

බස්නාහිර පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
Western Province Educational Department

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2026
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2026

සංයුක්ත ගණිතය I
Combined Mathematics I

10 S I

2025.07.01 / 08.30 - 11.40

පැය තුනයි
Three hours

අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි
Additional Reading Time - 10 minutes

අමතර කියවීම් කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවීමේ දී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදා ගන්න.

විභාග අංකය

උපදෙස් :

- * මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17).
- * **A කොටස**
 සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
- * **B කොටස**
 ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- * නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රය, **B කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
- * ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකරුවන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරෙන්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ :	1
	2
අධීක්ෂණය කළේ:	

A නොටස

01. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන්, සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^n (n+r) = \frac{n(3n+1)}{2}$ බව සාධනය කරන්න.

[illegible]

02. එක ම රූප සටහනක $y=3-|x|$ හා $y=|x-1|$ හි ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් අඳින්න.
ඒ හඬින් $|x|+|x-2|\leq 6$ අසමානතාව සපුරාලන x හි සියලු ම තාත්වික අගයන් සොයන්න.

[illegible]

[illegible]

This image shows a full page of primary-ruled paper. It features ten sets of horizontal dashed lines, each set consisting of three parallel lines. These lines are evenly spaced vertically across the entire page, providing a guide for handwriting practice. The background is white, and there are no margins or other markings present.

07. θ තාත්ත්වික පරාමිතියක් වන පරිදි, $0 \leq \theta < \frac{\pi}{4}$ සඳහා $x = \sin \theta + \cos \theta$ හා $y = \theta + \cos^2 \theta$ යන පරාමිතික සමීකරණ මගින් C වක්‍රයක් ලබා දේ. $\frac{dy}{dx} = \cos \theta - \sin \theta$ බව පෙන්වන්න. $0 \leq \theta < \frac{\pi}{4}$ වසම තුළ θ හි ඕනෑම අගයක් සඳහා C වක්‍රය යටි අවතල වන බව පෙන්වා $\theta = 0$ ට අනුරූප C වක්‍රය මත පිහිටි A ලක්ෂ්‍යයේ දී වක්‍රයට ඇඳි අභිලම්භයේ සමීකරණය $x + y - 2 = 0$ බව පෙන්වන්න.

08. $L_1 \equiv 3x + 11y - 3 = 0$ හා $L_2 \equiv 12x + 5y + 1 = 0$ යැයි ගනිමු. L_1 , L_2 හා L_3 සරල රේඛා A ලක්ෂ්‍යක දී සංගම් වන බවත්, L_2 හා L_3 සරල රේඛා L_1 රේඛාවට සමාන ආනතීන් දරන බවත් දී ඇත්නම්, A හි බණ්ඩාංක ප්‍රකාශිතව නොසොයා L_3 සරල රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

බස්නාහිර පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව

Western Province Educational Department

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2026

General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2026

සංයුක්ත ගණිතය

I

Combined Mathematics

I

10 S I

B කොටස

■ ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (a) $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ සඳහා $ax^2 + bx + c = 0$ වර්ගජ සමීකරණයෙහි මූල තාත්ත්වික බව දී ඇත්නම්, සමීකරණය විසඳීමකින් තොරව $\Delta \geq 0$ බව පෙන්වන්න.

දැන් $k \in \mathbb{R} - \{-1, 1\}$ සඳහා $f(x) = (x^2 + 4x - 5) + k(1 + (k-1)x - kx^2)$ යැයි ගනිමු. $f(x) = 0$

මගින් දෙනු ලබන වර්ගජ සමීකරණයේ මූල තාත්ත්වික බව පෙන්වා, $k \neq 0$ බව දී ඇති විට $f(x) = 0$ වර්ගජ සමීකරණයෙහි මූල යුගලයම කිසිම විටෙක සාමාන්‍ය විය නොහැකි බව පෙන්වන්න.

තවදුරටත් $k \in \mathbb{Q}$ වන විට, $f(x) = 0$ හි මූලවල අන්තරය 1 වන පරිදි k හි අගය සොයන්න.

- (b) f යනු මාත්‍රය 3 වූ බහුපද ශ්‍රිතයක් යැයි ගනිමු. $3x+2$ යන්න, $f(x)$ හි සාධකයක් බවත්, $f(x)$ යන්න $x^2 + x + 1$ න් බෙදූ විට ශේෂය $3x+2$ බවත් දී තිබේ. f ශ්‍රිතය මත 1 හි ප්‍රතිබිම්බය -10 වන පරිදි $f(x)$ සොයන්න.

තවදුරටත්, $f(x-1) = -x$ සමීකරණය විසඳන්න.

12. (a) වෙළෙන්දෙකුට එක එකක අඹ තුනක් හා අන්නාසි තුනක් බැගින් අත්තර්ගත මල දෙකක් අතුරින් පලතුරු හයක් ගෙන පලතුරු වට්ටියක් සෑදිය යුතුව තිබේ. මෙම පලතුරු වට්ටියේ වැඩිතරමින් අන්නාසි ගෙඩි දෙකක් අත්තර්ගත විය යුතුමය.

