සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / All Rights Reserved

බස්නාහිර පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
Western Province Educational Department

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2025
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2025

සංයුක්ත ගණිතය I
Combined Mathematics I

10 S I

2025.10.10 / 08.30 - 11.40

පැය තුනයි
Three hours

අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි
Additional Reading Time - 10 minutes

අමතර කියවීම් කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවීමේ දී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදා ගන්න.

විභාග අංකය							

උපදෙස් :

* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
  A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17).
* **A කොටස**
  සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
* **B කොටස**
  ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
* නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රය, **B කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
* ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරෙන්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ : 1	
2	
අධීක්ෂණය කළේ:	

A කොටස

01. **ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය** භාවිතයෙන්, සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^{n} 10^r - 1 = \frac{1}{9}\left(10^{n+1} - 9n - 10\right)$ බව සාධනය කරන්න.

02. එක ම රූප සටහනක $y = \left|x^2 - 4x + 3\right|$ හා $y = |x - 2| + 1$ හි ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් අඳින්න.
ඒ නයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ $|x||x - 2| - |x - 1| \geq 1$ අසමානතාව සපුරාලන x හි සියලු ම තාත්ත්වික අගයන් සොයන්න.

03. ආගන්ඩ් සටහනක, $\operatorname{Arg}\left(\overline{z}+i\right)=\dfrac{\pi}{6}$ සපුරාලන z සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යවල පථයෙහි දළ සටහනක් අඳින්න. **ඒ නයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ** $\operatorname{Arg}\left(\overline{z}+i\right)=\dfrac{\pi}{6}$ වන පරිදි $\left|z+3i\right|$ හි අවම අගය සොයන්න.

04. $a\in\mathbb{R}$ හා $n\in\mathbb{Z}^{+}$ යැයි ගනිමු. $\left(1+ax\right)^{n}$ හි ද්විපද ප්‍රසාරණයේ x හි හා x^{2} හි සංගුණක පිළිවෙලින් 8 හා 30 බව දී ඇත්නම් n හා a හි අගය සොයන්න. තවදුරටත් $\left(13-\dfrac{11}{x}+\dfrac{70}{x^{2}}\right)\left(1+ax\right)^{n}$ ප්‍රසාරණයෙහි x වලින් **ස්වායත්ත පදය** 2025 බව පෙන්වන්න.

05. $\lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \left(\frac{\sqrt{32}\cos^5 x - \frac{4x}{\pi}}{\cos 2x} \right) = \frac{5\pi + 4}{2\pi}$; බව පෙන්වන්න.

06. $y = \sqrt{\frac{x \cdot e^x + 1}{x\left(e^x + \ln x\right)}}, x = 1,\ x = e$ හා $y = 0$ වක්‍ර මගින් ආවෘත වන පෙදෙස $x-$ අක්ෂය වටා රේඩියන 2π වලින් භ්‍රමණය කරනු ලබයි. මෙලෙස ජනනය වන ඝන වස්තුවේ **පරිමාව** $\pi \cdot \ln\left(\frac{e^e + 1}{e}\right)$ බව පෙන්වන්න.

07. C යනු $0 < \theta \le \frac{\pi}{2}$ සඳහා, $x = \theta - \sin\theta$ හා $y = 1 - \cos\theta$ මගින් පරාමිතිකව දෙනු ලබන වක්‍රය යැයි ගනිමු. $\frac{dy}{dx} = \cot\left(\frac{\theta}{2}\right)$ බව පෙන්වන්න. $\theta = \frac{\pi}{2}$ වූ C වක්‍රය මත පිහිටි A ලක්ෂ්‍යයේ දී වක්‍රයට ඇඳි **අභිලම්බය,** ඛණ්ඩාංක අක්ෂ සමඟ සාදනු ලබන ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය, වර්ග ඒකක $\frac{\pi^2}{8}$ බව පෙන්වන්න.

08. $l \equiv x + y - 1 = 0$ යැයි ගනිමු. l රේඛාව මත ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක ඛණ්ඩාංක $(t,\ 1-t)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි $t \in \mathbb{R}$ වේ. A හා B ලක්ෂ්‍ය l මත පිහිටා ඇත්තේ A ලක්ෂ්‍යය **සිව්වන** වෘත්ත පාදකයේ පිහිටන පරිදිය.

$OA = OB = \sqrt{13}$ ඒකක වන පරිදි A හා B හි ඛණ්ඩාංක සොයා OA පාදයේ මධ්‍යස්ථයෙහි සමීකරණය $8x + 7y - 5 = 0$ බව පෙන්වන්න.

09. කේන්ද්‍රය $(2, 1)$ වූ වෘත්තයක ට මූලයේ සිට ඇඳි ස්පර්ශක ජ්‍යායේ සමීකරණය $2x+y+8=0$ බව දී ඇත්නම් වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න. ඉහත ස්පර්ශක ලක්ෂ්‍ය යුගල හා මූලය හරහා ගමන් කරනු ලබන වෘත්තය $x^2+y^2-2x-y=0$ බව පෙන්වන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

10. $0^0 \le A,\ B < 90^0$ යැයි ගනිමු. $\dfrac{\sin(A-B)}{\cos A \cdot \cos B} \equiv \tan A - \tan B$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $\dfrac{1}{\cos 0^0 \cdot \cos 1^0} + \dfrac{1}{\cos 1^0 \cdot \cos 2^0} + \dfrac{1}{\cos 2^0 \cdot \cos 3^0} + \ldots + \dfrac{1}{\cos 88^0 \cdot \cos 89^0} \equiv \dfrac{\cos 1^0}{\sin^2 1^0}$

බව **අපෝහනය** කරන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / All Rights Reserved

බස්නාහිර පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
Western Province Educational Department

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2025
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2025

සංයුක්ත ගණිතය I
Combined Mathematics I

10 S I

B කොටස

■ ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (*a*) $c \in \mathbb{R}^+$ යැයි ගනිමු. $2x^2 - x + c^3 = 0$ වර්ගජ සමීකරණයට තාත්ත්වික මූල පවතින බව දී ඇත්නම්, $c \in \left(0, \dfrac{1}{n}\right]$ බව පෙන්වන්න. මෙහි n යනු නිර්ණය කළ යුතු **ධන නිඛිලයකි.** මෙම තාත්ත්වික මූල $\alpha^{\frac{1}{n+1}}$ හා $\beta^{\frac{1}{n+1}}$ යැයි ගනිමු. c ඇසුරෙන් $\alpha + \beta$ හා $\alpha\beta$ ලියා දක්වන්න. α හා β මූලවන වර්ගජ සමීකරණය, $8x^2 + \left(6c^3 - 1\right)x + c^9 = 0$ බව පෙන්වන්න.

