි චලනයේදී} \\
 \dot{y}^2 = \omega^2 (L^2 - y^2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 16Lg = \frac{g}{L} (L^2 - 16L^2) \\
 L = 4\sqrt{2}L
 \end{aligned}$$

විකේන්ද්‍ර භ්‍රමණයේදී  $\ddot{y} = 0$   
 $y = 0$   $L$  හි චලනයේදී

$$\begin{aligned}
 y &= \alpha \cos \omega t + \beta \sin \omega t \quad \text{--- (1)} \\
 \dot{y} &= -\alpha \omega \sin \omega t + \beta \omega \cos \omega t \quad \text{--- (2)} \\
 \ddot{y} &= -\omega^2 (\alpha \cos \omega t + \beta \sin \omega t)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \ddot{y} &= -\omega^2 y \\
 y &= -\frac{g}{L} y \\
 \omega &= \sqrt{\frac{g}{L}} \\
 \left. \begin{aligned}
 4L &= \alpha \\
 4\sqrt{2}L &= \beta \omega \\
 4L &= \beta
 \end{aligned} \right\} \alpha &= \beta \text{ වේ}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B \text{ හි } \text{--- (1)} \\
 5L &= 4L \cos \omega t + 4L \sin \omega t \\
 \frac{5}{4\sqrt{2}} &= \cos \omega t \cos \pi/4 + \sin \omega t \sin \pi/4 \\
 \frac{5}{4\sqrt{2}} &= \cos (\omega t - \pi/4)
 \end{aligned}$$

$$t = \sqrt{\frac{L}{g}} \left[ \frac{\pi}{4} + \cos^{-1} \frac{5}{4\sqrt{2}} \right]$$

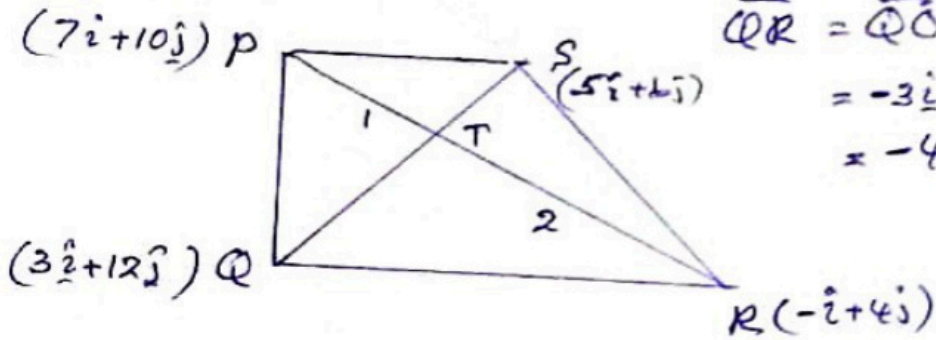
75 150



14 (9)

$$\begin{aligned}\vec{QP} &= \vec{QO} + \vec{OP} \\ &= -3\hat{i} - 12\hat{j} + 7\hat{i} + 10\hat{j} \\ &= 4\hat{i} - 2\hat{j} \quad \textcircled{5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{QR} &= \vec{QO} + \vec{OR} \\ &= -3\hat{i} - 12\hat{j} - (\hat{i} + 4\hat{j}) \\ &= -4\hat{i} - 8\hat{j} \quad \textcircled{5}\end{aligned}$$



$$\vec{QP} \cdot \vec{QR} = (4\hat{i} - 2\hat{j}) \cdot (-4\hat{i} - 8\hat{j}) = -16 + 16 = 0$$

$$\mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C} \text{ ist.}$$

$$\vec{OT} = \frac{14\hat{i} + 20\hat{j} - \hat{i} + 4\hat{j}}{3}$$

$$\vec{OT} = \frac{1}{3}(13\hat{i} + 24\hat{j}) \quad (5)$$

$$\vec{QT} = -3\hat{i} - 12\hat{j} + \frac{13}{3}\hat{i} + 8\hat{j}$$

$$= \frac{1}{3}(4\hat{i} - 12\hat{j}) \quad \textcircled{5}$$

$$\vec{\phi}_S = 2\vec{\phi}_T = \frac{2}{3}(4\hat{i} - 12\hat{j}) \quad \text{--- (1)}$$