(i) පලතුරු වට්ටියට එක් එක් මල්ලෙන් පලතුරු ඉරට්ටේ ගණනක් තෝරා ගත යුතු නම්,

(ii) පලතුරු වට්ටියට එක අන්නාසි ගෙඩියක් පමණක් තෝරා ගත යුතු නම්,

වෙළෙන්දාට සෑදිය හැකි එවැනි වෙනස් පලතුරු වට්ටි ගණන සොයන්න.

- (b) සියලු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා, $A(x^2 + x + 1) + B(x^2 - x + 1) \equiv x^2 + 3x + 1$ වන පරිදි A හා B නිඛිල සොයන්න. දැන්

$\frac{5}{1^4 + 1^2 + 1} \left(\frac{1}{2}\right) + \frac{11}{2^4 + 2^2 + 1} \left(\frac{1}{4}\right) + \frac{19}{3^4 + 3^2 + 1} \left(\frac{1}{8}\right) + \dots$ ශ්‍රේණියේ r වන පදය U_r ; $r \in \mathbb{Z}^+$ ලියා

දක්වන්න. $U_r = f(r-1) - f(r)$ වන පරිදි $f(r)$ ලියා දක්වා $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා,

$$\sum_{r=1}^n U_r = 1 - \frac{1}{(n^2 + n + 1) \cdot 2^n} \quad \text{බව පෙන්වන්න.}$$

$\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී වන බව පෙන්වා, එහි ඵලභ්‍යය ලියා දක්වන්න.

ඒ හැරින්, $\sum_{r=1}^{\infty} \left(\frac{2^r \cdot r^4 + (2^r + 1) \cdot r^2 + 2^r + 3r + 1}{2^r \cdot (r^4 + r^2 + 1)} \right)$ හි අගය අපේක්ෂා කරන්න.

13. (a) $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 3 \\ -1 & -1 & a \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & b \\ b & -1 & 0 \end{pmatrix}$ හා $C = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු. මෙහි $a, b \in \mathbb{Z}$ වේ.

$AB^T = C$ වන පරිදි a හා b අගයන්න.

$$a \text{ හා } b \text{ හි මෙම අගයයන් සඳහා } B^T A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ -1 & 0 & -5 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

තවද, $A^2 + 2I = CD$ වන පරිදි D න්‍යාසය සොයන්න.

මෙහි B^T මගින් B හි පෙරලුම් න්‍යාසය ද, I මගින් ගණය 2×2 වූ ඒකක න්‍යාසය ද දැක්වේ.

- (b) ආර්ගන්ඩ් සටහනක A හා B ලක්ෂ්‍ය මගින් $3+i$ හා $7+4i$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කෙරෙයි.

$ABCD$ රොම්බසයක් වන පරිදි C ලක්ෂ්‍යය තාත්ත්වික අක්ෂය මත ද, D ලක්ෂ්‍යය අතාත්ත්වික අක්ෂය

මත ද පිහිටන බව දී ඇත. $\hat{ADC} = \tan^{-1}\left(\frac{7}{24}\right)$ බව ද දී ඇත්නම්, C හා D ලක්ෂ්‍ය මගින් නිරූපිත සංකීර්ණ සංඛ්‍යා සොයන්න.

- (c) $z = \frac{1}{2}(3 - \sqrt{3}i)$ යැයි ගනිමු. z යන්න, $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි

$r(r > 0)$ හා $\theta\left(-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$ යනු නිර්ණය කළ යුතු තාත්ත්වික නියත වෙයි. ද මූලාවර් ප්‍රමේයය

භාවිතයෙන් හෝ අන් අයුරකින් හෝ $z^n + \bar{z}^n = 1458$ වන පරිදි n අගයන්න. මෙහි $n \in \mathbb{Z}^+$ වේ.

14. (a) $x \neq -a$ සඳහා $f(x) = \frac{ax+b}{(x+a)^2}; (a, b) \in \mathbb{Z}^+$ යැයි ගනිමු.

a හි අගය කුමක් වුවත් $y=0$ හි දී $y=f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයට තිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛයක් පවතින බව පෙන්වන්න.

$x=-2$ හි දී $y=f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයට සිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛයක් පවතින බව දී ඇත්නම්, a හි අගය සොයන්න.

$A \equiv (-1, a-1)$ ලක්ෂ්‍යය $y=f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ ස්ථාවර ලක්ෂ්‍යය බව දී ඇත්නම්, $b=3$ බව

පෙන්වන්න. $f(x)$ හි ප්‍රථම ව්‍යුත්පන්නය, $f'(x)$ යන්න $x \neq -a$ සඳහා $f'(x) = \frac{-2(x+1)}{(x+a)^3}$ මගින්

දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

ඒ නමින්, $f(x)$ වැඩිවන ප්‍රාන්තරය හා $f(x)$ අඩුවන ප්‍රාන්තර ලියා දක්වන්න. $f(x)$ හි දෙවන

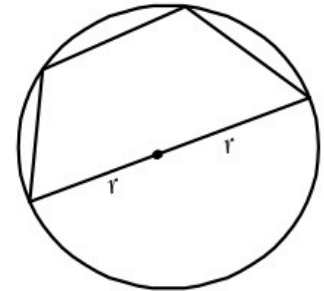
ව්‍යුත්පන්නය, $f''(x)$ යන්න $x \neq -a$ සඳහා $f''(x) = \frac{2(2x+1)}{(x+a)^4}$ බව දී ඇත.