දැන්, $f(x) \equiv x^9 + 6x^3 + 7$ යැයි ගනිමු. $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ x අක්ෂය මත අන්තඃඛණ්ඩය **සෘණ** අගයක් බව දී ඇත්නම්,

1 යන්න, $8x^2 + \left(6c^3 - 1\right)x + c^9 = 0$ වර්ගජ සමීකරණයෙහි මූලයක් **නොවන බව** සාධනය කරන්න.

තවදුරටත්, $\dfrac{\alpha}{1-\alpha}$ හා $\dfrac{\beta}{1-\beta}$ මූලවන වර්ගජ සමීකරණය

$\left(c^9 + 6c^3 + 7\right)x^2 + \left(2c^9 + 6c^3 - 1\right)x + c^9 = 0$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

(*b*) F යනු මාත්‍රය 3 වූ බහුපද ශ්‍රිතයක් යැයි ගනිමු. $F(x)$ යන්න $x^2 + x + 1$ න් බෙදූ විට ශේෂය $6x + 15$ බවත්, $F'(x)$ යන්න $x - 1$ බෙදූවිට ශේෂය 3 බවත් දී තිබේ. මෙහි $F'(x)$ යනු $F(x)$ හි ප්‍රථම ව්‍යුත්පන්නයයි. F ශ්‍රිතය මත $-\dfrac{1}{2}$ හි **ප්‍රතිබිම්බය** ශුන්‍යය වන පරිදි $F(x)$ සොයන්න.

$F(x)$ පූර්ණ ලෙස සාධකවලට වෙන් කර, $F(x+1) \geq x(3x+1)$; අසමානතාව විසඳන්න.

12. (*a*) එක්තරා මවක විසින් ගැහැනු, පිරිමි සම සම වූ 6 නිවුන් නිරෝගී දරු ප්‍රසූතියක් සිදු කර ඇත. එම දරුවන් සඳහා ඔවුන්ගේ පියපාර්ශවයෙන් පිරිමි නාමයන් 6 ක් හා ගැහැනු නාමයන් 5 ක් යෝජනා කළ අතර, මව් පාර්ශවයෙන් පිරිමි නාමයන් 4 ක් හා ගැහැනු නාමයන් 7 ක් යෝජනා කෙරිණ.

(i) කිසිදු විශේෂත්වක් නොමැති විට,

(ii) පිරිමි ළමුන් සඳහා පිය පාර්ශවයන්ම පමණක් සහ ගැහැනු ළමුන් සඳහා මව් පාර්ශවයෙන් ම පමණක් නාමයන් තෝරා ගන්නා විට,

(iii) වැඩිමහල් පිරිමි ළමයාට පිය පාර්ශවයෙන් ද, වැඩිමහල් ගැහැනු ළමයාට මව් පාර්ශවයන් ද, නාමයන් තෝරා ගන්නා අතර. අනෙක් ළමුන් සඳහා කිසිදු විශේෂත්වයක් නොමැති විට,

මෙම ළමුන් 6 දෙනාට නම් තැබිය හැකි වෙනස් ආකාර ගණන සොයන්න.

(*b*) සියලු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා, $3x^2 + 4x - 1 \equiv Ax(3x+4) - B(x+1)(3x+1)$ වන පරිදි A හා B **නිඛිල** සොයන්න.

$\frac{6}{4\cdot 7}\left(\frac{1}{4}\right) + \frac{19}{7\cdot 10}\left(\frac{1}{8}\right) + \frac{38}{10\cdot 13}\left(\frac{1}{16}\right) + \frac{63}{13\cdot 16}\left(\frac{1}{32}\right) + \cdots$ ශ්‍රේණියේ r වන පදය U_r ; $r \in \mathbb{Z}^+$ ලියා දක්වන්න.

$r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා, $U_r = f(r) - f(r+1)$ වන පරිදි $f(r)$ සොයන්න.

ඒ නයින්, $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා, $\sum_{r=1}^{n} U_r = \frac{1}{8} - \frac{(n+1)}{(3n+4)} \cdot \frac{1}{2^{n+1}}$ බව පෙන්වන්න.

තවද $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව පෙන්වා එහි ඓක්‍යය සොයන්න.

තවදුරටත්, $\sum_{r=m}^{\infty} U_r = \frac{1}{14}$ වන පරිදි m නිඛිලය අගයන්න.

13. (*a*) $a, b \in \mathbb{Z}^+$ හා $a > b$ වන පරිදි $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ 7 & a+b \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු.

$\mathbf{A}^2 = \begin{pmatrix} 23 & 16 \\ 56 & 39 \end{pmatrix}$ වන පරිදි a හා b සොයන්න.

a හා b හි මෙම අගයන් සඳහා, $\mathbf{A}^2 + k\mathbf{I} = h\mathbf{A}$ වන පරිදි k හා h අදිශ සොයා, **ඒ නයින්,** $\mathbf{A}^{-1}$ **අපෝහනය** කරන්න.

තවදුරටත් $\mathbf{B} = a\mathbf{A}^T + b\mathbf{A}^{-1}$ බව දී ඇත්නම්, $\mathbf{B} \equiv \begin{pmatrix} 19 & 17 \\ -8 & 21 \end{pmatrix}$ බව පෙන්වන්න.

(*b*) $k \in \mathbb{Z}^+$, $r > 0$ හා $0 \le \theta < 2\pi$ සඳහා $z = r(\cos\theta + \mathrm{i}\cdot\sin\theta)$ හා $z_k = r_k\left[\cos(\theta_k) + \mathrm{i}\cdot\sin(\theta_k)\right]$ යැයි ගනිමු.

(i) $\mathrm{Re}(z) \le |z|$ (ii) $z_2 \ne 0$ සඳහා $\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$; බව පෙන්වන්න.

$z_1 + z_2 \ne 0$ සඳහා. $\mathrm{Re}\left(\frac{z_1}{z_1 + z_2}\right) \le \frac{|z_1|}{|z_1 + z_2|}$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

$\mathrm{Re}\left(\frac{z_1}{z_1 + z_2}\right) + \mathrm{Re}\left(\frac{z_2}{z_1 + z_2}\right) = 1$ බව ද පෙන්වන්න.

තවදුරටත්, $|z_1 + z_2| \le |z_1| + |z_2|$ බව ද **අපෝහනය** කරන්න.

(*c*) $z = r(\cos\theta + \mathrm{i}\sin\theta)$; $r > 0, \theta \in \left(\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ යැයි ගනිමු. z හි ප්‍රතිබද්ධ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව $\overline{z}$ ලියා දක්වන්න.

ද මුවාවර් ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් $z^n + \overline{z}^n = 2r^n\cos(n\theta)$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $n \in \mathbb{Z}^+$ වේ.