$$\vec{QS} = \vec{QP} + \vec{PS} = \vec{QP} + \mu \vec{QR} \quad (5)$$

$$= 4\hat{i} - 2\hat{j} + \mu(-4\hat{i} - 8\hat{j}) \quad (2)$$

$i \neq j$  m  $i \neq j$  or not

① m ②  $\frac{1}{2}$

① m ② n

(i)  $\frac{4\lambda}{3} = 4 - 4\mu$  (5)

(j)  $-4\lambda = -2 - 8\mu$  (5)

$$\left. \begin{aligned} \frac{4\lambda}{3} &= 4 - 4\mu \\ -4\lambda &= -2 - 8\mu \end{aligned} \right\} \begin{aligned} 0 &= 12 - 12\mu - 2 - 8\mu \\ \mu &= \frac{1}{2} \quad \lambda = \frac{3}{2} \end{aligned}$$
 (5)

→  $\vec{\Phi}_S = \vec{a} \cdot \vec{b}$

$$\frac{Q_S}{Q_T} = 2 = \frac{3}{2} \textcircled{5}$$

$$Q_T : T_S = 2 : 1$$

$$\begin{aligned}\vec{OS} &= \vec{OP} + \vec{PS} \\ &= 3\hat{i} + 12\hat{j} + \frac{1}{2}(4\hat{i} - 12\hat{j}) \\ &= 5\hat{i} + 6\hat{j} \quad \text{⑤}\end{aligned}$$

QR//PS നിർമ്മ

$$\vec{RS} = 6\hat{i} + 2\hat{j}$$

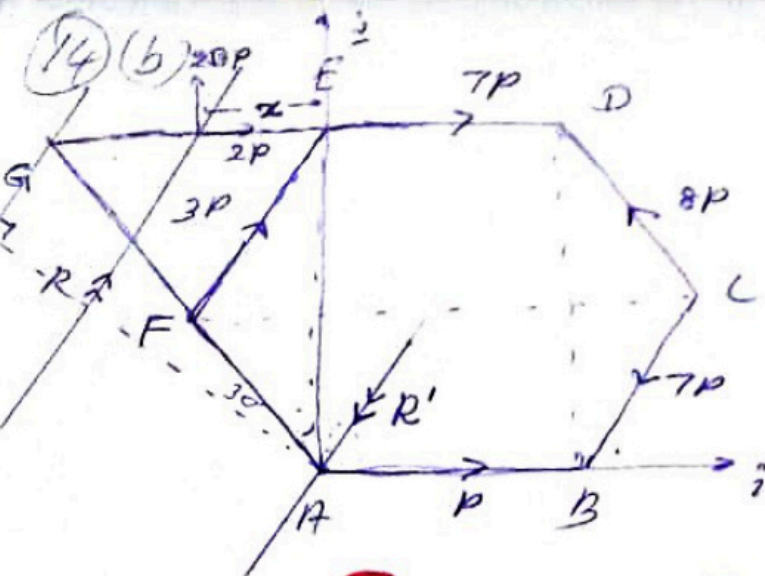
$$\overrightarrow{\phi P} = 4\hat{i} - 2\hat{j} \text{ से } \sqrt{20}$$

RSXOP 5

पर्स  
श्री ५

சுருதிமொழி

15



$$p = p_2 \quad \textcircled{5}$$

$$7P = -\frac{7P}{2}i - \frac{7P\sqrt{3}}{2}j \quad (5)$$

$$\delta P = -\frac{\delta P_i}{2} + \delta P \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} j$$

$$7p = 7p_i \text{ (5)}$$

$$3P = \frac{3P}{2} \cdot 2 + 3P \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (5) \quad (25)$$

ans:  $R = 2P_i + 2\sqrt{3}P_j$   
 $= 2P(\hat{i} + \sqrt{3}\hat{j})$

from  $\tan \alpha = \frac{y}{x}$

$\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{1} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3}$  BC @ 20