ඒ නිසින්, $f(x)$ උඩු අවතල වන ප්‍රාන්තර හා $f(x)$ යටි අවතල වන ප්‍රාන්තරය ලියා දක්වන්න.

$y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ නතිවර්තන ලක්‍ෂ්‍යයේ බණ්ඩාංක සොයන්න.

බණ්ඩාංක අක්ෂ මත අන්ත:බණ්ඩ, ස්පර්ශෝන්මුඛ, ස්ථාවර ලක්‍ෂ්‍යය හා නතිවර්තන ලක්‍ෂ්‍යය දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

- (b) යාබද රූපයේ දැක්වෙන පරිදි, වෘත්ත චතුරස්‍රාකාර ත්‍රැපීසියමක සමාන්තර එක් පාදයක් විෂ්කම්භයක් සමග සමපාත වන පරිදි අරය r වූ වෘත්තයක් මත අන්තර්ගත කළ යුතුව තිබේ. ත්‍රැපීසියමේ වර්ගඵලය **උපරිම** වන පරිදි එහි මාන සොයන්න.



15. (a) සියලු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා, $Ax(3x^2 + 4) - (Bx + C)(3x - 1)^2 \equiv 15x^2 + 5x + 1$ වන පරිදි A , B හා C **හිමිල** අගයන්න.

දැන් $x \neq \frac{1}{3}$ සඳහා $I(x) = \frac{15x^2 + 5x + 1}{(3x - 1)^2(3x^2 + 4)}$ යැයි ගනිමු.

$I(x)$ යන්න හින්න භාගවලින් ප්‍රකාශ කර $\int I(x) dx$ සොයන්න.

- (b) $n \in \mathbb{Q}$ වන පරිදි, $I_n = \int x^n \cdot (\ln x)^2 \cdot dx$ යැයි ගනිමු. කොටස් වශයෙන් අනුකලනය **තැවත තැවත භාවිතයෙන්**,

$$n \neq -1 \text{ සඳහා, } I_n = x^{n+1} \left(\frac{[f(x)]^k}{n+1} + 2 \frac{[f(x)]^{k-1}}{(n+1)^2} + \frac{2[f(x)]^{k-2}}{(n+1)^3} \right) + C$$

බව පෙන්වන්න. මෙහි k යනු නිර්ණය කළ යුතු ධන නිඛිලයක් වන අතර, $f(x)$ යනු x ඇසුරෙන් නිර්ණය කළ යුතු ශ්‍රිතයකි.

තවද C යනු දී ඇති තාත්ත්වික නියතයකි.

ඒ නිසින්, $\int_1^e \sqrt{x} \cdot (\ln x)^2 \cdot dx = \frac{2}{27} (9\sqrt{e^3} - 8)$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

(c) $I = \int_0^{\pi} \frac{x \cdot \sin x}{1 + \cos^2 x} \cdot dx$ යැයි ගනිමු.

$a > 0$ වන පරිදි $\int_0^a f(x) \cdot dx = \int_0^a f(a + b - c) \cdot dx$ සූත්‍රය භාවිතයෙන් හෝ අන්අයුරකින් හෝ,

$$I = \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} \frac{\sin x}{1 + \cos^2 x} \cdot dx \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

ඒ නිසින්, $\int_0^{\pi} \frac{x \cdot \sin x}{1 + \cos^2 x} \cdot dx = \frac{\pi^2}{4}$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

16. $A \equiv \left(\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}} \right)$ යැයි ගනිමු. ඛණ්ඩාංක අක්ෂ මත $2+\sqrt{2}$ ක අන්තඃඛණ්ඩ සාදමින් A හරහා ගමන් කරනු ලබන සරල රේඛාව L යැයි ගනිමු. ඛණ්ඩාංක අක්ෂ හා $L=0$ සරල රේඛාව ස්පර්ශ කරමින් යන කුඩාතම අරය සහිත වෘත්තය $S \equiv x^2 + y^2 + \lambda x + \lambda y + 1 = 0$ බව පෙන්වන්න. මෙහි λ යනු නිර්ණය කළ යුතු නිඛිලයකි. $S=0$ වෘත්තය මත පිහිටි O මූලයට ආසන්නම ලක්ෂ්‍යය B නම් B හි ඛණ්ඩාංක ලියා දක්වන්න. B හරහා යමින්, කේන්ද්‍රයේ සිට ඛණ්ඩාංක අක්ෂවලට අඳිනු ලැබූ අර සමච්ඡේද කරනු ලබන සරල රේඛාවල සමීකරණ ලියා දක්වන්න.

මෙම සරල රේඛා $L=0$ රේඛාවට $\tan^{-1}(2\sqrt{2}-1)$ ක ආනතියක් දරන බව පෙන්වන්න.