ඒ නයින්, $(1+i)^n + (1-i)^n = 2\left(\sqrt{2}\right)^n \cdot \cos\left(\frac{n\pi}{4}\right)$ බව පෙන්වා,

$(1+i)^{2026} + (1-i)^{2026} = 0$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

14. (*a*) $x \neq 2$ සඳහා, $f(x) = \dfrac{ax^2 + bx + c}{(x-2)^2}$; $(a,\ b,\ c) \in \mathbb{Z}$ යැයි ගනිමු.

$y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ,

(i) y අක්ෂය මත අන්තඃඛණ්ඩය ශුන්‍ය වන බව දී ඇත්නම් $c = 0$ බවත්,

(ii) $y = (-1)$ හි දී තිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛයක් පවතී නම්, b හි අගය කුමක් වුවත් $a = (-1)$ බවත්,

(iii) $A \equiv \left(6,\ -\dfrac{9}{8}\right)$ හිදී ස්ථාවර ලක්ෂ්‍යයක් පවතී නම්, $b = 3$ බවත්, පෙන්වන්න.

a, b හා c හි මෙම අගයන් සඳහා, $f(x)$ හි ප්‍රථම ව්‍යුත්පන්නය, $x \neq 2$ සඳහා,

$f'(x) = \dfrac{x-6}{(x-2)^3}$ බව පෙන්වන්න. **ඒ නයින්,** $f(x)$ වැඩිවන ප්‍රාන්තර හා අඩුවන ප්‍රාන්තරය ලියා දක්වා ස්ථාවර ලක්ෂ්‍යයේ ස්වභාවය නිර්ණය කරන්න.

$x \neq 2$ සඳහා, $f(x)$ හි දෙවන ව්‍යුත්පන්නය, $f''(x) = \dfrac{-2(x-8)}{(x-2)^4}$ බව **දී ඇත.** ඒ නයින්,

නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යයෙහි ඛණ්ඩාංක සොයා $f(x)$ උඩු අවතල වන ප්‍රාන්තර හා යටි අවතල වන ප්‍රාන්තරය ලියා දක්වන්න.

ඛණ්ඩාංක අක්ෂ මත අන්තඃඛණ්ඩ, ස්පර්ශෝන්මුඛ, ස්ථාවර ලක්ෂ්‍යය හා නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යය දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න. ඉහත ප්‍රස්තාරය ඇසුරෙන්,

$(k+1)x^2 - (3+4k)x + 4k = 0$ සමීකරණයට,

(α) එක් විසඳුමක් පමණක් පවතින පරිදි

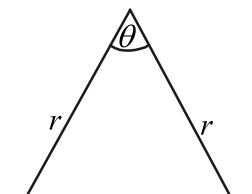
(β) සමාන විසඳුම් යුගලක් පවතින පරිදි

(γ) ප්‍රභින්න විසඳුම් යුගලක් පවතින පරිදි

(δ) තාත්ත්වික විසඳුම් නොපවතින පරිදි k අගය ලියා දක්වන්න.

(*b*) කේන්ද්‍ර කෝණය θ වූ ද, අරය r වූ ද කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩාකාර ආස්තරයක වර්ගඵලය වර්ග ඒකක 36 කි.

මෙම ආස්තරයේ පරිමිතිය $P = 2r + \dfrac{72}{r}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. **ඒ නයින්,** P උපරිම වන පරිදි θ අගයන්න. තවද P හි උපරිම අගය ද ලියා දක්වන්න.



15. (*a*) $x \neq -\dfrac{1}{2}$ සඳහා, $I(x) \equiv \dfrac{8x^3 + 24x^2 + 26x + 16}{(2x+1)^2(4x^2+4x+5)}$ යැයි ගනිමු.

දැන් සියලු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා, $8x^3 + 24x^2 + 26x + 16 \equiv (Ax+B)(4x^2+4x+5) + C(2x+1)^2$ වන පරිදි A, B හා C **නිඛිල** සොයන්න.

ඒ නයින්, $I(x)$ භින්න භාග වලින් ලියා දක්වා $\int I(x) \cdot dx$ සොයන්න.

(*b*) $n \in \mathbb{Z}^+$ හා $x > 0$ වන පරිදි $I_n = \int \frac{e^x}{x^n} \cdot dx$ යැයි ගනිමු.

කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන්, $(n-1) \cdot I_n - I_{n-1} + \frac{e^x}{x^{n-1}} = C$ බව පෙන්වන්න.

මෙහි C යනු අභිමත තාත්ත්වික නියතයකි.

ඒ නයින්, $\int_0^1 e^x \cdot \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^2 \cdot dx = 3 - e$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

(*c*) සුදුසු ආදේශයක් භාවිතයෙන් හෝ අන් අයුරකින් හෝ

$\int_0^{\pi} \frac{1}{1+\cos^2 x} \cdot dx = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1+\cos^2 x} \cdot dx$ බව පෙන්වන්න.

තවද $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1+\cos^2 x} \cdot dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sec^2 x}{2+\tan^2 x} \cdot dx = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}$ බව සාධනය කරන්න.

දැන්, $\int_0^{\pi} \frac{\sin^2 x}{1+\cos^2 x} \cdot dx + m\pi = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{4m}{1+\cos^2 x} \cdot dx$ වන පරිදි m හි අගය සොයා,

$\int_0^{\pi} \frac{\sin^2 x}{1+\cos^2 x} \cdot dx = \pi\left(\sqrt{2} - m\right)$ බව **අපෝහනය** කරන්න. මෙහි $m \in \mathbb{Z}^+$ වේ.

තවදුරටත් $\int_a^b f(x) \cdot dx = \int_a^b f(a+b-x) \cdot dx$ සූත්‍රය භාවිතයෙන්, $\int_0^{\pi} \frac{x \cdot \sin^2 x}{1+\cos^2 x} \cdot dx$ සොයන්න.

16. L යනු $A \equiv (1,\ 1)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා ගමන් කරනු ලබන ඕනෑම සරල රේඛාවක් යැයි ගනිමු. L යන්න $L \equiv \lambda x + y - 1 - \lambda = 0$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි $\lambda \in \mathbb{R}$ වේ. L රේඛාව, $2x - 3y + 1 = 0$ සරල රේඛාවට $\tan^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ කින් ආනත වන පරිදි පිහිටයි නම්, L සඳහා එකිනෙකට ප්‍රභින්න අවස්ථා දෙකක් පවතින බව පෙන්වා ඒවා සොයන්න. ඉහත L හි රේඛා යුගල L_1 හා L_2 බවත්, $B \equiv (4,\ 1)$ ලක්ෂ්‍යය L_2 මත පිහිටන බවත් දී තිබේ. L_1 මත පිහිටි ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක ඛණ්ඩාංක $\left(\frac{t}{12},\ \frac{t-7}{5}\right)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි $t \in \mathbb{R}$ වේ.