ଅର୍ଥାତ୍  $E$  ଯିଏ ଅଭେଦ

$$2\sqrt{3}Px = (7P \cdot \frac{1}{2} - P)\sqrt{3} + (7P \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 8P \cdot \frac{\sqrt{3}}{2})9$$

$$2x = \frac{59}{2} - \frac{9}{2}$$

$$x = 9 \quad \textcircled{5}$$

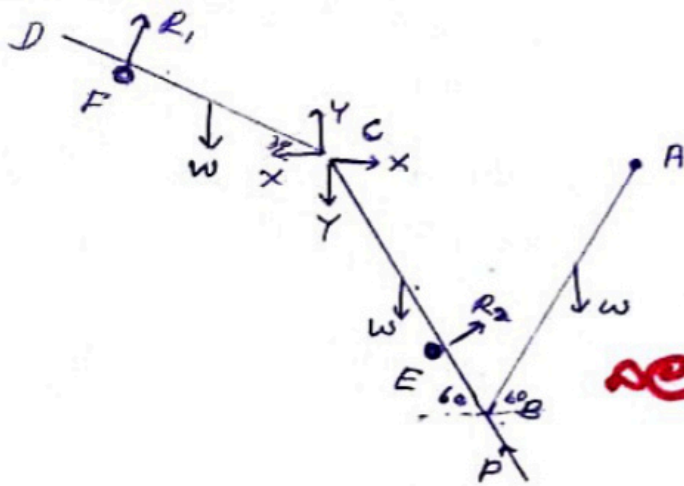
$x = 9$  ⑤  $EG = 9$  ବା  $\mathbb{R}$  ଉପରେ  $G$  ଗଠନ କରି

$$R' = -2P(\underline{i} + \sqrt{3}\underline{j}) \quad (5)$$

உதாரணம் 2)  $\rightarrow 4p \cdot 2q \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}pq$



15(a)



CD @ C

$$W \cdot 29 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = R_1 \cdot 39$$

$$R_1 = \frac{W}{\sqrt{3}} \quad (5)$$

ac (5)

CD @

$$\rightarrow -X + R_1 \cdot \frac{1}{2} = 0$$

$$X = \frac{W}{2\sqrt{3}} \quad (5)$$

$$\uparrow Y - W + R_1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$$

$$Y - W + \frac{W}{2} = 0$$

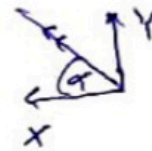
$$Y = \frac{W}{2} \quad (5)$$

$$R = \sqrt{\frac{W^2}{12} + \frac{W^2}{4}} = \frac{W}{\sqrt{3}}$$

$$R = R_1 \quad (5)$$

$$\text{Eand } \tan \alpha = \frac{W/2}{W/2\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

$$\alpha = \pi/3 \quad (5)$$



BC @ B

$$-R_2 \cdot 9 + W \cdot 29 \cdot \frac{1}{2} + \frac{W}{2} \cdot 49 \cdot \frac{1}{2} - \frac{W}{2\sqrt{3}} \cdot 49 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 0 \quad (10)$$

$$-R_2 + W + W - W = 0$$

$$R_2 = W \quad (5)$$

ABC @ A

$$W \cdot 29 \cdot \frac{1}{2} + W \left( 49 \cdot \frac{1}{2} + 29 \cdot \frac{1}{2} \right) - P \cdot 49 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + R_2 \cdot 9 + Y \cdot \left( 49 \cdot \frac{1}{2} + 49 \cdot \frac{1}{2} \right) = 0 \quad (10)$$