තවද A හි දී $S=0$ වෘත්තය ප්‍රලම්බව ඡේදනය කරනු ලබන x අක්ෂය මත කේන්ද්‍රය පිහිටි වෘත්තය සොයන්න.

17. (a) $\sin \theta$ ඇසුරෙන් $\sin 3\theta$ ලියා දක්වා ඒ නයිත්, $\cos 3\theta \equiv 4\cos^3 \theta - 3\cos \theta$ බව ලබා ගන්න. තවදුරටත්,

$$\sin 20^\circ \cdot \sin 40^\circ \cdot \sin 60^\circ \cdot \sin 80^\circ + \cos 20^\circ \cdot \cos 40^\circ \cdot \cos 60^\circ \cdot \cos 80^\circ = \frac{1}{4}$$

බව අපෝහනය කරන්න.

- (b) ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සුපුරුදු අංකනයෙන් $\cos A \cdot \cos B + \sin A \cdot \sin B \cdot \sin C = 1$ බව දී තිබේ.

$$\frac{1 - \cos A \cdot \cos B}{\sin A \cdot \sin B} \leq 1 \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

ඒ නයිත්, $A=B$ බව අපෝහනය කරන්න.

තවදුරටත්, $a:b:c=1:1:k$ වන පරිදි k අගයන්න.

මෙහි k යනු තාත්ත්වික අපරිමේය නියතයකි.

- (c) (i) $\tan^{-1}(A) - \tan^{-1}(B) \equiv \tan^{-1}\left(\frac{A-B}{1+AB}\right)$; බව පෙන්වන්න.

$$(ii) \frac{3 \sin 2\theta}{5 + 4 \cos 2\theta} \equiv \frac{2 \left(\frac{\tan \theta}{3} \right)}{1 + \left(\frac{\tan \theta}{3} \right)^2}; \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

ඉහත (i) හා (ii) හි ප්‍රතිඵල භාවිතයෙන් හෝ අන් අයුරකින් හෝ

$$\theta = \tan^{-1}\left(2 \tan^2 \theta\right) - \frac{1}{2} \sin^{-1}\left(\frac{3 \sin 2\theta}{5 + 4 \cos 2\theta}\right); \text{ සමීකරණය විසඳන්න.}$$

බස්නාහිර පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව

Education Department – Western Province

තෙවන වාර පරීක්ෂණය - 13 ශ්‍රේණිය, 2026 ජූලි

Third Term Test – Grade 13, 2026 July

සංයුක්ත ගණිතය II

Combined Mathematics II

10

S

II

පැය තුනයි

Three Hours

අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි

Additional Reading Time - 10 minutes

අමතර කියවීම් කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවීමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදාගන්න.

නම:..... පංතිය :.....

උපදෙස්:

- ❖ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
A කොටස: ප්‍රශ්න (1 – 10) සහ B කොටස (ප්‍රශ්න 11 – 17).
- ❖ A කොටස:
සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
- ❖ B කොටස:
ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- ❖ නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රය B කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
- ❖ ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.

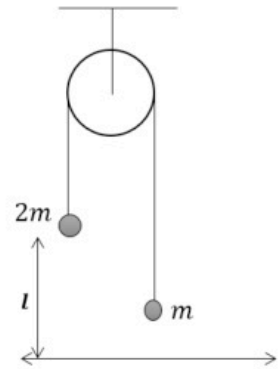
පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය II		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	

එකතුව

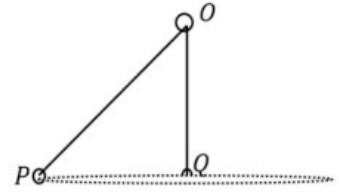
ඉලක්කමෙන්	
අකුරෙන්	

3. එක එකෙහි ස්කන්ධය $2m$ හා m වූ A හා B අංශු දෙකක් අවල සුමට කප්පියක් මගින් යන සැහැල්ලු අවිනන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට ඇඳා රූපයේ පරිදි A අංශුව තිරස් ගෙබිමක සිට l උසකින් ඇතිව සමතුලිතතාවයේ තබා නිසලතාවයෙන් මුදා හරී. එවිට පද්ධතිය ඒකාකාර $\frac{g}{3}$ ත්වරණයෙන් චලිත වී A අංශුව ගෙබිම සමග ගැටෙන බව පෙන්වන්න. A අංශුව හා ගෙබිම අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{1}{2}$ නම් ගැටීමෙන් තන්තුව මත ඇති වන ආවේගී ප්‍රතික්‍රියාව $m\sqrt{6gl}$ බව පෙන්වන්න.