$2x - 3y + 1 = 0$ සරල රේඛාව මතින් B හි ප්‍රතිබිම්බය නම් C හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න. දැන්, A හා B ලක්ෂ්‍ය යුගල හරහා ගමන් කරනු ලබන **කුඩාම** වෘත්තය S_1 යැයි ගනිමු. S_1 සොයා එයට B හි දී ඇඳි ස්පර්ශකයේ සමීකරණය ලියා දක්වන්න.

තවද මෙම ස්පර්ශකය D හි දී $2x - 3y + 1 = 0$ රේඛාව හමුවේ නම්, D හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න. A, B, C හා D ලක්ෂ්‍ය හරහා ගමන් කරනු ලබන වෘත්තය S_2 නම්, $S_2 \equiv x^2 + y^2 - 5x - 4y + 7 = 0$ බව පෙන්වන්න.

තවදුරටත් S_2 මගින් S_1 හි පරිධිය සමච්ඡේදනය කරනු ලබන බව පෙන්වන්න.

17. (a) සියලු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා, $T(x) \equiv (\cos x + \sin x)^2 - \sqrt{3}(\cos x + \sin x)(\cos x - \sin x)$ යැයි ගනිමු.

$T(x) \equiv A + B\sin(2x - \alpha)$ වන පරිදි $A,\ B$ හා $\alpha\left(0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}\right)$ නියත නිර්ණය කරන්න.

T ශ්‍රිතයේ පරාසය ලියා දක්වා,

$\left[\dfrac{-\pi}{3}, \dfrac{2\pi}{3}\right)$ වසම තුළ $y = T(x)$ ප්‍රස්තාරගත කරන්න.

තවදුරටත් $T(x)$ **සෘණව වැඩිවන** x හි අගය ප්‍රාන්තරය ලියා දක්වන්න.

(b) ABC ත්‍රිකෝණයක AC පාදය මත D පිහිටා ඇත්තේ $AD = BC$ හා $BD = CD$ වන පරිදිය. $B\hat{A}C = \alpha$ හා $A\hat{C}B = \beta$ යැයි ගනිමු. $ABD\Delta$ හා $BCD\Delta$ සඳහා සයින් නීතිය යෙදීමෙන්,

$\sin(\alpha + 2\beta) = 2\sin\alpha\cos\beta$ බව පෙන්වන්න. $\alpha : \beta = 3 : 2$ බව දී ඇත්නම්, $\alpha = \dfrac{\pi}{6}$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

(c) $2\tan^{-1}\left(\dfrac{1}{x}\right) + \tan^{-1}\left(\dfrac{4}{x}\right) = \dfrac{\pi}{2}$; විසඳන්න.

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / All Rights Reserved

බස්නාහිර පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
Western Province Educational Department

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2025
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2025

සංයුක්ත ගණිතය II
Combined Mathematics II

10 S II

2025.10.13 / 08.30 - 11.40

පැය තුනයි
Three hours

අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි
Additional Reading Time - 10 minutes

අමතර කියවීම් කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවීමේ දී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදා ගන්න.

විභාග අංකය							

උපදෙස් :

* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
  A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17).
* **A කොටස**
  සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
* **B කොටස**
  ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
* නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රය, **B කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
* ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය II		
කොටස	**ප්‍රශ්න අංකය**	**ලකුණු**
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරෙන්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක		
පරීක්ෂා කළේ :	1	
	2	
අධීක්ෂණය කළේ:		

A කොටස

01. ස්කන්ධය $2m$ හා m වූ P හා Q අංශු දෙකක් තිරස් සුමට මේසයක් මත තබා ඇත. P අංශුව මත $\overrightarrow{PQ}$ ඔස්සේ I ආවේගයක් ලබා දෙනු ලැබේ. අනතුරුව සිදුවන චලිතයේ දී P හා Q එකිනෙක ගැටේ. ගැටුමෙන් පසු P අංශුව u වේගයෙන් මුල් දිශාව ඔස්සේම චලනය වේ නම් $I = \dfrac{6mu}{2-e}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි e යනු ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය වේ.

....

....

....

....

....

....

....

....

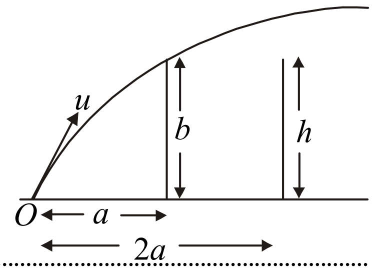
....

....

....

....

02. තිරස් බිමේ O ලක්ෂ්‍යයක සිට තිරසට θ ආනතව u වේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කරන ලද අංශුවක් O සිට a දුරක් ඉදිරියෙන් වූ b උස තාප්පයක යන්තමින් ගැවී ගමන් කරයි. අංශුව $2a$ දුරින් වූ h උස තාප්පයක් උඩින් ගමන් කිරීමට නම් $h < 2(2b - a\tan\theta)$ විය යුතු බව පෙන්වන්න.



....

....

....

....

....

....

....

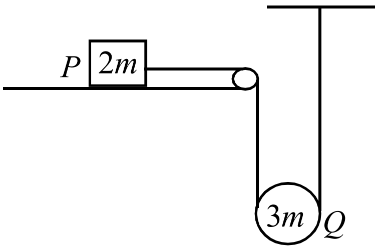
....

....

....

....

03. රළු තිරස් මේසයක් මත තබා ඇති ස්කන්ධය $2m$ වූ P අංශුවකට ගැට ගැසූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මේසයේ දාරයේ වූ සුමට කප්පියක් මතින් ගමන් කර මේසයෙන් පහල පුඩුවක් සෑදෙන සේ තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර යාබද රූප සටහනේ පරිදි සීලිමට ගැට ගසා ඇත. පුඩුව මත ස්කන්ධය $3m$ වූ Q සවල කප්පියක් තබා පද්ධතිය සීරුවෙන් මුදා හල විට Q කප්පිය $\frac{g}{8}$ ක ත්වරණයෙන් පහළ බසී. P හි චලිතයට එරෙහිව මේසය මගින් P මත ඇති කරන ප්‍රතිරෝධී බලය සොයන්න.