$$W + 3W - 2\sqrt{3}P + W + 2W = 0$$

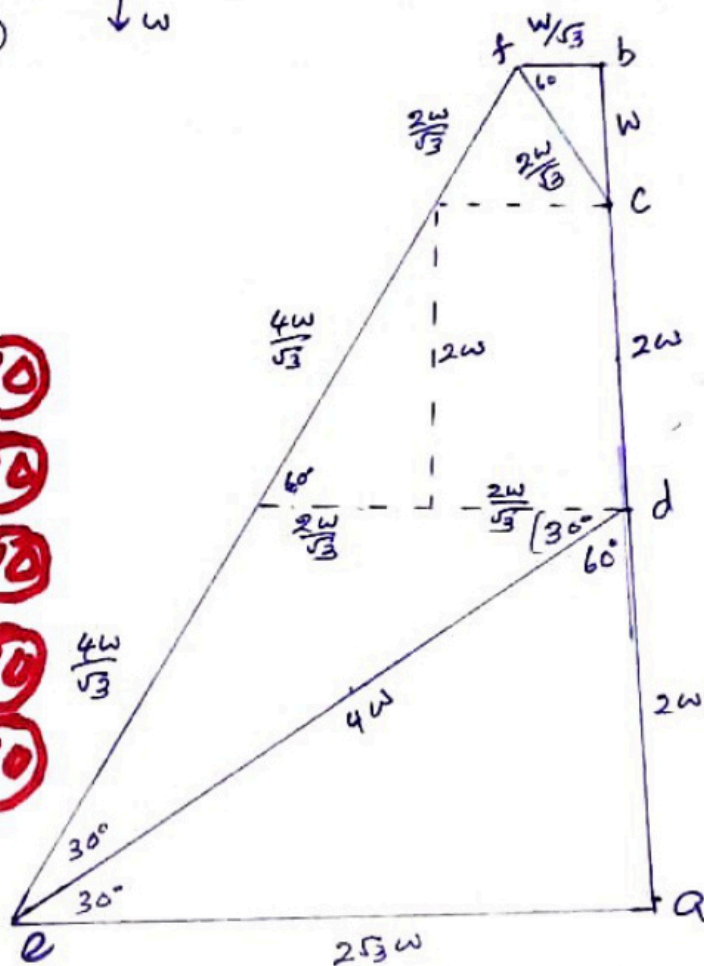
$$2\sqrt{3}P = 7W$$

$$P = \frac{7W}{2\sqrt{3}} \quad (5)$$

60

A free body diagram of a truss structure. The truss consists of three main members: a horizontal bottom chord, a left diagonal, and a right diagonal. There are three joints: a left support joint, a central bottom joint, and a top joint. The left support joint is labeled 'A' and has a reaction force of  $2A$  acting to the left. The central bottom joint is labeled 'B' and has a reaction force of  $p$  acting upwards. The top joint is labeled 'D' and has a downward load of  $2w$ . The right end of the truss is labeled 'C' and has a downward load of  $w$ . The members are labeled with circled letters: 'a' for the bottom chord, 'b' for the bottom chord segment to the right of the central joint, 'c' for the right diagonal, 'd' for the left diagonal, 'e' for the left diagonal segment to the left of the central joint, and 'f' for the right diagonal segment to the right of the central joint. Arrows indicate the direction of internal forces: tension (pulling away from the joint) and compression (pushing towards the joint).

| عقد | شماره اعضا    |                |
|-----|---------------|----------------|
|     | شماره 1       | شماره 2        |
| AB  | X             | $2\sqrt{3}W$   |
| BC  | X             | $W/\sqrt{3}$   |
| CD  | $2W/\sqrt{3}$ | X              |
| DA  | $4W$          | X              |
| DB  | X             | $10W/\sqrt{3}$ |



$P = 5W$  (5)