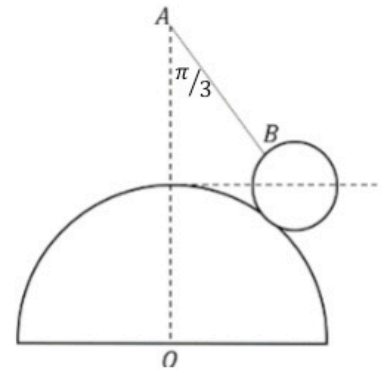
4. ස්කන්ධය M වූ මෝටර් රථයක් තිරසර $\sin^{-1}\left(\frac{1}{g}\right)$ ආනත මාර්ගයක් ඔස්සේ ඉහලට v උපරිම වේගයෙන් ගමන් කරයි. චලිතයට එරෙහි ප්‍රතිරෝධය R වේ. රථයේ ක්ෂමතාව සොයන්න. දැන් ස්කන්ධය m වූ ට්‍රේලරයක් සැහැල්ලු ඇඳුම් දණ්ඩක් මගින් මෙම මෝටර් රථයට සම්බන්ධ කරනු ලැබේ. මෝටර් රථය ඉහත ජවයෙන්ම ක්‍රියා කරමින් සමතලා මාර්ගයක නියත a ත්වරණයකින් චලිත වේ. මෝටර් රථයට ප්‍රතිරෝධය නොවෙනස්ය. රථයේ වේගය $2v$ වන විට ඇඳුම් දණ්ඩේ ආතතිය සොයන්න.

5. සුමට අවල O මුදුවක් තුලින් යන $3l$ දිග සැහැල්ලු අවිත්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට ස්කන්ධය m හා $2m$ වූ P හා Q අංශු දෙකක් සම්බන්ධ කර ඇත. රූපයේ පරිදි නියත ω කෝණික ප්‍රවේගයෙන් P අංශුව Q කේන්ද්‍රය වූ තිරස් වෘත්තයක් සලකුණු කරයි නම් OP තන්තු කොටසේ සිරසට ආනතිය සොයන්න. තවදුරටත් $\omega = \sqrt{\frac{g}{2l}}$ බව පෙන්වන්න.

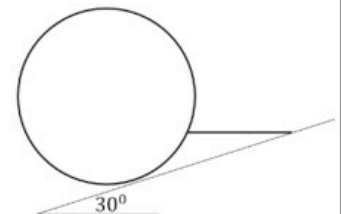


6. සුපුරුදු අංකනයෙන්, O මූලය අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\lambda \mathbf{i} + \mu \mathbf{j}$ හා $5(\mathbf{i} + \mathbf{j})$ වේ. මෙහි $\lambda, \mu \in \mathbb{R}^+$. AB රේඛා ඛණ්ඩය මත C ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත්තේ $AC:CB = 3:1$ වන පරිදි වේ. $\overrightarrow{OC} = \frac{9}{2} \mathbf{i} - 3 \mathbf{j}$ නම් λ හා μ හි අගයන් සොයන්න.

7. අරය $2a$ වූ සුමට අර්ධ ගෝලයක් එහි ගැටිය තිරස්ව ශීර්ෂය ඉහළින් ඇතිව අවලව සවිකර ඇත. අරය a හා බර w වූ සුමට ගෝලයක් එහි වක්‍ර පෘෂ්ඨය මත තබා සමතුලිතතාවයේ ඇත්තේ අර්ධ ගෝලයේ කේන්ද්‍රය වන O ට ඉහළින් වූ A ලක්ෂ්‍යයකට හා ගෝලය මත B ලක්ෂ්‍යයට ගැටගැසූ සිරසට ආනතිය $\frac{\pi}{3}$ වූ AB සැහැල්ලු අවිනන්‍ය තන්තුවක් මගිනි. සමතුලිත පිහිටීමේදී ගෝලයේ කේන්ද්‍රය හා අර්ධ ගෝලයේ ශීර්ෂය එකම තිරස් රේඛාවේ පවතී. තන්තුවේ ආතතියත් ගෝලය හා අර්ධ ගෝලය අතර ප්‍රතික්‍රියාවත් සොයන්න.

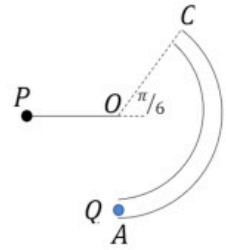


8. ස්කන්ධය w වූ ද අරය a වූ රළු ගෝලයක් තිරසරව $\frac{\pi}{6}$ ආනත රළු ආනත තලයක් මත තබා ඇත්තේ තලය මත ලක්ෂ්‍යයට ගැටගැසූ දිග l වූද ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය w වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක් මගිනි. තලය හා ගෝලය අතර සර්ෂණ සංගුණකය $\frac{1}{4}$ නම් තන්තුව තිරස්ව ගෝලය සීමාකාරී සමතුලිතතාවේ පවතින විට ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවේ විතතිය සොයන්න.



එක් කෙළවරක් K ලක්ෂ්‍යයටද අනෙක් කෙළවර NK මත ඇති ස්කන්ධය $2m$ වූ තවත් අංශුවකටද සම්බන්ධ කර ඇත. ස්කන්ධය m වූ තවත් අංශුවක් ML මත තබා පද්ධතිය නිසලතාවයෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. තත්ත්ව වේ ආතතියත් අංශු හා කුඤ්ඤය ත්වරණය නිර්ණය කිරීම සඳහා ප්‍රමාණවත් සම්කරණ ලබා ගන්න.