....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

04. නිශ්චලතාවයෙන් ගමන් ආරම්භ කරන ස්කන්ධය M kg වූ කාරයක් R N නියත විශාලත්වයකින් යුත් ප්‍රතිරෝධයකට එරෙහිව නියත ත්වරණයකින් සෘජු සමතලා පාරක් දිගේ චලනය වී තත්පර t කාලයක දී u ms^{-1} වේගයක් ලබා ගනී. මෙම මොහොතේ දී එහි එන්ජිමේ ජවය $\left(R+\frac{mu}{t}\right)u$ W බව පෙන්වන්න. කාරය ඊළඟට එම R N නියත විශාලත්වයෙන් ම යුත් ප්‍රතිරෝධයකට එරෙහිව එම ජවයෙන් ම ක්‍රියා කරමින් තිරසට α කෝණයකින් ආනත වූ සෘජු පාරක ඉහළට ගමන් කරන විට ලබා ගත හැකි **උපරිම වේගය** සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

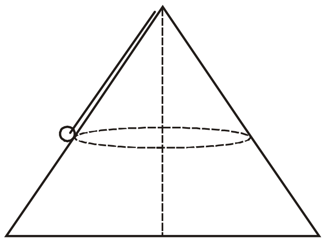
....

....

....

....

05. l දිග සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක් **අඩ සිරස්** කෝණය θ වන අචල වෘත්ත කේතුවක ශීර්ෂයේ ගැට ගසා ඇත. තන්තුවේ අනෙක් කෙළවරට ගැට ගැසූ ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් තන්තුව ඇදී ඇති සේ කේතුවේ වක්‍ර පෘෂ්ඨය මත නියත ω කෝණික ප්‍රවේගයෙන් තිරස් වෘත්තාකාර චලිතයක් ඇති කරයි. තන්තුවේ ආතතියත් අංශුව හා කේතුව අතර අභිලම්භ ප්‍රතික්‍රියාවත් සොයන්න. මෙම චලිතය පැවතීමට නම් $g > \omega^2 l \cos\theta$ විය යුතු බව පෙන්වන්න.



....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

06. $\mathbf{u}$ හා $\mathbf{v}$ යනු එකිනෙකට ලම්භක ඒකක දෛශික දෙකක් යැයි ගනිමු. $\mathbf{a} = \pi\mathbf{u} + \beta\mathbf{v}$ හා $\mathbf{b} = \beta\mathbf{u} + \alpha\mathbf{v}$ වේ. $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ අතර කෝණය සොයා $\alpha = \beta$ නම් හා එනම් පමණක් $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ එකම දිශාවට ක්‍රියා කරන බව පෙන්වන්න. $\alpha \neq \beta$ විට $\mathbf{a} - \mathbf{b}$ හා $\mathbf{u} + \mathbf{v}$ එකිනෙක **ලම්භක බව** පෙන්වන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

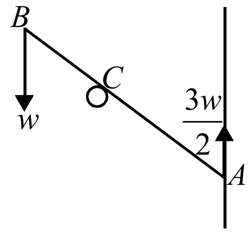
....

....

....

....

07. දිග l හා බර w වූ AB දණ්ඩක A කෙළවර අචල ලක්ෂයකට අසව් කර ඇත. දණ්ඩ මත ලක්‍ෂ්‍යයක් අචල C නාදුත්ත මත ගැටෙමින් සමතුලිතව ඇත. B කෙළවරට W භාරයක් එල්ලා ඇත. A අසව්වේ ප්‍රතික්‍රියාවේ සිරස් සංරචකය $\frac{3W}{2}$ නම් AC දිග සෙවීම සඳහා ප්‍රමාණවත් **සමීකරණ ලියා දක්වන්න.**



....

....

....

....

....

....

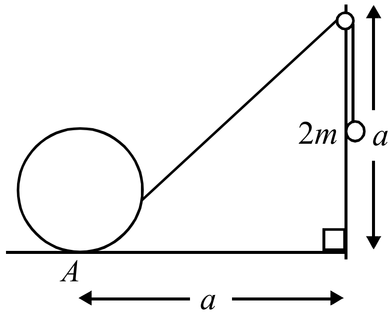
....

....

....

....

08. ස්කන්ධය $3\sqrt{2}m$ වූ **රළු** පෘෂ්ඨයක් සහිත ගෝලයක් **රළු** තිරස් මේසයක් මත තබා ඇත. ගෝලය මේසය ස්පර්ශ කරන A ලක්ෂ්‍යයේ සිට a තිරස් දුරකින් හා a උසින් වූ සුමට කප්පික් මතින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක් ගෝලයේ පෘෂ්ඨය මත ලක්ෂ්‍යයකට ඇඳා ඇති අතර අනෙක් කෙළවරින් බර $2mg$ වූ භාරයක් දරයි. ගෝලය සමතුලිතතාවයේ ඇත්නම් ගෝලය හා මේසය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය, $\mu \geq \frac{1}{2}$ විය යුතු බව පෙන්වන්න.



....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

09. A හා B යනු Ω නියැදි අවකාශයක වූ සිද්ධීන් දෙකක් යැයි ගනිමු. $P(B|A)=\dfrac{7}{15}$, $P(A'|B)=\dfrac{5}{12}$ හා $P(A'\cap B)=\dfrac{1}{4}$ බව දී ඇත. $P(A)$ හා $P(B)$ සොයා A හා B යනු **නිරවශේෂ** සිද්ධි දෙකක් බව පෙන්වන්න.

10. ආරෝහණ පිළිවෙලට සැකසූ **ධන නිඛිලමය** සංඛ්‍යාංක හයකින් සමන්විත දත්ත පද්ධතියක් පහතින් දැක්වේ.

$$x,\ 3,\ y,\ 5,\ 8,\ z$$

එහි මධ්‍යස්ථය 5 වන අතර පරාසය 7 ක් වේ. x, y හා z සඳහා තිබිය හැකි අගය කුලක සොයන්න. මධ්‍යන්‍යය 5 වන අවස්ථාවේ දී විචලතාවය ද සොයන්න.

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / All Rights Reserved

බස්නාහිර පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
Western Province Educational Department

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2025
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2025

සංයුක්ත ගණිතය II
Combined Mathematics **II**

10 S II

B කොටස

■ ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (*a*) $t=0$ දී, A ලක්ෂ්‍යයේ සිට නිශ්චලතාවයෙන් ගමන් අරඹන P නම් මෝටර් රථයක් සරල රේඛීය මාර්ගයක් ඔස්සේ නියත f ත්වරණයක් යටතේ t_0 කාලයක් ගමන් කරයි. තවත් T කාලයක් ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කර අනතුරුව f නියත මන්දනයක් යටතේ චලිත වී A සිට d දුරින් වූ B ලක්ෂ්‍යයේ දී නිසලතාවයට පත්වේ.