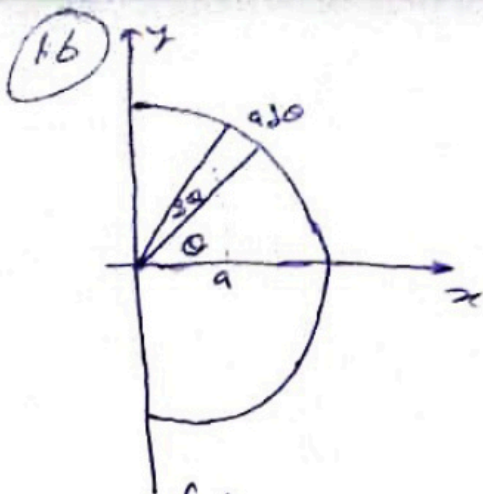
Ans 2nd Ques =  $\downarrow$  24 (5)

B, C, D ဆိုသော  
အမှတ် 10 ရှိသော  
(30)

90

150





da ist die Lamina symmetrisch zur y-Achse  
 also gilt  $\bar{y} = 0$  (5)

$$dm = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \sin \theta \cdot \rho \quad (5)$$

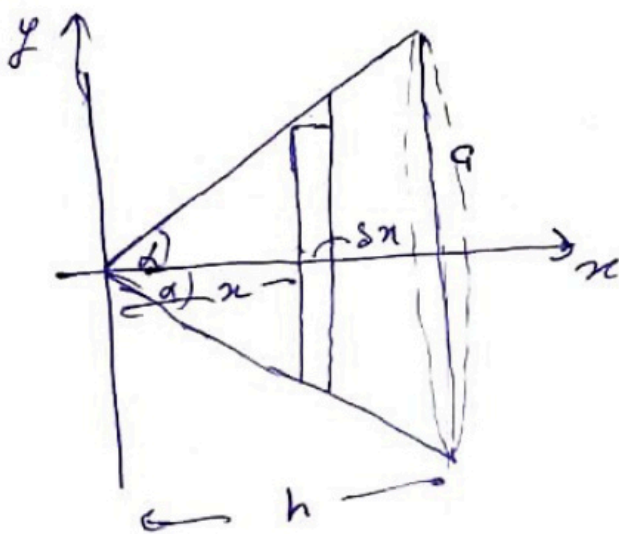
$$x = \frac{2a \cos \theta}{3} \quad (5)$$

$$\bar{x} = \frac{\int x dm}{\int dm}$$

$$= \frac{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{2a \cos \theta}{3} \cdot \frac{1}{2} a^2 \rho d\theta}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{1}{2} a^2 \rho d\theta}$$

$$= \frac{\frac{2a}{3} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \theta d\theta}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} 1 d\theta} = \frac{2a [\sin \theta]_{-\pi/2}^{\pi/2}}{3 [\theta]_{-\pi/2}^{\pi/2}} \quad (5)$$

$$= \frac{2a(1+1)}{3[\pi/2 + \pi/2]} = \frac{4a}{3\pi} \quad (5) \quad \boxed{30}$$



da ist die Lamina symmetrisch zur y-Achse  
 also gilt  $\bar{y} = 0$  (5)

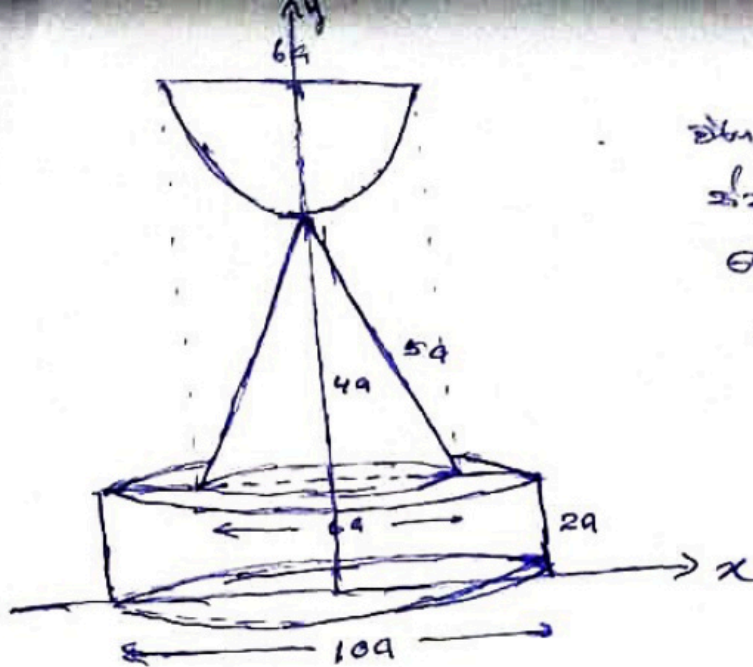
$$dm = 2\pi \cdot x \tan x \cdot \sec x \cdot \rho \quad (5)$$