- b) l දිග සැහැල්ලු අවිනන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක් අවල O ලක්ෂ්‍යයකට ගැට ගසා ඇති අතර එහි අනෙක් කෙළවරට ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් ඇඳා තන්තුව තිරස්ව ඇදී ඇති සේ තබා u වේගයෙන් සිරස්ව පහළට ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. තන්තුව සිරස් වන විට අරය l වූ නලයක කෙළවරේ තබා ඇති ස්කන්ධය $2m$ වූ Q අංශුවක වදී. අංශු අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{1}{2}$ නම් ගැටුමෙන් පසු P නිසල වන බව පෙන්වන්න,



අනතුරුව සිදුවන චලිතයේදී Q හරහා යන අරය යටි අත් සිරස සමඟ θ කෝණයක් සාදන විට Q අංශුවේ වේගයත් නලය හා Q අතර ප්‍රතික්‍රියාවත් සොයන්න. Q අංශුව යන්තමින් C කරා ළඟා වේ නම් $u = \sqrt{10gl}$ බව පෙන්වන්න.

13. ස්වභාවික දිග $2a$ හා ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය $8mg$ වූ සිහින් සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක ඉහල O කෙළවර තිරස් ගෙබිමකට $3a$ උසින් වූ සිලිමකට ඇඳා ඇති අතර එහි පහළ කෙළවරට ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් ඇඳා ඇත. D යනු $OD = 2a$ වන පරිදි O ට සිරස්ව පහළින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යය. අංශුව නිදහසේ එල්ලා ඇති විට විතතිය සොයන්න. දැන් අංශුව O හි තබා $\sqrt{5ga}$ වේගයෙන් සිරස්ව පහළට ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. D හිදී P හි වේගය සොයන්න.

P අංශුවේ චලිත සමීකරණය $\ddot{x} = -\omega^2 \left(x - \frac{9a}{4} \right)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. මෙහි

$OP = x, (2a < x < 3a)$ වන අතර $\omega(> 0)$ නිශ්චය කළ යුතු නියතයක් වේ. $X = x - \frac{9a}{4}$ ලෙස

ගෙන $\ddot{X} + \omega^2 X = 0$ බව පෙන්වා මෙම සරල අනුවර්තීය චලිතයේ සංඛ්‍යාතය ප්‍රකාශ කරන්න.

$\dot{X}^2 = \omega^2 (c^2 - X^2)$ සූත්‍රය භාවිතයෙන්, මෙම චලිතයේ විස්තාරය c ද, P ගෙබිම කරා ළඟා වන විට වේගයද සොයා D සිට ගෙබිම කරා යාමට ගතවන කාලයද සොයන්න.

P ගෙබිම සමඟ අප්‍රත්‍යස්ථව ගැටෙන අතර එවිට ගෙබිම මත වූ සමාන ස්කන්ධය m වූ Q අංශුවක් සිරුවෙන් ඇඳා ගනී. Q ට ඇඳූ ස්වභාවික දිග $\frac{a}{2}$ හා ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය $8mg$ වූ සිහින් සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක අනෙක් කෙළවර O ට සිරස්ව පහළින් ගෙබිම මත වූ A ලක්ෂ්‍යයට ගැටගසා ඇත.

P හා Q සංයුක්ත අංශුව ගෙබිමේ සිට ඉහල නගින විට එහි චලිත සමීකරණය $\frac{5a}{2} < w < 3a$ සඳහා

$\ddot{W} = -\frac{2g}{a} \left(w - \frac{5a}{2} \right)$ බව දී ඇත. චලිතයේ දොළන කේන්ද්‍රය හා විස්ථාරය ප්‍රකාශ කර O සිට $\frac{5a}{2}$

ගැඹුරින් වූ B ලක්ෂ්‍යයේදී සංයුක්ත අංශුවේ වේගය සොයන්න.

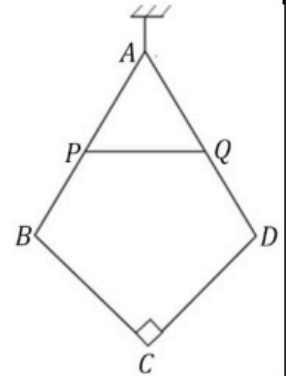
සංයුක්ත අංශුව B සිට ඉහල නගින විට සංයුක්ත අංශුවේ චලිත සමීකරණය $\ddot{y} + \frac{10g}{a} y = 0$ මගින්

දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. මෙහි y යනු B සිට මනිනු ලබන විස්ථාපනය වේ. අනතුරුව සිදුවන චලිතයේදී සංයුක්ත අංශුව D කරා ළඟා නොවන බව පෙන්වන්න.

14. a) O මූලය අනුබද්ධයෙන් A, B හා C ලක්ෂ්‍ය තුනක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් a, b හා $c = \lambda a + \mu b$ වේ. මෙහි $\lambda, \mu \in \mathbb{Z}^+$ හා $|\overline{OC}| = 2\sqrt{2}$ වේ. $|a| = |b| = \sqrt{\frac{2}{3}}$, $\angle AOB = \frac{\pi}{3}$ හා OC හා AB එකිනෙකට ලම්භක බව දී ඇත. P ලක්ෂ්‍යය මගින් AB රේඛාව අභ්‍යන්තරව $2:3$ අනුපාතයෙන් බෙදන අතර Q ලක්ෂ්‍යය මගින් OC රේඛාව බාහිරව $3:1$ අනුපාතයට බෙදයි. P හා Q ලක්ෂ්‍ය වල පිහිටුම් දෛශික a හා b ඇසුරින් සොයන්න. $\mu|b|^2 - \lambda|a|^2 + (\lambda - \mu)a \cdot b = 0$ බව පෙන්වන්න.