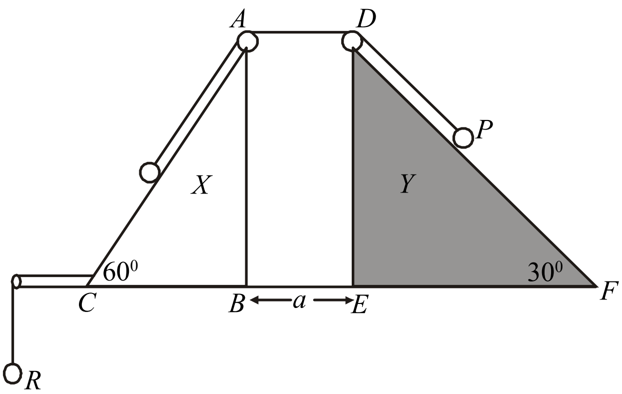
AB ට h උසින් වූ තිරස් මාර්ගයක $\overrightarrow{AB}$ දිශාවට u වේගයෙන් ගමන් කරන ගුවන් යානයක සිට $t=t_0$ අවස්ථාවේ දී Q අංශුවක් සීරුවෙන් අත හරිනු ලැබේ. එවිට හරියටම P ට සිරස් ලෙස ඉහළින් ගුවන් යානය පිහිටයි. P අංශුව B ට ළඟා වූ මොහොතේ දීම Q අංශුව P මත පතිත වේ. එකම රූප සටහනක P හි චලිතය හා Q හි තිරස් චලිතය සඳහා ප්‍රවේග - කාල ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් අඳින්න. Q හි සිරස් චලිතය සඳහා ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්ථාරය වෙනම සටහනක ද අඳින්න.
ඒ නයින්, හෝ අන් අයුරකින් හෝ

(i) $T=\dfrac{d-ft_0^2}{ft_0}$ (ii) $u=\left(1-\dfrac{ft_0^2}{2d}\right)ft_0$

(iii) $t_0=\dfrac{d}{f}\sqrt{\dfrac{g}{2h}}$

(*b*) P, Q හා R යනු සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක ශීර්ෂවල පිහිටන පරිදි ඇති සමාන උස ඇති කුළුණු තුනක ශීර්ෂ වන අතර O යනු QR හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වේ. තවද මෙහි $PQ=PR=d$ හා $R\hat{P}Q=90^0$ වේ. **නිසල වායු ගෝලයේ** $\sqrt{2}u$ වේගයෙන් පියඹායා හැකි A හා B පරවියන් දෙදෙනෙක් පිළිවෙලින් P හා R ලක්ෂ්‍ය වල ඇත. $\overrightarrow{PO}$ දිශාවට, ඒකාකාර u වේගයෙන් සුළඟක් හමා යන දිනයක A පරවියා P සිට Q දක්වා ද B පරවියා R සිට P දක්වා ද එකම මොහොතේ දී පියඹා යයි. චලිතය සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ එකම සටහනක ඇඳ **ඒ නයින්,** චලිත සඳහා ගත වන කාලයන් වන t_1 හා t_2 සොයා $t_1-t_2=\dfrac{\sqrt{2}}{u}d$ පෙන්වන්න.

12. (*a*) රූපයෙහි ABC හා DEF ත්‍රිකෝණ, $A\hat{C}B = 60^0$, $D\hat{F}E = 30^0$ හා $A\hat{B}C = D\hat{E}F = \frac{\pi}{2}$ වූ BC හා EF අඩංගු මුහුණත් සුමට තිරස් මේසයක් මත තබන ලද පිළිවෙළින් X හා Y සුමට ඒකාකාර කුඤ්ඤ දෙකක ගුරුත්ව කේන්ද්‍ර තුළින් වූ සිරස් හරස්කඩ වේ.



ස්කන්ධය M වූ X කුඤ්ඤය ගෙබිම මත චලනය වීමට නිදහස් වන අතර Y කුඤ්ඤය **අචලව** තබා ඇත. AC හා DF රේඛා අදාළ මුහුණත්වල උපරිම බෑවුම් රේඛා වේ. A හා D හි සවිකර ඇති සුමට කුඩා කප්පි දෙකක් මතින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවර ස්කන්ධ පිළිවෙළින් $8m$ හා $2m$ වූ P හා Q අංශු දෙකකට ඈඳා ඇත. C ට ගැට ගැසූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මේසයේ දාරයෙහි ඇති කප්පියක් මතින් ගමන් කර අනෙක් කෙළවරෙහි ස්කන්ධය m වූ R භාරයක් දරයි. රූපයේ පරිදි ආරම්භක පිහිටීමේ දී, තන්තුව නොබුරුල්ව P හා Q අංශු පිළිවෙළින් DF හා AC මත අල්වා තබා හා $AD = a$ වන ලෙස තබා පද්ධතිය නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. Y වෙත යාමට X ගනු ලබන කාලය, a හා g ඇසුරෙන් නිර්ණය කිරීමට **ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලබා ගන්න.**

(*b*) a අරයෙන් යුතු අචල සුමට ගෝලීයක කබොලක් තුළ චලනය වීමට නිදහස් ඇති P අංශුවක් කබොලේ පහළම A ලක්ෂ්‍යයේ සිට $\sqrt{kag}$ ප්‍රවේගයෙන් තිරස් ලෙස ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. අංශුව හරහා යන අරය **යටි අත් සිරස** සමග θ කෝණයක් සාදන විට අංශුවේ වේගය v යන්න $v^2 = ga\left(k - 2 + 2\cos\theta\right)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වා එම අවස්ථාවේ දී ගෝලය හා කබොල අතර ප්‍රතික්‍රියාව ද සොයන්න.

$2 < n < 5$ නම් අංශුව ඉහළම ලක්ෂ්‍යට ළඟාවීමට පෙර කබොල හැර යන බව පෙන්වන්න. දැන් $n = 3$ යැයි ගනිමු. අංශුව කබොල හැර යන වේගය සොයා අනතුරුව ඇති වන චලිතයේ දී එය A ට ඉහළින් $\frac{40a}{27}$ උසකට ළඟාවෙන බවත් පෙන්වන්න.

13. ස්වභාවික දිග $2a$ හි ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය $2mg$ වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් අචල O ලක්ෂ්‍යයකට ගැට ගසා ඇති අතර අනෙක් කෙළවරට ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් ඈඳා ඇත. දිග a වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගින් P ස්කන්ධය m වූ Q අංශුවකට සම්බන්ධ කර ඇත. Q අංශුවට ගැට ගැසූ දිග a හා ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය mg වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක අනෙක් කෙළවර O ට $8a$ ගැඹුරින් පිහිටි A ලක්ෂ්‍යයට ගැට ගසා ඇත. $OPQA$ සිරස් වන සේ පද්ධතිය සමතුලිතව ඇති විට P අංශුව C හි පවතී නම් $OC = 5a$ බව පෙන්වන්න.