$$x = x \quad (5)$$

$$\bar{x} = \frac{\int x dm}{\int dm}$$

$$= \frac{\int_0^h x \cdot 2\pi x \tan x \sec x \rho dx}{\int_0^h 2\pi x \tan x \sec x \rho dx} = \frac{\int_0^h x^2 dx}{\int_0^h x dx} \quad (5)$$

$$= \frac{\left[ \frac{x^3}{3} \right]_0^h}{\left[ \frac{x^2}{2} \right]_0^h} = \frac{\frac{2}{3} \frac{h^3 - 0}{h^2 - 0}}{\frac{h^2 - 0}{h^2 - 0}} = \frac{2h}{3} \quad (5) \quad \boxed{30}$$



ସ୍ଥିତି ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ?  
 ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ  $G(\bar{x}, \bar{y})$ ?  
 ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ  
 ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ  $\bar{x} = 0$  ଓ  
 (5)

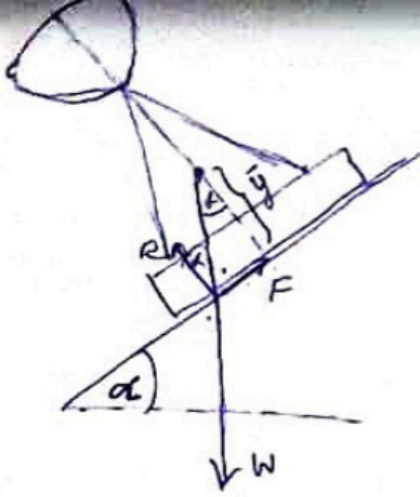
| ଅଂଶ | ଅଂଶର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ                                                           | $\bar{y}$                                                     |
|-----|--------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|
|     | $2\pi \cdot 5a \cdot 2a \rho = 20\pi a^2 \rho$ (5)                       | $a$ (5)                                                       |
|     | $\pi (5a)^2 \rho = 25\pi a^2 \rho$ (5)                                   | $2a$ (5)                                                      |
|     | $\pi \cdot 3a \cdot 5a \rho = 15\pi a^2 \rho$ (5)                        | $2a + \frac{1}{3} \cdot 4a = \frac{10a}{3}$ (5)               |
|     | $\frac{1}{2} \cdot \pi \cdot (3a)^2 \rho = \frac{9}{2} \pi a^2 \rho$ (5) | $6a + 3a - \frac{4 \cdot 3a}{3\pi} = 9a - \frac{4a}{\pi}$ (5) |
|     | $\frac{129}{2} \pi a^2 \rho$ (5)                                         | $\bar{y}$                                                     |

$$\frac{129}{2} \pi a^2 \rho \cdot \bar{y} = 20\pi a^2 \rho \cdot a + 25\pi a^2 \rho \cdot 2a + 15\pi a^2 \rho \cdot \frac{10a}{3} + \frac{9}{2} \pi a^2 \rho \cdot (9a - \frac{4a}{\pi})$$

$$\frac{129}{2} \bar{y} = 20a + 50a + 50a + \frac{81a}{2} - \frac{18a}{\pi}$$

$$\frac{129}{2} \bar{y} = \frac{321a}{2} - \frac{18a}{\pi} \quad \bar{y} = \frac{(321\pi - 36)a}{129\pi}$$