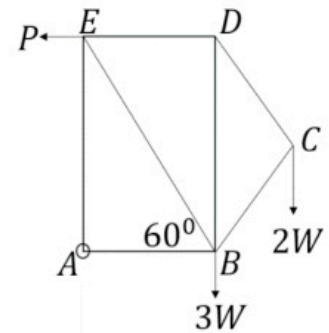
$\lambda = 2$ බව පෙන්වා μ හි අගයද සොයන්න. ඒ නයින්, O, P, Q එක රේඛය නොවන බව පෙන්වන්න.

- b) පාදයක දිග a m වූ $ABCD$ සමචතුරස්‍රයේ $\overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DA}, \overline{BA}, \overline{AC}, \overline{DB}$ පාද ඔස්සේ පිළිවෙලින් $6, 3, 6, 3, 17\sqrt{2}$ හා $\sqrt{2}$ යන බල ක්‍රියා කරයි. එම තලයේම $DCBA$ අතට ක්‍රියා කරන $4a$ Nm විශාලත්වයෙන් යුත් බල යුග්මයක් එක් කළ විට බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වයද එය AB සමග සාදන කෝණයද සොයන්න. සම්ප්‍රයුක්තය මගින් AB පාදය N හිදී කපයි නම් AN දිගද සොයන්න. මෙම බල පද්ධතිය A හා B හිදී ක්‍රියා කරන සමාන්තර P හා Q බල දෙකකට කුලය නම් P හා Q සොයන්න.



15. a) එක එකක ස්කන්ධය දිගට සමානුපාතික වූද ඒකක දිගක ස්කන්ධය w වූද AB, BC, CD හා DA සිහින් ඒකාකාර දඬු හතරක් ඒවායේ කෙළවර වලදී සුමටව සන්ධි කර රූප සටහනේ පරිදි A ශීර්ෂයෙන් එල්ලා නිදහසේ සමතුලිතව එල්ලා ඇත. $AB = AD = 2a$, $BC = CD$ හා $\angle BCD = \frac{\pi}{2}$ වේ. AB හා AD හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය දිග a වූ PQ සැහැල්ලු දණ්ඩකින් සම්බන්ධ කර ඇත. C සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න. PQ දණ්ඩේ ආතතියද සොයන්න.

- b) යාබද රූපයේ දැක්වෙන රාමු සැකිල්ල සාදා ඇත්තේ A, B, C, D හා E හි දී නිදහසේ සන්ධි කරන ලද AB, BC, CD, DE, AE, BE හා BD සැහැල්ලු දඬු මගිනි. $AB = BC = CD = DE = 2a$, $AE = BD$ වන අතර $\angle ABE = \frac{\pi}{3}$ වේ. B හා C හි දී පිළිවෙලින් $3W$ හා $2W$ වන භාර එල්ලා ඇත. රාමු සැකිල්ල A හි දී සුමට අවල ලක්ෂ්‍යයකට අසව් කර AB, ED තිරස්ව ඇතිව සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත්තේ E හි දී තිරස්ව යොදන ලද P බලයක් මගිනි. W ඇසුරෙන් P හි අගය සොයන්න. බෝ අංකනය භාවිතයෙන්, ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් ඇඳ ඒ නයින්, BC, BD, CD, DE හා BE දඬු වල ප්‍රත්‍යාබල ආතති ද තෙරපුම් යන්න සඳහන් කරමින් ඒවා සොයන්න.



16. අනුකලනය භාවිතයෙන්

- පතුලේ අරය $2a$ ද ඉහල මුහුණතේ අරය a හා උස h වූ සනත්වය ρ වූ ඒකාකාර සන සෘජු වෘත්ත කේතු ජීන්තකයක ස්කන්ධය $\frac{7\pi a^2 h}{3} \rho$ බව ද ස්කන්ධය කේන්ද්‍රය පතුලේ කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{11}{28}h$ දුරකින් ද පිහිටන බව ද
- අරය $2a$ හා පෘෂ්ඨික සනත්වය ρ වූ ඒකාකාර කුහර අර්ධගෝලීය කබොලක් එහි වෘත්තාකාර ගැටියෙහි තලයට සමාන්තර ව O කේන්ද්‍රයේ සිට $2a \cos \alpha$ දුරකින් අක්ෂයට ලම්භකව කැපූ විට ලැබෙන ජීන්තකයේ ස්කන්ධය $8\pi a^2 \rho \cos \alpha$ බව ද ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය එහි අක්ෂය මත O සිට $a \cos \alpha$ දුරකින් පිහිටන බව ද පෙන්වන්න.