දැන් Q අංශුව O ට සිරස්ව $7a$ පහළින් පිහිටි B ලක්ෂ්‍යයට ඇද සීරුවෙන් අත හරිනු ලැබේ. එවිට P හි චලිත සමීකරණය $\ddot{x} + \omega^2\left(x - 5a\right) = 0$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $4a < x < 7a$ සඳහා $OP = x$ හා $\omega^2\left(>0\right)$ යනු නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ.

මෙම චලිත සමීකරණය $X = x - 5a$ ලෙස ගෙන නැවත ලියන්න.

P හි මෙම සරල අනුවර්තීය චලිතයේ කේන්ද්‍රය, විස්තාරය හා ආවර්ත කාලය සොයන්න.

$\dot{X}^2 = \omega^2\left(c^2 - X^2\right)$ සූත්‍රය භාවිතයෙන් P හි උපරිම වේගය සොයන්න. මෙහි c යනු විස්ථාරය වේ.

චලිතයේ දී P එළඹෙන උපරිම ලක්ෂ්‍යය D යැයි ගනිමු.

P අංශුව D වෙත ළඟාවන මොහොතේ දී PQ තන්තුව කපනු ලැබේ. අනතුරුව සිදුවන P හි චලිතයෙහි සමීකරණය $\ddot{y} + \dfrac{g}{a}\left(y - 3a\right) = 0$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. මෙහි $y > 2a$ සඳහා $OP = y$ වේ. ඉහත සමීකරණයේ විසඳුම් $y = 3a + \alpha\cos\omega t + \beta\sin\omega t$ ආකාරයේ බව උපකල්පනය කරමින්, α, β හා ω නියතවල අගයන් සොයන්න.

ඒ නයින්, අංශුව D සිට E දක්වා යෙදෙන සරල අනුවර්තී චලිතයේ කේන්ද්‍රය හා විස්තාරය සොයන්න. මෙහි E යනු P ළඟා වන ඉහලම ලක්ෂ්‍යය වේ.

තවදුරටත් P යන්තමින් පූර්ණ සරල අනුවර්තීය චලිතයක් දක්වන බව පෙන්වන්න.

14. (*a*) $OABC$ සමාන්තරාස්‍රයක් යැයි ද $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ යනු $\overrightarrow{OA}$ හා $\overrightarrow{OB}$ දිශාවට වූ ඒකක දෛශික යැයිද ගනිමු. $\overrightarrow{OA} = 2\mathbf{a}$, $\overrightarrow{OB} = 4\mathbf{b}$ හා $A\hat{O}B = 30^0$ වේ. D යනු CB මත $CD : DB = 1:2$ වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍යයක් යැයිද E යනු $OE = 2OA$ වන පරිදි දික්කල OA මත ලක්ෂ්‍යයක් යැයිද ගනිමු. $\overrightarrow{OD} = \dfrac{4}{3}\left(-\mathbf{a} + 3\mathbf{b}\right)$ බව පෙන්වන්න. DE හා AB, F හිදී ද DE හා OB, G හිදී ද ඡේදනය වේ. H යනු $OGEH$ සමාන්තරාස්‍රයක් වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍යයක් නම් H හි පිහිටුම් දෛශිකය සොයා $G\hat{O}H$ කෝණයෙහි අගය සොයන්න.

(*b*) OXY තලයේ O මූලය අනුබද්ධයෙන් A, B හා C ලක්ෂ්‍ය වල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $-2a\mathbf{i} - \sqrt{3}a\mathbf{j}$, $2a\mathbf{i} - \sqrt{3}a\mathbf{j}$ හා $\sqrt{3}a\mathbf{j}$ වේ. දෛශික සංකල්ප භාවිතයෙන් ABC සමපාද ත්‍රිකෝණයක් බව පෙන්වන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයේ AB, BC හා CA පාද වල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙලින් D, E හා F වේ. විශාලත්ව P, $4P$, Q, R, $6P$, $2\sqrt{3}P$ වූ බල පිළිවෙලින් AB, BC, AE, CA, EF, CD දිගේ අක්ෂර අනු පිළිවෙලින් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියා කරයි. මෙම බල $x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. පද්ධතිය සමතුලිත **නොවන බව** පෙන්වන්න.

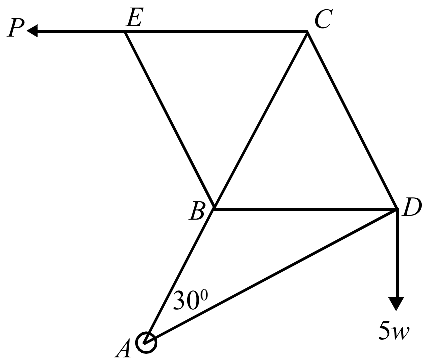
බල පද්ධතිය බල යුග්මයකට තුල්‍ය වේ නම් $Q = 7\sqrt{3}P$ හා $R = 7P$ බව පෙන්වන්න. එම යුග්මයේ ඝූර්ණය ද සොයන්න. දැන් විශාලත්වය $12\sqrt{3}P$ වූ බලයක් FB ඔස්සේ යොදනු ලැබේ. බල පද්ධතිය තනි බලයකට ඌණනය වන බව පෙන්වා සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාවේ **සමීකරණය** සොයන්න.

15. (a) දිග $2a$ වූ AB, BC, CD හා DA සිහින් ඒකාකාර දඬු හතරක් ඒවායේ කෙළවරවලදී සන්ධිකර රොම්බසයක හැඩය ගන්වා, B සන්ධියෙන් එල්ලා සිරස් තලයක සමතුලිතව තබා ඇත්තේ B හා D යා කරන දිග $2a$ වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගිනි. AB, BC හා CD දඬු වල බර පිළිවෙලින් $2w$, w හා w ද AD සැහැල්ලු දණ්ඩක්ද වේ. පද්ධතියේ සමතුලිතතාව සලකා B වටා ඝූර්ණ සැලකීමෙන් AB දණ්ඩෙහි **තිරසට** ආනතිය $\frac{\pi}{6}$ ක් බව පෙන්වන්න.

(i) A ප්‍රතික්‍රියාවේ තිරස් හා සිරස් සංරචක සොයන්න.

(ii) BD තන්තුවේ ආතතිය $\frac{3w}{2}$ බවද පෙන්වන්න.