ସ୍ଥିତିରତା ରଖିବା  
 ସ୍ଥିତିରତା ର  
 $\mu \tan \alpha \leq 59$  (5)

$$(321\pi - 36) \tan \alpha \leq 645\pi \text{ ସମୟ}$$

ସ୍ଥିତିରତା ରଖିବା ସ୍ଥିତିରତା ର

$$\alpha \leq 2$$
 (5)

$$\tan \alpha \leq \tan 2$$

$$\tan \alpha \leq \mu$$
 (5)

20

150

17 (9)

$$(1) \begin{matrix} B-5 \\ W-3 \\ R-2 \end{matrix} \quad p$$

$$\begin{matrix} B-4 \\ W-2 \\ R-3 \end{matrix} \quad q$$

P ଘଟଣାଟି ଘଟିବାର ସମ୍ଭାବନା  $R_1$  ର  
 $P(R_1) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$  (5)

Q ଘଟଣାଟି ଘଟିବାର ସମ୍ଭାବନା  $R_2$  ର  
 $P(R_2/R_1) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$  (10)

$$P(R_2/R_1) = \frac{P(R_2 \cap R_1)}{P(R_1)} \text{ ଓ ସମୟ} (10)$$

$$\text{ସମ୍ଭାବନା ଗୁଣିତ ସମ୍ଭାବନା} \quad P(R_1 \cap R_2) = \frac{1}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{25}$$
 (5) (30)

(11) ସ୍ଥିତିରତା ରଖିବା ସମ୍ଭାବନା  $R_3$

$$P(R_3/R_1 \cap R_2) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$
 (10)

$$\text{ସମ୍ଭାବନା ଗୁଣିତ ସମ୍ଭାବନା} \quad P(R_1 \cap R_2 \cap R_3) = P(R_1) \cdot P(R_2/R_1) \cdot P(R_3/R_1 \cap R_2)$$

$$(25) = \frac{1}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{125}$$
 (5)

එකම දින තුනක සිට.

$$P(B_1 \cap B_2 \cap B_3) = \frac{5}{10} \cdot \frac{5}{10} \cdot \frac{5}{10} = \frac{1}{8} \quad (10)$$



b)

| කුලය | $f_i$               | $x_i$ | $f_i x_i$             | $f_i x_i^2$ |
|------|---------------------|-------|-----------------------|-------------|
| 0-2  | 2p                  | 1     | 2p                    | 4           |
| 2-4  | 9                   | 3     | 39                    | 108         |
| 4-6  | $39/2$              | 5     | $159/2$               | 450         |
| 6-8  | 2p                  | 7     | 14p                   | 196         |
| 8-10 | p                   | 9     | 9p                    | 162         |
|      | $5p + \frac{59}{2}$ |       | $25p + \frac{219}{2}$ | 920         |

$$5p + \frac{59}{2} = 40$$

$$2p + 9 = 16 \quad (1) \quad (5)$$

$$\frac{25p + \frac{219}{2}}{40} = 4.4 \quad (10)$$

$$50p + 219 = 352 \quad (2)$$

① සහ ② ට

$$50p + 21(16 - 2p) = 352$$

$$8p = 16$$

$$p = 2$$

$$q = 12$$

$$\text{පරිමා දිගුමාව} = \sqrt{\frac{920}{40} - (4.4)^2}$$

$$= \sqrt{3.64}$$

$$= 1.91$$

$$\text{විකේතය} = 4 - 6$$

$$\text{විකේතය} = L + \left( \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right) C$$

$$= 4 + \left( \frac{6}{6+14} \right) \times 2$$

$$= 4.6 \quad (5)$$

$$4 = \frac{t - 10}{2}$$

$$t = 24 + 10$$

$$\bar{t} = 2\bar{u} + 10$$

$$\text{සාන්ධතාව} = 2 \times 4.4 + 10$$

$$= 18.8$$

$$\text{සාන්ධතාව දිගුමාව} = 2\sqrt{3.64}$$

$$= 3.82$$

$$\text{පරිමා විකේතය} = 2 \times 4.6 + 10$$

$$= 19.2$$



www.iexamhub.com  
Your Trusted Partner for Exam Success  
Past Papers - Model Answers - Study Resources



85

150