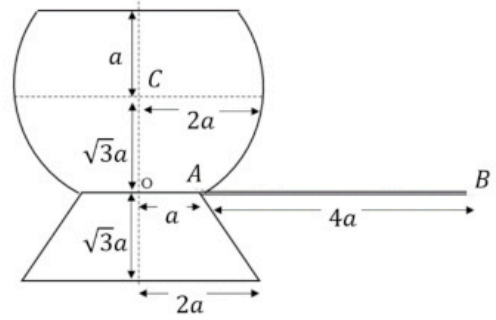
S වස්තුව සාදා ඇත්තේ C කේන්ද්‍රය වූ ද අරය $2a$ හා පෘෂ්ඨය ඝනත්වය ρ වූ ද එකාකාර කුහර ගෝලයකින් එහි සිරස් විශ්කම්භයට ලම්භකව C සිට a උසකින් හා $\sqrt{3}a$ පහළින් වූ කොටස් ඉවත් කිරීමෙනි.

පතුලේ අරය $2a$ ද ඉහල මුහුණතේ අරය a හා උස a වූ ඝනත්වය ρ වූ ඒකාකාර ඝන සෘජු වෘත්ත කේතු ජීන්තකයක කුඩා මුහුණතට රූපයේ පරිදි S වස්තුව සවිකර A ලක්ෂ්‍යයේදී දිග $4a$ හා රේඛීය ඝනත්වය $\pi a^2 \rho$

වූ තිරස් ඒකාකාර AB දණ්ඩක් සවිකර ඇත. සංයුක්ත වස්තුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය OA සිට

$$\frac{3(16\sqrt{3}+15)}{4k}a \text{ දුරකින් ද } OC \text{ සිට } \frac{36}{k}a \text{ දුරකින් ද පිහිටන බව පෙන්වන්න.}$$

මෙහි $k = 24 + 19\sqrt{3}$ වේ.



වස්තුව B ලක්ෂ්‍යයෙන් නිදහසේ එල්ලු විට AB හි සිරසට ආනතිය $\tan^{-1}\left(\frac{3(15+16\sqrt{3})}{4(5k-36)}\right)$ බවද පෙන්වන්න.

17. a) ශීතකරණ නිශ්පාදන කර්මාන්ත ශාලාවක A, B හා C යන්ත්‍ර තුනක් මගින් ම පමණක් ශීතකරණ නිෂ්පාදන කරයි. මුළු නිෂ්පාදනයෙන් 50% ක් A ද 30% ක් B ද නිෂ්පාදන කරයි. A, B හා C යන්ත්‍ර මගින් නිපදවනු ලබන ශීතකරණ වලින් පිළිවෙළින් 2%, 4% හා 5% ක් දෝෂ සහිත බව දී ඇත.

i. අහඹු ලෙස තෝරා ගත ශීතකරණයක් දෝෂ සහිත වීමේ හා

ii. දෝෂ සහිත ශීතකරණයක් ගත්විට එය B යන්ත්‍රයෙන් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

කර්මාන්ත ශාලාවට නව පරීක්ෂණ උපකරණයක් හඳුන්වා දෙනු ලැබේ. එය දෝෂ සහිත ශීතකරණක් නිවැරදිව හඳුනා ගැනීමේ සම්භාවිතාව 0.95 කි. නමුත් දෝෂ රහිත ශීතකරණක් වරදවා දෝෂ සහිත ලෙස නම් කිරීමේ සම්භාවිතාව 0.03 කි. අහඹු ලෙස තෝරා ගත් ශීතකරණයක් මෙම පරීක්ෂණ උපකරණය මගින් දෝෂ සහිත ලෙස හඳුනා ගන්නා ලදී. සත්‍ය වශයෙන්ම එම ශීතකරණය දෝෂ සහිත උපකරණයක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

- b) එම කර්මාන්තශාලාවේම සේවකයින් 200 දෙනෙකු දෛනිකව නිෂ්පාදනය කරන ඒකක ගණන පහත වගුවේ දැක්වේ.

ඒකක ගණන	0 – 20	20 – 40	40 – 60	60 – 80	80 – 100
සේවකයින් ගණන	20	50	80	30	20

මෙම වගුවෙහි දී ඇති ව්‍යාප්තියෙහි මාතය M_0 , මධ්‍යස්ථය M_d සොයන්න.

උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය $A = 50$ ලෙස ගෙන ව්‍යාප්තියෙහි මධ්‍යන්‍යය μ හා සම්මත අපගමනය σ නිමානය කරන්න.

නව ද $k = \frac{\mu - M_0}{\sigma}$ මගින් අර්ථ දක්වනු ලබන කුටිකතා සංගුණකය k නිමානය කරන්න;

80-100 පරාසයේ සිටි සේවකයන් සියලු දෙනා ඒකක නිෂ්පාදනයට අමතරව අධීක්ෂණ කටයුතු සඳහා යෙදවීම නිසා ඔවුන් නිෂ්පාදනය කරන ඒකක ගණන 0 – 20 පරාසයට ඇතුළත් විය. නව ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය සොයන්න.

නව ව්‍යාප්තියේ සම්මත අපගමනය නොසොයා නව කුටිකතා සංගුණකය k ට වඩා වැඩිවේද නැද්ද යන්න ප්‍රකාශ කරන්න. ඔබගේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.