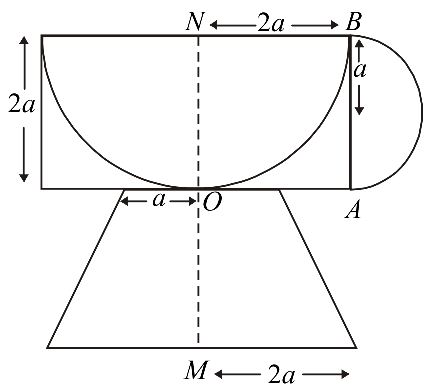
(b) යාබ ද රූපයේ දැක්වෙන රාමු සැකිල්ල දිග a වන AB, BC, BD, BE, CE හා CD සැහැල්ලු දඬු හයකින් ද දිග $\sqrt{3}a$ වූ AD සැහැල්ලු දණ්ඩකින් ද සමන්විත වේ. BD හා CE තිරස් වන අතර A හිදී අචල ලක්ෂ්‍යයකට අසව්කර ඇත. $B\hat{A}D = 30^0$ D හිදී $5W$ භාරයක් එල්ලා ඇති අතර E හිදී තිරස් P බලයක යොදා පද්ධතිය සිරස් තලයක සමතුලිතව ඇත. W ඇසුරෙන් P හි අගය සොයන්න.
බෝ අංකනය භාවිතයෙන්, ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් ඇඳ **ඒ නයින්,** BC, BD, CD, CE, AD හා BE දඬු වල ප්‍රත්‍යාබල ආතති ද තෙරපුම් ද යන්න සඳහන් කරමින් ඒවා සොයන්න.



16. (i) අරය a වූ තුනී ඒකාකාර **අර්ධ වෘත්තාකාර කම්බියක** ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{2a}{\pi}$ දුරකින් ද,

(ii) අරය a වූ තුනී ඒකාකාර **ඝන අර්ධ ගෝලයක** ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{3a}{8}$ දුරකින් ද පිහිටන බව පෙන්වන්න.

පතුලේ කේන්ද්‍රය O හා අරය $2a$ වූ ද උස $2a$ හා ඝනත්වය ρ වූද සිලින්ඩරයකින් ශීර්ෂය O හි පවතින සේ කේන්ද්‍රය N ද අරය $2a$ වන ඝන අර්ධ ගෝලයක් ඉවත් කර S වස්තුව සාදා ඇත.



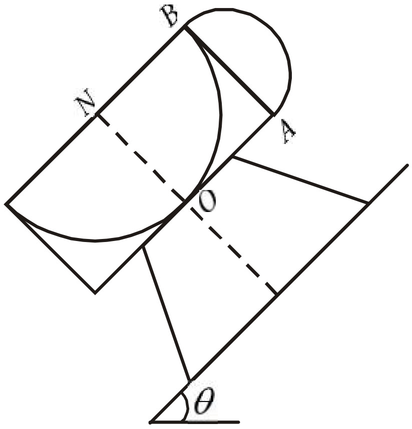
යාබද රූපයේ දැක්වෙන පරිදි AB සිලින්ඩරයේ අක්ෂයට සමාන්තර වන පරිදි ඇති A හා B ලක්ෂ්‍ය වලට දිග πa, ඝනත්වය $a^2\rho$ හා a අරය වූ සිහින් ඒකාකාර අර්ධ වෘත්තාකාර කම්බියක් දෘඩව සවිකර තිබේ.

පතුලේ කේන්ද්‍රය M හා $2a$ අරය වූ ද උස $2\sqrt{3}a$ හා ρ ඝනත්වය වූද ඒකාකාරඝන ඍජු වෘත්ත කේතුවකින් එහි අක්ෂයට ලම්භකව උස $\sqrt{3}a$ වූ ඍජු වෘත්ත කේතුවක් කපා ඉවත් කරනු ලැබේ. එහි ඉහල මුහුණතට S සම්බන්ධ කර කුසලානයක් සාදා ඇත්තේ ඒවායේ කේන්ද්‍ර සමපාත වන පරිදි ය.

කුසලානයේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය OA සිට පහලට $\left(\dfrac{23}{4\left(7\sqrt{3}+11\right)}\right)a$ දුරකින් ද ON සිට $\dfrac{6\left(\pi+1\right)a}{\pi\left(7\sqrt{3}+11\right)}$ දුරකින් ද පිහිටන බව පෙන්වන්න.

කුසලානයේ පහල කේන්ද්‍රය M වූ මුහුණත තිරසට α ආනත **රළු** තලයක් මත තබා ඇත. ආනත තලයේ ඝර්ෂණය නොලිස්සීම සඳහා ප්‍රමාණවත් නම් හා

$$\tan a > \frac{8\left[\left(7\sqrt{3}+14\right)\pi+3\right]}{\pi\left(44\sqrt{3}+61\right)}$$ නම් කුසලානය ආනත තලය මත සමතුලිතව **නොපවතින බව** පෙන්වන්න.



17. (*a*) කාලගුණ විද්‍යා දෙපාර්තමේන්තුව වර්ෂාව පුරෝකථනය සඳහා A, B හා C යන ආකෘති තුන පමණක් භාවිතා කරයි. A ආකෘතිය භාවිතයට ගැනීමේ සම්භාවිතාව $\frac{1}{3}$ ක් ද B ආකෘතිය භාවිතයට ගැනීමේ සම්භාවිතාව $\frac{1}{5}$ ක් ද වේ. එක් එක් ආකෘතියට අනුව වර්ෂාව නිවැරදිව පුරෝකථනය කිරීමේ ප්‍රතිශත පිළිවෙලින් 85%, 90% හා 80% වේ. වර්ෂාව නිවැරදිව පුරෝකථනය කිරීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න. දිනක් වර්ෂාව වැරදි ලෙස පුරෝකථනය කර තිබුණි. එදින B ආකෘතිය භාවිතා කර තිබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(*b*) එක්තරා පරීක්ෂණකට පෙනී සිටි සිසුන් 100 දෙනෙකු ලබාගන්නා ලද ලකුණුවල සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය පහත දැක්වේ.

ලකුණු	ශිෂ්‍ය සංඛ්‍යාව
20-33	6
34-47	30
48-61	x
62-75	16
76-90	y

(i) මෙම ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය 52 බව දී ඇත. සුදුසු කේතන ක්‍රමයක් භාවිතයෙන් හෝ අන්ක්‍රමයකින් $x = 44$ බව ද $y = 4$ බව ද පෙන්වන්න. මෙම ව්‍යාප්තියේ මාතය, මධ්‍යස්ථය හා සම්මත අපගමනය සොයන්න. ව්‍යාප්තියට අදාල කොටු කෙදි සටහන අඳින්න.

(ii) ඉහත ව්‍යාප්තියේ ඇතුලත් කළ එක් එක් ලකුණ සැබෑ ලකුණට වඩා ලකුණු 7 කට වැඩි බව පසුව සොයා ගන්නා ලදී. සැබෑ ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය සහ සම්මත අපගමනය නිමානය කරන්න.